

기동전투차량의 포 구동장치 최적제어기 설계

An Optimal Controller Design for Gun Driving System of Combat Vehicles

김 지 영* · 이 석 재** · 유 준***
(Ji-Young Kim · Seok-Jae Lee · Joon Lyou)

Abstract - An optimal robust controller design method for gun driving system is discussed in this paper. The parameters of the gun driving controller are tuned by using the LQR characteristics for the performance and robustness. Tuning method that optimize velocity error gives a significant improvement over the existing PID tuning methods. It is shown that the tuning result of real gun driving system which is regarded as rigidness model or stiffness model satisfy performance and robustness.

Key Words : Gun Driving System, Optimal Control, LQR, PID

1. 서 론

기동전투차량이 주행중 사격시 성능과 안정성을 만족하기 위해서는 노면에서 발생하는 차체 외란의 영향을 제거하고 사격통제컴퓨터의 명령에 충실히 추종하여야 한다. 그러나, 실제 파라미터로부터 구현한 포 구동장치의 플랜트 모델은 불확실성을 가지고 있으며, 복잡한 외란특성 때문에 기존의 반복시험에 의한 제어기의 최적동조는 많은 시간과 비용을 요구하였다.

본 논문에서는 주행외란과 모델불확실성이 존재하는 포 구동체계의 성능과 강인성을 동시에 보장하도록 LQR의 특성을 이용한 최적 강인제어기를 설계하였다. 기존의 1자유도 PID 제어기에서 발생한 정착시간의 지연이나 과도한 오버슈트의 문제점을 해결하기 위해 시간영역에서의 설계사양을 만족하는 Q와 R을 ITAE 성능지수를 이용해 선정하고 이를 이용하여 PID 제어기를 동조하였다. 또한, 제안한 제어기의 타당성을 보이기 위하여 불균형 모멘트가 포함된 포 시스템이 강제모델인 경우와 강성모델인 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하여, 효과적으로 제어성능이 개선됨을 보였다.

2. 포 구동장치에 대한 속도 제어기 구성

2.1 포 구동장치 모델링

우선 포의 3차원 운동방정식을 라그랑지안 방정식(Lagrange's Equation of Motion)을 통해 유도하였으며, 이 운동방정식을

저자 소개

- * 準 會 員 : 忠南大 工大 電子工學科 碩士課程
- ** 正 會 員 : 忠南大 工大 電子工學科 博士課程
- *** 正 會 員 : 忠南大 工大 情報通信工學部 正教授 · 工博

기본으로 포신의 동력학적 조건과 중력을 적용하여 강성 및 불균형 모멘트의 영향을 고려한 실제와 가까운 선형화 모델을 구하였다. 그리고, 포신은 BLDC 모터에 의한 토오크가 기어박스를 통해 포신에 전달된다. 이 전달 메커니즘의 강성을 고려하지 않아도 되는 경우와 고려해야 되는 경우로 나누어 제어기 설계를 위한 강제모델과 강성모델의 전달함수를 구할 수 있다. 자세한 유도는 문헌[1]에서 다루었다.

1) 강제모델 전달함수

$$F(s) = \frac{-0.3724}{s+3.831} \quad (1)$$

2) 강성모델 전달함수

$$F(s) = \frac{680.2047}{s^3+8.664s^2+4817.3625s+18412.3371} \quad (2)$$

2.2 속도 PID 제어기

본 논문에서는 기동간의 포/포탑 시스템에 작용하는 외란을 최소화하기 위해 앞먹임 제어기를 설계하여 보상하였고, 1자유도 PID 제어기를 사용한 위치/속도 제어기를 설계하였다.

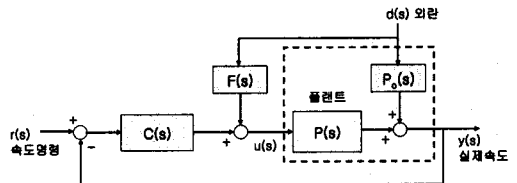


그림 2-1. 속도 제어루프 블럭도

그림 2-1은 시스템의 출력에 미치는 외란의 영향을 초기 단계에서 감소시키기 위해 이득과 진지상(Lead-Lag) 필터

형태로써 설계한 앞먹임 제어기[1]와 동시에 속도명령에 대한 뒤먹임 안정화 제어기를 구현함으로써 속도 계통의 동적 대역폭을 확장하고 속응성을 개선하여 안정화 성능을 크게 개선할 수 있는 속도 제어루프이다.

