

3차원 유한 요소법을 이용한 팬용 압전 외팔보의 최적 설계

김병재, 노종석, 정현교
 서울대학교 전기역학 연구실

OPTIMAL DESIGN OF PIEZOELECTRIC CANTILEVER FOR FAN BY THREE-DIMENSIONAL FINITE ELEMENT METHOD

Byoung-Jai Kim, Jong-Suk Rho, Hyun-Kyo Jung
 School of Electric Eng. Seoul National Univ.

Abstract - 압전 외팔보의 구조가 갈수록 복잡해짐에 따라 더 정확하고 효과적인 압전체의 해석이 요구되어지고 있다. 본 논문에서는 3차원 직육면체요소를 이용한 유한요소법을 통해 압전 변환기를 해석하고, 이것을 실험적으로 검증함으로써, 3차원 유한요소법을 이용한 해석 프로그램의 타당성을 확인하였다. 또한 3차원 유한요소법을 이용해서 압전 외팔보를 해석하고, 이것을 실험 결과를 통해서 검증하였다. 그리고 압전 외팔보를 팬으로 적용하기 위해서 끝단에서의 최대 변위를 목적함수로 한 진화 전략 알고리즘을 적용하였다. 이를 통해서 팬용 압전 외팔보의 최적 설계를 수행하였다.

$$\begin{aligned} T &= c^E S - e^t E \\ D &= e S + \epsilon^t E \end{aligned} \quad (1)$$

- T : 응력 벡터
- S : 변형 벡터
- E : 전기장 벡터
- D : 유전 변위 벡터
- C^E : 기계 계수행렬식 (E =상수)
- ϵ^S : 유전상수 (S =상수)
- e : 압전상수

1. 서 론

압전 물질이 다양한 분야의 산업에 넓게 응용됨에 따라, 더 정확한 해석과 전기기계장치에 대한 효율적인 분석이 요구되어진다. 압전체의 해석 방법에는 Mason 모델을 이용한 1차원적인 해석 방법과 유한 요소법을 이용한 2차원 및 3차원 해석법이 있다. Mason 모델을 이용한 1차원적인 해석 방법은 복잡한 형상을 표현하는데 한계를 가지며[1] 또한 형상 최적 설계에 대한 제약을 가지므로 최근 유한요소법을 이용한 수치 해석 기법의 연구가 활발히 진행되고 있다. 간단한 형상을 가지며 소형화가 가능한 압전체는 초음파 모터, 압전 변압기 및 압전 외팔보 등 소형화 및 집적화가 요구 되는 산업 분야에 널리 응용되고 있다. 특히 소음이 없다는 장점을 가지는 압전 외팔보는 다양한 진동시스템에서 대체 액추에이터로서 압전 팬, 마이크로 펌프 및 데이터 저장 장치로 널리 응용되고 있다. 압전 외팔보 팬은 유동체의 흐름을 만들어 냉각에 사용하기 위해서 얇은 탄성체를 압전체를 이용해서 여자시킨다[2]. 기존의 압전 진동자로서의 압전 외팔보는 압전 현상에 의해 유도되는 작은 변위량으로 인해서 0.01-0.5°의 작은 편향각을 나타내게 된다[3]. 또한 압전체의 위치, 압전체와 탄성체와의 길이의 비 그리고 두께의 비 등을 포함하는 압전 외팔보의 최적 설계에 대해서는 알려진 바가 거의 없다.[2] 그러므로, 진화알고리즘을 적용하여서 끝단에서의 변위를 최대화하는 최적설계를 진행하였다. 설계 변수로는 압전체, 탄성체의 길이와 두께를 변수로 해서 총 4개의 변수에 대해서 최적화를 수행하였다. 본 논문에서는 압전 외팔보 팬의 최적설계를 수행하였고 최적화된 압전외팔보 팬의 변위해석을 통해서 그 타당성을 검증하였다.

2. 유한 요소 정식화

행렬식 (1)은 압전체에서 기계적인 물리량과 전기적인 물리량의 상관관계를 표현하는 식으로 압전체의 유한 요소 정식화의 기본이 되는 식이다[1].

