

푸리에 급수를 이용한 단상 SRM 특성 해석

이중한, 이은웅, 김용현
충남대학교

Characteristic Analysis of Single Phase SRM Using Fourier Series

Jong-Han Lee, Eun-Woong Lee, Yong-Heon Kim
Chungnam National University

Abstract - The single phase switched reluctance motor(SRM) is more simpler and robust in the structure than poly phase SRM. It has the merits that it reduces the switching elements and the energy density per volume is very high. Recently, it has been researched and developed in various types and starting method due to the technique of power electronics and the computer added design.

This paper presents a analytical representation of the phase inductance of a single phase SRM, as function of position and current, taking into account the non-linearity of the magnetic circuit. the method is based on Fourier series expansion. Analytical expressions for the calculation of instantaneous phase inductance, flux linkage, coenergy and electromagnetic torque as a function of rotor position and winding currents are derived.

1. 서 론

단상 스위치드 리럭턴스 모터(SRM)은 다상 SRM에 비해 구조적으로 간단하고, 견고하며, 스위칭 소자의 수를 줄일 수 있을 뿐 아니라 단위 체적당 에너지 밀도가 높다는 장점을 갖고 있다. 최근 기동시의 문제점을 구조적으로 해결함과 동시에 전력전자 기술의 발달과 컴퓨터를 이용한 해석 및 설계 기술의 발달에 힘입어 활발하게 다양한 종류와 형태로 연구 개발되고 있으며 여러 산업 분야에 구동용으로 사용되고 있는 유도전동기의 대체용으로 적용하고자 하는 연구가 시도되고 있다.[1][2]

SRM은 사용된 자성재료의 비선형 특성에 많은 영향을 받기 때문에 회전시 높은 포화영역에서 운전하게 된다. 이 때문에 설계시 권선의 인덕턴스를 예측하거나 제어를 위해 인덕턴스를 수학적으로 표현하는데 어려움이 있다. 본 연구에서는 자기회로의 비선형성을 고려하여 회전자 위치와 전류에 대한 함수로써 SRM의 상인덕턴스를 푸리에 급수로 표현하고, 인덕턴스 프로파일을 통해 쇄교자속, coenergy 및 토오크 식을 유도하고자 한다.

2. 단상 SRM의 인덕턴스 측정

선행 연구를 통해 설계제작된 Disk형 단상 SRM시작기의 회전자 위치에 따른 쇄교 자속을 측정하여 자화곡선을 구한 후 인덕턴스 profile을 작성하였다.[3][4] 자화곡선을 구하기 위해 그림 1의 실험장치를 제작하였고, 회전자 위치에 대한 쇄교자속 측정값에 대해 식 (1)과 식(2)를 이용하여 인덕턴스 프로파일을 작성하였다. 본 실험에서는 회전자의 위치가 고정된 상태에서 실험을 했

기 때문에 식 (1)의 세 번째 항($i \frac{dL}{d\theta} \omega$)은 고려하지 않았다.

$$v = Ri + \frac{d\Psi}{dt} \\ = Ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{d\theta} \omega \quad (1)$$

여기서 v 는 권선의 단자전압, R 은 저항, i 는 전류, Ψ 는 쇄교자속, L 은 인덕턴스, ω 는 각속도이다.

$$\Psi = \int (v - Ri) dt \quad (2)$$

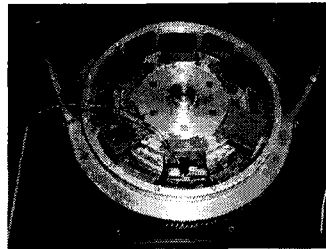


그림 1. 자속 측정 장치

그림 2는 단상 SRM의 회전자 위치에 대한 인덕턴스의 변화를 측정을 통해 구한 것이다.