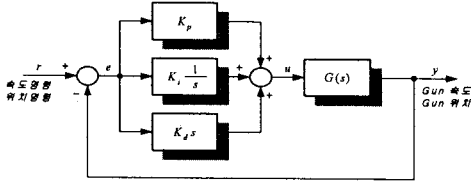


그림 2-2. 뒤먹임 PID 제어기

뒤먹임 안정화 제어기는 그림 2-2처럼 튜닝값에 따라 정밀한 제어가 가능한 PID 제어기로 구성하였다. 다음절에서는 이러한 포 구동장치에 시간영역에서의 설계사양인 상승 시간과 정착시간을 조절할 수 있는 PID 제어기 동조 방법을 적용하여 LQR 가격함수의 가중치 요소인 Q와 R에 의해서 PID 제어기 파라미터가 정해짐을 보이고자 한다.

3. LQR 설계기법을 이용한 제어기 설계

시스템의 출력변수에 적분요소를 첨가하여 새로운 상태변수를 도입하여 출력제환을 가지는 LQR 최적제어방법을 PID 제어와 접목시키는 방법은 기본적으로 2차 시스템에 대해 설명된다[2,3].

3.1 LQR에 의한 PID 제어기 동조

$$\frac{d^2y}{dt^2} + a \frac{dy}{dt} + by = u(t) \quad (3)$$

출력변수에 적분요소를 첨가시킨 새로운 상태변수 $x(t)$ 는,

$$x(t) = \begin{bmatrix} \int_0^t y(\tau) d\tau \\ y(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{A}\vec{X} + \vec{B}u, \quad \vec{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -b & -a \end{bmatrix}, \quad \vec{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

LQR 가격함수 식 (6)을 최소화하는 $u(t)$ 는 식(7)과 같다.

$$J(u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\vec{X}^T \vec{Q} \vec{X} + u^2) dt; \quad \vec{Q} = \vec{Q}^T \quad (6)$$

$$u = -\vec{G}\vec{X} = -\vec{B}^T \vec{K} \vec{X} \quad (7)$$

여기서, \vec{G} 는 control gain matrix이고, \vec{K} 는 다음 식 (8)의 Riccati equation 해가 되는 optimal gain matrix이다.

$$\vec{K}\vec{A} + \vec{A}^T \vec{K} - \vec{K}\vec{B}\vec{R}^{-1}\vec{B}^T \vec{K} + \vec{Q} = 0 \quad (8)$$

$$\vec{K} = \begin{bmatrix} K_{10} & K_{11} & K_{12} \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad \vec{Q} = \begin{bmatrix} Q_{00} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

식 (7)의 최적제어형태는 PID 제어기가 된다.

$$\begin{aligned} u(t) &= -(K_{22} \frac{dy}{dt} + K_{21}y + K_{20} \int_0^t y(\tau) d\tau) \\ &= -K_c [y(t) + \tau_D \frac{dy}{dt} + \frac{1}{\tau_I} \int_0^t y(\tau) d\tau] \quad (10) \end{aligned}$$

Optimal gain K와 PID 계수와의 관계는 다음과 같다.

$$K_{20} = \frac{K_c}{\tau_I}, \quad K_{21} = K_c, \quad K_{22} = K_c \tau_D \quad (11)$$

Weighting matrix \vec{Q} 를 식 (8)에 대입하면, \vec{K} 에 관한 식으로 표현할 수 있고, 이렇게 구해진 식은 PID 제어기 파라미터가 된다. 자세한 유도는 문헌[2]를 참고한다.