해밀턴의 변분법을 압전체에 적용하면 아래와 같은 유한 요소법을 이용하여 압전체를 해석하기 위한 선형 차분 방정식을 얻을 수 있다[1]. 식 (2)에 나타난 각각의 행렬식은 참고문헌 [1]에 나타나 있다.

$$\begin{aligned} -\omega^2 M + j\omega D_{uu} u + K_{uu} u + K_{\phi\phi} \phi \\ = F_B + F_S + F_P \\ K_{\phi\phi}^t u + K_{\phi\phi} \phi = Q_S + Q_P \end{aligned} \quad (2)$$

- K_{uu} : 기계 계수 행렬식
- D_{uu} : 기계 감쇄 행렬식
- $K_{\phi\phi}$: 압전 결합 행렬식
- $K_{\phi\phi}^t$: 유전 계수 행렬식
- M : 질량 행렬식
- F_B : 기계적인 체적 힘
- F_S : 기계적인 면적 힘
- F_P : 기계적인 point 힘
- Q_S : 면전하
- Q_P : 점전하
- u : 기계적인 변위
- ϕ : 전위

3. 유한 요소 해석

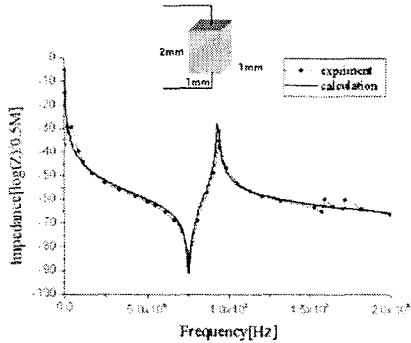
3.1 압전체의 임피던스 해석

압전체의 전기적인 임피던스는 임피던스 analyzer를 통해 실험적으로 쉽게 검증될 수 있는 물리량이며 또한 압전체의 임피던스 해석을 통해 압전체의 공진 특성 즉 공진 주파수와 반공진 주파수를 알 수 있다. 유한 요소법을 통한 임피던스 해석은 (3)과 같이 전극에서의 외부 전하량과 전위와의 비를 이용하여 계산된다[1].

$$Z(\omega) = \frac{\Phi(\omega)}{j\omega Q} \quad (3)$$

그림 1은 유한 요소법을 통해 구한 압전체의 전기적인 임피던스 파형과 실험에 의한 임피던스 파형의 비교를

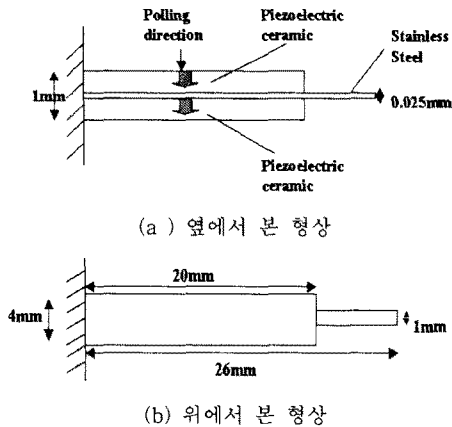
나타낸다. 또한 임피던스 파형 해석을 통해 그림 1의 시험 모델에 대한 공진 주파수와 반공진 주파수를 구할 수 있다. 유한 요소법을 이용한 해석 결과와 참고 문헌 [1]에서 인용된 실험 결과와 유사한 경향을 나타내므로 그림 1의 임피던스 파형은 본 논문에서의 유한 요소법 파형의 타당함을 보여준다.



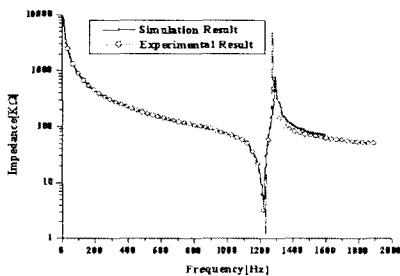
<그림 1. 임피던스 파형의 비교>

3.2 압전체의 임피던스 해석

그림 2는 압전 외팔보 팬의 해석프로그램의 타당성을 검증하기 위한 해석 모델이다.[2] 그림 3에서는 타당성이 검증된 압전체 유한 요소 해석 이용하여 압전 외팔보의 임피던스 해석의 결과를 나타낸다. 그림 3의 결과와 같이 3차원 유한 요소 해석을 통한 결과와 실험 결과가 거의 일치하는 것을 알 수 있으며 526Hz와 1.2KHz의 동작 주파수를 얻을 수 있다. 이 결과를 통해 실험적으로 검증된 3차원 유한요소법을 이용한 압전 외팔보 해석의 타당성을 검증하였다.