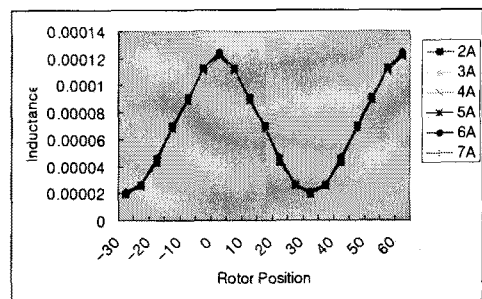


그림 2. 회전자위치에 대한 인덕턴스 변화

3. 인덕턴스 프로파일의 푸리에급수 전개

그림 2의 인덕턴스 프로파일에서 정렬된 위치(0°)에서 인덕턴스 최대값의 변화가 비정렬된 위치(30°)에 비해 큼을 알 수 있다. 또한 인덕턴스의 변화가 인가된 전류에 대한 회전자의 위치의 함수로 주기적인 변화를 보임을 알 수 있다. 이것은 인덕턴스의 변화를 푸리에 급수로 전개할 수 있음을 의미한다. 인덕턴스 변화를 푸리에 급수로 전개하기 위해 그림 3

처럼 회전자위치를 j 개의 직선성분으로 세분화하고, 회전자의 극피치의 반만큼 이동시키면 인덕턴스의 파형이 대칭이 되어 푸리에 급수는 오직 \cos 성분만 존재하게 된다.

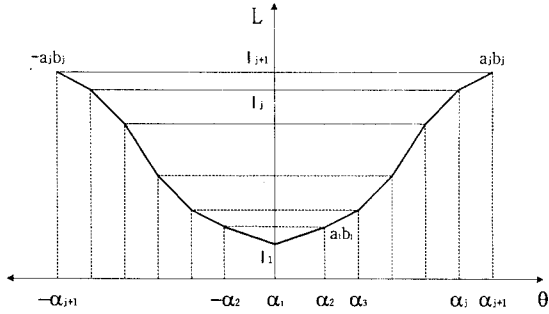


그림 3. 인덕턴스 프로파일의 세분화

그림 3의 인덕턴스를 회전자 위치에 대한 함수로 표현하면 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} L(\theta) &= -a_j \theta + b_j \quad (\theta < 0) \\ L(\theta) &= a_j \theta + b_j \quad (\theta > 0) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$a_j = \frac{L_{(j+1)} - L_j}{\alpha_{(j+1)} - \alpha_j}$$

$$b_j = L_j - a_j \alpha_j$$

l_j : j 번째 직선성분의 인덕턴스

그러므로, 단상 SRM의 인덕턴스는 식(4)과 같이 푸리에 전개식으로 표현할 수 있다.

$$L(\theta) = L_0 + \sum_{n=1}^{\infty} L_n \cos(nN_r \theta) \quad (4)$$

여기서, N_r : 회전자극수

상수항 L_0 는 식(5)와 같다.

$$\begin{aligned} L_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} L(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m \left(\int_{-\alpha_{(j+1)}}^{\alpha_j} (-a_j \theta + b_j) d\theta \right. \\ &\quad \left. + \int_{\alpha_j}^{\alpha_{(j+1)}} (a_j \theta + b_j) d\theta \right) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, T : 회전자극피치 ($T = \frac{2\pi}{N_r}$)

식 (5)의 초기항에서 직선성분의 개수를 m 개라고 가정하면 식(6)과 같이 간소화하여 정리할 수 있다.

$$L_0 = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m (l_{(j+1)} + l_j) (\alpha_{(j+1)} - \alpha_j) \quad (6)$$

고조파 차수에 대한 L_n 값을 구하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} L_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\theta) \cos(nN_r \theta) d\theta \\ &= \frac{2}{T} \sum_{j=1}^m \left(\int_{-\alpha_{(j+1)}}^{\alpha_j} (-a_j \theta + b_j) \cos(nN_r \theta) d\theta \right. \\ &\quad \left. + \int_{\alpha_j}^{\alpha_{(j+1)}} (a_j \theta + b_j) \cos(nN_r \theta) d\theta \right) \end{aligned} \quad (7)$$

L_0 값과 같이 인덕턴스 프로파일이 m 개의 직선성분을 갖는다고 가정하면 식 (7)은 식 (8)과 같이 간소화하여 정리할 수 있다.