$$\therefore K_c = K_{21}, \quad \tau_I = \frac{K_{21}}{K_{20}}, \quad \tau_D = \frac{K_{22}}{K_{21}} \quad (12)$$

$$\therefore [K_P \ K_I \ K_D] = [K_{21} \ K_{20} \ K_{22}] \quad (13)$$

3.2 ITAE 성능지수를 이용한 Q와 R의 결정

시스템의 성능을 나타내는 척도인 성능지수는 최소값인 최적값에 도달하도록 시스템의 매개변수를 조정해 준다. 큰 초기 오차보다 차후의 응답에서 발생하는 오차를 강조하는 ITAE(Integral of time multiplied by the absolute error)[4] 성능지수를 이용하여 시간영역에서 고유주파수 ω_n 에 의한 Q와 R을 결정하였다.

$$ITAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (14)$$

표 3-1. ITAE에 의한 최적계수

	Graham & Lathrop의 ITAE
n=2	$s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2$
n=3	$s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3$
n=4	$s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4$
⋮	⋮

2차 이상의 시스템에서 페루프 전달함수 $\mathcal{T}(s)$ 가 오버슈트를 갖도록 표현하면,

$$\mathcal{T}(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + \alpha\omega_n s^2 + \beta\omega_n^2 s + \omega_n^3} = \frac{\omega_n^3}{(s + \frac{1}{\gamma}\omega_n)(s^2 + p\omega_n s + r\omega_n^2)} \quad (15)$$

설계사양인 오버슈트를 만족하는 p, r 값을 ITAE 성능지수의 최적계수를 이용하여 결정하고 결정된 p, r 을 이용해 ω_n 에 대한 정규화된 그래프를 얻는다. 설계사양으로 주어진

정착시간(t_s), 정규화된 그래프에서 얻는 정착시간(t_m), 고유주파수(ω_n)에 대한 관계는 다음과 같고, ω_n 이 구해진다.

$$t_s = \frac{t_m}{\omega_n}, \quad \therefore \omega_n = \frac{t_m}{t_s} \quad (16)$$

ω_n 과 Q 와의 관계는 다음과 같다.

식 (5)에 $u(t) = -\overline{GX}$ 를 넣고, 페루프 시스템의 특성방정식 (25)와 동일한 차수의 ITAE 최적계수 식 (26)을 비교하면,

$$\text{특성방정식: } s^3 + (a + K_{22})s^2 + (b + K_{21})s + K_{20} \quad (17)$$

$$\text{ITAE } s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3 \quad (18)$$

$$\omega_n^3 = K_{20} = \sqrt{Q_{00}}, \quad 2.15\omega_n^2 = b + K_{21}, \quad 1.75\omega_n = a + K_{22} \quad (19)$$

위 식에서 Q_{00} , Q_{11} , Q_{22} , ($R=1$)를 계산할 수 있다. 즉, LQR의 가중치 요소 Q , R 은 고유주파수 ω_n 에 의해 결정되고, 식 (13)처럼 PID 최적계수인 K 가 구해진다.

3.3 포 구동장치의 전달함수에 적용

본 논문에서는 이러한 이론을 바탕으로 포 구동장치의 전달함수에 대하여 LQR을 이용한 PI/PID 제어를 설계하였다. 강체모델의 경우 제어를 포함한 페루프 극이 두 개가 되는 PI 제어기로 설계하였고, 강성모델의 경우 제어를 포함한 페루프 극이 네 개가 되므로 LQR로 정해진 네 개의 계수값 중 제어에 주된 영향을 미치는 계수 세 개를 구하여 PID 제어기로 설계하였다[5].

3.3.1 강체모델에 대한 1차 전달함수

$$-\frac{dy}{dt} + 3.831y = 0.3724u(t) \quad (20)$$

출력변수에 적분요소를 첨가시킨 새로운 상태변수 $x(t)$ 는,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3.831 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3724 \end{bmatrix} u(t) \quad (21)$$

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3.831 \end{bmatrix}, \quad \overline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3724 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$a = 3.831, \quad b = 0.3724$$

LQR 가격함수 식 (6)을 최소화하는 $u(t)$ 는 PD 제어기이다.

$$u(t) = -0.3724(K_{11}y(t) + K_{10} \int_0^t y(\tau) d\tau) \quad (23)$$

Optimal gain matrix K 와 Weighting matrix Q 는,

$$\overline{K} = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{10} \\ K_{10} & K_{11} \end{bmatrix}, \quad \overline{Q} = \begin{bmatrix} Q_{00} & 0 \\ 0 & Q_{11} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Q 를 식 (8)에 대입하면, K 에 관한 식으로 표현할 수 있다.