<그림 2. 압전 외팔보 팬의 해석 모델>

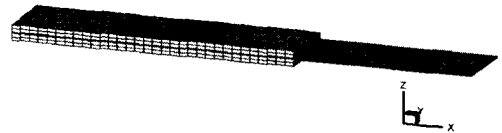


<그림 3. 실험결과와 시뮬레이션 결과비교>

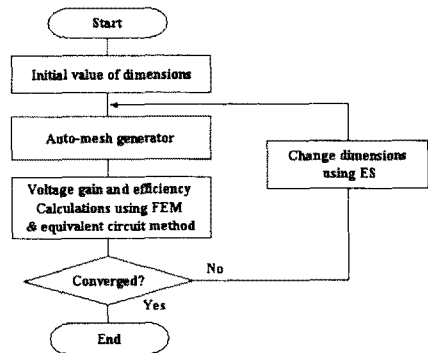
4. 최대 변위를 위한 최적 설계

4.1 진화 알고리즘 (Evolution Strategy)

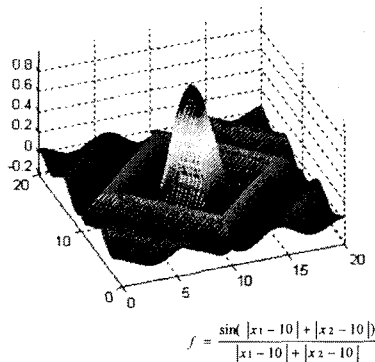
진화 알고리즘은 확률론적인 최적화 방법 중에서 신뢰성과 성능을 가장 잘 보장해주는 방법 중에 하나이다. 진화알고리즘은 자연계에서 일어나는 변화(mutation)와 선택(selection)을 최적화에 적용한 것이다.[4] 반복연산은 초기의 부모 군으로부터 시작되고, 자식군은 부모군의 매개변수를 수정함으로써 발생된다. 변화(mutation) 단계 후에 모든 자식 세대를 목적함수에 적용하여 계산하고 새로운 부모세대를 선택하기 위해서 계산된 값 중 가장 좋은 것을 선택한다. 이러한 진화 알고리즘을 압전 외팔보 팬의 최대 변위를 위한 최적 설계에 적용하였다. 설계변수는 압전체의 길이와 두께 그리고 탄성체의 길이와 두께로 두었고 끝단에서의 최대변위를 목적함수로 설계하였다. 그림 4는 자동요소분할 프로그램 (auto-mesh generator)를 이용한 압전 외팔보 팬의 형상을 보여주고, 그림 5에서는 진화알고리즘의 순서도를 보여준다. 그림 4에서의 압전 외팔보 팬은 압전체(16×4×0.5mm)와 탄성체(26×4×0.1mm)로 이루어져 있다. 그림 6과 Table 1은 진화 알고리즘 적용한 프로그램을 검증하기 위한 시험함수(Sinc Function)와 이 시험함수의 수렴 결과를 보여주고 있다. 이 수렴결과를 통해서 타당성을 검증할 수 있다.



<그림 4. 자동요소분할 프로그램을 통한 압전외팔보 팬>



<그림 5. 진화 알고리즘의 순서도>



<그림 6. 시험 함수(Sinc Function)>

Table 1
Sinc Function의 수렴 결과

x_1 의 초기치	x_2 의 초기치	x_1 의 수렴값	x_2 의 수렴값	반복 횟수
9	11	10.001360	10.024390	4
16	13	9.990341	9.978443	5
4	6	9.990341	9.978443	5
13	18	9.990341	9.978443	5
2	19	9.990341	9.978443	5