$$L_n = \sum_{j=1}^m (l_{(j+1)} A_{(j,n)} - l_j B_{(j,n)}) \quad (8)$$

여기서,

$$A_{(j,n)} = \frac{2}{n\pi} \left[\sin(nN_r \alpha_{(j+1)}) + \frac{\cos(nN_r \alpha_{(j+1)}) - \cos(nN_r \alpha_j)}{nN_r (\alpha_{(j+1)} - \alpha_j)} \right]$$

$$B_{(j,n)} = \frac{2}{n\pi} \left[\sin(nN_r \alpha_j) + \frac{\cos(nN_r \alpha_{(j+1)}) - \cos(nN_r \alpha_j)}{nN_r (\alpha_{(j+1)} - \alpha_j)} \right]$$

이상에서 정의한 각 상수를 이용하여 단상 SRM의 인덕턴스 프로파일을 푸리에 급수로 전개하면 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} L(\theta) &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m (l_{(j+1)} + l_j) (\alpha_{(j+1)} - \alpha_j) \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sum_{j=1}^m (L_{(j+1)} A_{(j,n)} - l_j B_{(j,n)}) \right] \cos(nN_r \theta) \end{aligned}$$

식(9)는 회전자 위치를 종속변수로 갖는 인덕턴스의 함수이며, 인덕턴스의 회전자 위치에 대한 구간별 직선성분의 기울기가 종속변수에 포함되어 있다. 직선성분의 기울기는 그림 4와 같이 입력전류에 따라 결정된다. 결국, 단상 SRM의 인덕턴스는 각각의 회전자 위치와 전류에 의해 결정됨을 알 수 있다.

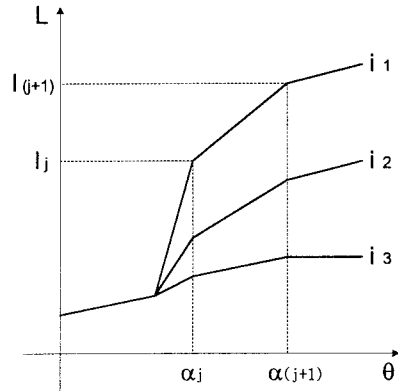


그림 4. 회전자 위치 대 인덕턴스 변화의 직선성분

4. 푸리에 급수에 의한 토오크식

그림 5는 단상 SRM의 시작기에 대해 각각의 회전자 위치에 대한 전류의 함수로 인덕턴스를 구한 것이다. 30은 회전자가 정렬된 위치에 놓여있을 때이며 전류의 함수로 결정되며, 인덕턴스의 변화와 일치함을 알 수 있다. 인덕턴스 대 전류의 곡선은 식 (9)에서 고정된 위치 α_j 에서 l_j 항에 해당된다. l_j 항을 전류의 함수에 대해 다시 해석적으로 표현하고, 다시 식 (9)에 대입하면 전류와 회전자 위치에 대한 인덕턴스 변화식을 구할 수 있다.

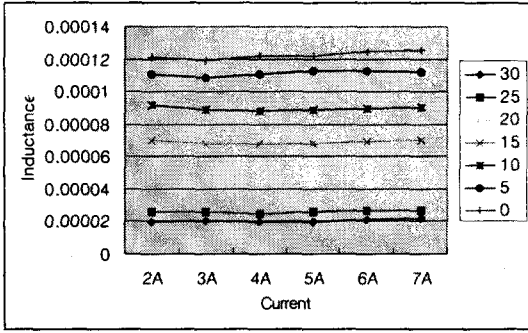


그림 5. 각 회전자 위치에 대한 전류대 인덕턴스

$l(i, \alpha_j)$ 의 함수를 얻기 위해서 전류대 인덕턴스 곡선을 식 (10)과 같이 3차원 다항식 형태의 polynomial fitting 방법을 사용하여 최적 데이터를 산출한다.

$$l_j(i, \alpha_j) = C_{3j} i^3 + C_{2j} i^2 + C_{1j} i + C_{0j} \quad (10)$$

결국, 식 (9)의 인덕턴스식을 회전자 위치와 전류에 대한 함수로 다시 표현하면 식(11)과 같다.

$$L(i, \theta) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m (l_{(j+1)}(i, \alpha_j) + l_j(i, \alpha_j)) (a_{(j+1)} - a_j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{j=1}^m (l_{(j+1)}(i) A_{(j,n)} - l_j(i) B_{(j,n)}) \right) \cos(nN_r \theta) \quad (11)$$