$$Q_{00} = b^2 K_{10}^2 \quad (25)$$

$$Q_{11} = b^2 K_{11}^2 - 2(K_{10} - aK_{11}) \quad (26)$$

페루프 시스템의 특성방정식과 ITAE 최적계수를 비교하면,

$$\text{특성방정식: } s^2 + (a + b^2 K_{11})s + b^2 K_{10} \quad (27)$$

$$\text{ITAE } s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2 \quad (28)$$

$$\omega_n^2 = b^2 K_{10}, \quad 1.4\omega_n = a + b^2 K_{11} \quad (29)$$

설계사양으로 상승시간과 정착시간을 고려하여 고유주파수 $\omega_n = 10 \text{ rad/s}$ 로 주면, LQR의 가중치 요소 Q 값이 결정되고 이 Q 값에 의해 PI 제어기의 최적계수 K 가 구해진다.

$$\overline{Q} = \begin{bmatrix} 72108.46 & 0 \\ 0 & -134.57 \end{bmatrix}, \quad \overline{K} = \begin{bmatrix} 10096 & 721.08 \\ 721.08 & 73.33 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\therefore [K_P \ K_I] = [73.33 \ 721.08] \quad (31)$$

3.3.2 강성모델에 대한 3차 전달함수

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 8.664 \frac{d^2 y}{dt^2} + 4817.3625 \frac{dy}{dt} + 18412.3371y = 680.2047u(t) \quad (32)$$

출력변수에 적분요소를 첨가시킨 새로운 상태변수 $x(t)$ 는,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -18412.3 & -4817.4 & -8.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 680.20 \end{bmatrix} u(t) \quad (33)$$

LQR 가격함수 식 (6)을 최소화하는 $u(t)$ 는 PID 제어기이고, 페루프 시스템의 특성방정식과 식 (42)의 ITAE 최적계수를 비교한다.

$$\text{ITAE } s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4 \quad (34)$$

설계사양으로 상승시간과 정착시간을 고려하여 고유주파수 ω_n 을 주어 구한 PID 제어기의 최적계수 K 는 다음과 같다.

$$\therefore [K_P \ K_I \ K_D] = [46.645 \ 3458.125 \ 0.284] \quad (35)$$

4. 시뮬레이션 수행결과 및 고찰

4.1 기동간 안정화의 경우

그림 3-1과 3-2는 시험차량이 RRC9 코스를 16KPH의 속도로 주행시험 하였을 때의 속도 PID 제어기의 안정화 시뮬레이션 결과이다. Ziegler-Nichols 동조방법과 LQR 최적제어방법을 각각 이용한 PID 제어기를 비교한 결과, LQR 최적제어방법을 이용한 경우의 안정화 성능이 0.1mil 정도 개

선되어 외란을 효과적으로 보상하고 있음을 볼 수 있다.

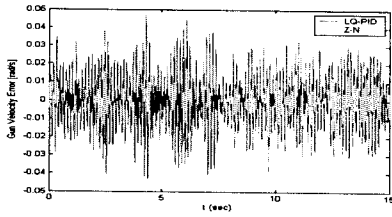


그림 3-1. 고저구동부 안정화 (속도오차)

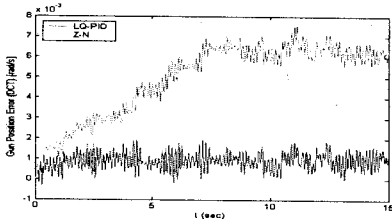


그림 3-2. 고저구동부 안정화 (DCT)

4.2 기동간 등속 표적 추종의 경우

등속 표적 추종에 대한 시물레이션은 차량의 진행방향과 수직으로 움직이는 표적을 발견하여 1초 후에 따라 가도록 가정하였다. 그림 3-3은 0.5rad/sec의 속도 명령을 주었을 때의 속도에 대한 비교이다. 그림에서 LQR 최적제어방법을 이용한 PID 제어가 추종하는 정도가 나아져 수렴속도 및 오차 크기에 있어서 더 좋은 성능을 가지고 최적 구동제어가 이루어지는 것을 볼 수 있다. 또한, 그림 3-4와 그림 3-5는 목표치에 도달하기까지의 과도상태에서 외란이 잘 억제되고, 1초에 속도오차, 위치오차가 크게 증가하였다가 빠르게 감소하여 정밀 구동제어가 이루어지는 것을 관찰할 수 있다.