함수 f의 목적값은 1

4.2 최대 변위를 위한 최적 설계

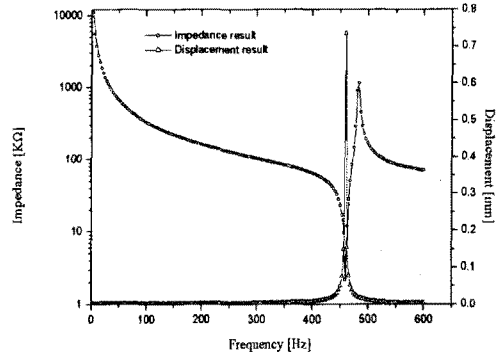
이미 언급한 것과 같이 압전 외팔보의 응용분야가 확대됨에 따라서 응용분야에 맞는 최적설계가 요구된다. 압전 외팔보의 최적설계는 수식을 통해서도 가능하지만, 복잡한 형상을 정확하게 고려하기 어렵고, 유한요소법에 비해 더 많은 시간을 요구한다. 본 논문에서는 진화 알고리즘을 적용하여서 매우 빠르고, 정확하게 최적화를 진행하였다. Table II는 최적화에서 4개의 변수에 대한 초기치와 변화 범위를 제시하고 있다. 그리고 Table III는 진화 알고리즘의 수행 결과를 보여주며, 최적화 진행시에 압전 외팔보에 인가된 전압은 1V이다. 또한 반복 횟수는 200회이다. 이러한 최적화를 통해서 최대 변위를 가지는 압전 외팔보 팬의 최적 형상은 29.9×4×0.407mm이다. 또한 최적화된 압전 외팔보의 주파수에 따른 임피던스 특성과 변위 특성은 그림 7에서 보여주고 있다. 이 모델의 공진 주파수는 459Hz이고 이때의 최대 변위는 7.36E-04임을 확인할 수 있다.

Table II
압전 외팔보 팬 형상의 초기값과 변화범위

	초기값	최소값	최대값
압전체의 길이(mm)	16	12	20
압전체의 두께(mm)	0.5	0.1	1.3
탄성체의 길이(mm)	26	22	30
탄성체의 두께(mm)	0.6	0.1	1

Table III
압전 외팔보 팬 형상에 따른 변위(인가전압 1V)

압전체의 길이(mm)	압전체의 두께(mm)	탄성체의 길이(mm)	탄성체의 두께(mm)	변위량(m)
16	25	0.5	0.6	1.37E-7
14.1	27.95	0.207	0.604	6.5151E-07
14.15	28.05	0.173	0.344	7.4811E-06
19.39	29.92	0.229	0.221	1.0604E-05
19.75	29.99	0.163	0.133	5.7458E-04
19.85	29.97	0.167	0.147	5.8481E-04
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
19.8	29.8	0.169	0.123	6.1327E-04
18.99	29.72	0.142	0.144	6.358E-04
19.69	29.84	0.369	0.204	6.908E-04
19.91	29.9	0.152	0.103	7.36E-04



<그림 7. 최적된 모델의 시뮬레이션 결과>

3. 결 론

본 논문에서는 3차원 직육면체 유한 요소법을 이용하여서 압전 변환기의 임피던스 해석을 하였고, 프로그램의 타당성을 실험 결과를 통해서 검증하였다. 또한 3차원 직육면체 유한 요소법을 이용해서 압전 외팔보의 임피던스 해석을 수행하였고, 그 결과를 실험결과[2]를 통하여 검증하였다. 그리고 끝단에서의 최대 변위를 가지는 압전 외팔보 팬을 설계하기 위해서 진화 알고리즘을 해석 프로그램에 적용하였고, 이를 통해서 압전 외팔보 팬의 최적화를 수행하였다. 이러한 결과를 통해서, 냉각 팬으로써의 압전 외팔보의 적용 가능성을 확인하였고, 압전 외팔보 팬의 최적 설계 기법을 구축하였다. 현재는 압전체의 위치와 커플링 계수 등 좀더 많은 변수들을 고려할 수 있는 최적화 연구를 진행하고 있다.

[참 고 문 헌]

- [1]Reinhard Lerch, "Simulation of Piezoelectric Devices by Two and Three Dimensional Finite Elements", IEEE. Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, vol. 37, pp. 233-247, May 1990. J.
- [2]Philipp Burmann, Arvind Raman, and Suresh V. Garimella, "Dynamics and Topology Optimization of Piezoelectric Fans", IEEE. Transaction on Components And Packaging Technologies, vol. 25 No. 4, DECEMBER 2003
- [3]Kui Yao, Kenji Uchino "Analysis on a composite cantilever beam coupling a piezoelectric bimorph to an elastic blade" Sensors and Actuators A89(2001)
- [4]T. Bäck, "Evolutionary Algorithms in Theory and Practice", Oxford, U.K.: Oxford Univ. Press, 1996