식 (11)로부터 회전자 위치와 전류에 대한 쇄교자속, coenergy, 토오크를 구하면 식 (12), 식 (13), 식 (14)와 같다.

$$\lambda(i, \theta) = L(i, \theta) i = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m \left(\frac{C_{3(j+1)} C_{3j}}{C_{0(j+1)} + C_{0j}} i^4 + \dots \right) (a_{(j+1)} - a_j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{j=0}^{\infty} (C_{3(j+1)} i^4 + \dots + C_{0(j+1)} i) A_{(j,n)} - (C_{3j} i^4 + \dots + C_{0j} i) B_{(j,n)} \right) \times \cos(nN_r \theta) \quad (12)$$

$$W(i, \theta) = \int_0^i \lambda(i, \theta) di = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^m \left(\frac{C_{3(j+1)} + C_{3j}}{5} i^5 + \dots \right) (a_{(j+1)} - a_j) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sum_{j=1}^m \left(\frac{C_{3(j+1)}}{5} i^5 + \dots + \frac{C_{0(j+1)}}{2} i^2 \right) A_{(j,n)} - \left(\frac{C_{3j}}{5} i^5 + \dots + \frac{C_{0j}}{2} i^2 \right) B_{(j,n)} \right) \times \cos(nN_r \theta) \quad (13)$$

$$T_e = \frac{\partial W(i, \theta)}{\partial (\theta)} = -n P_r \sum_{n=1}^{\infty} \left[\sum_{j=1}^m \left(\left(\frac{C_{3(j-1)}}{5} i^5 + \dots + \frac{C_{0(j+1)}}{2} i^2 \right) A_{(j,n)} - \left(\frac{C_{3j}}{5} i^5 + \dots + \frac{C_{0j}}{2} i^2 \right) B_{(j,n)} \right) \right] \times \sin(nN_r \theta) \quad (14)$$

이상의 결과식으로, 임의의 회전자 위치에서 동작 범위 내의 임의의 전류값이 주어지면 인덕턴스, coenergy, 토오크 등의 순시값이 구해짐을 알 수 있다. 그러므로 단상 SRM의 동작 특성을 파악하는데 있어 푸리에 급수를 사용하면 매우 편리함을 알 수 있다.

3. 결 론

본 연구에서는 자기회로의 비선형성을 고려하여 회전자 위치와 전류에 대한 함수로써 단상 SRM의 인덕턴스 프로파일을 푸리에 급수를 사용하여 표현하였다. 이 방법을 통해 쇄교자속, coenergy, 토오크 등을 회전자 위치와 전류의 함수로 계산하는 식을 유도하였다.

이와 같은 푸리에 급수에 의한 인덕턴스의 표현을 통해 정확도가 높은 특성 검증이 가능하고, 계산 시간도 절약할 수 있으며, 각각의 고조파 성분을 파악함으로써 기기의 토오크 발생을 정밀하게 분석할 수 있다. 또한 불필요한 고조파 성분을 선택함으로써 토오크 리플을 줄이는데 큰 도움을 얻을 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] 이중한 외 3명, "송풍기 구동용 단상 SRM의 이론적 설계 파라미터 산정", 대한전기학회 EMECS 춘계학술대회 논문집, pp.88-90, 2003
- [2] 이중한 외 2명, "극호비에 따른 단상 SRM의 토오크 특성 해석", 대한전기학회 하계학술대회 논문집, pp.690-692, 2003
- [3] 김준호, 이은웅, 오영웅, 이민명, 여삼경, "회전자 돌극형 단상 SRM에서 극호와 동극 길이가 토오크에 미치는 영향", 대한전기학회 EMECS 추계학술대회 논문집, pp. 107-109, 2001
- [4] 이충원, 이중한, 이은웅, 오영웅 □Disk형 단상 SRM의 기본 특성 해석을 위한 자화곡선 측정□, 대한전기학회 EMECS 춘계학술대회 논문집, pp.91-93, 2003
- [5] Miller T.J., "Switched Reluctance Motors and their control", Magma Physics Publishing and claredon press Oxford, 1993.