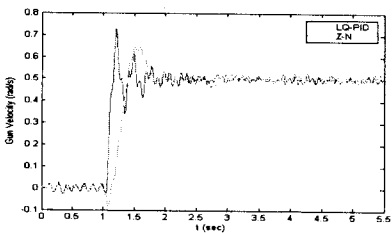


그림 3-3. 고저부 등속 표적 추종 (포 속도)

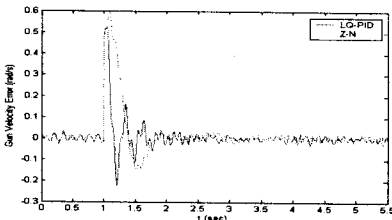


그림 3-4. 고저부 등속 표적 추종 (속도오차)

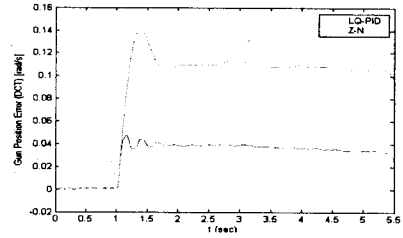


그림 3-5. 고저부 등속 표적 추종 (DCT)

5. 결론

본 논문에서 전기식 구동장치가 적용된 포 구동시스템에 대한 동력학 모델을 이용하여, 요구되는 외란에 대한 안정화 성능 및 속도 명령에 충실히 추종하는 성능과 강인성을 동시에 보장할 수 있는 제어기를 설계하였다. 시간영역에서의 설계사양인 상승시간과 정착시간을 조절할 수 있는 PID 제어기 동조 방법을 포 구동장치에 적용하여 LQR의 가역함수의 가중치 요소인 Q와 R에 의해서 PID 제어기 파라미터가 정해진다. 이러한 Q와 R의 선택은 설계사양에서 주어진 오버슈트에 만족할 수 있도록 ITAE 성능지수를 이용해서 시간영역에서 고유주파수에 의해 선정하였다. 또한 선정된 파라미터를 통해서 얻은 시물레이션을 바탕으로 설계사양에 부합할 수 있는 결과를 얻을 수 있었다.

제안된 LQR 접근방법으로 설계한 PID 제어기를 기존의 PID 제어기와 비교한 결과 목표치에 대한 응답성, 오버슈트, 외란에 대한 안정성 등이 개선됨을 확인하였다. 즉, Ziegler-Nichols 방법, 극배치법 등 기존의 방법[6]보다 오버슈트, 상승시간, 정착시간이 개선되었다. 이렇게 시물레이션 결과의 비교를 통하여 기존의 제어기에는 보장되지 못했던 최적화 및 강인성을 만족시킬 수 있으므로 제안한 최적 PID 제어기가 유용함을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] 유준, 강민식, 김지영 외 2인, "기동간 사격통제장치 성능/안정성 최적설계", 국방과학연구소 보고서, 2004. 1.
- [2] Y.P. Shin and C.J. Chen, "On the weighting factors of the quadratic criterion in optimal control", INT. J. Control, Vol. 19, No. 5, pp. 947-955, 1974.
- [3] J.B. He, Q.G. Wang and T.H. Lee, "PI/PID controller tuning via LQR approach", Chemical Engineering Science, Vol. 55, No. 13, pp. 2429-2439, 2000.
- [4] D. Graham and R.C. Lathrop, "The synthesis of "optimum" transient response: criteria and standard forms", AIEE Transactions, Vol. 72, Pt. II, pp. 273-288, November 1953.
- [5] R.T. Stefani, C.J. Savant, B. Shahian and G.H. Hostetter, Design of Feedback Control Systems, fourth edition, Oxford University Press, Chapter 5, 2002.
- [6] Karl Johan Astrom and Tore Hagglund, Automatic Tuning of PID Controllers, ISA, 1988.