

분산 자기 회로를 이용한 베어링리스 모터의 모델링

노명규* (충남대 메카트로닉스 공학과), 박수진(충남대 대학원), 박창용(충남대 대학원) **

Modeling of a bearingless motor using distributed magnetic circuit

M.Noh (Mechatronics Eng, CNU), S. J. Park (Mechatronics Eng, CNU),
C. Y. Park (Mechatronics Eng, CNU)

ABSTRACT

Bearingless motors are the rotational electric machine which utilize a common magnetic structure for rotation and magnetic suspension. Since the bearing function is combined with the motor, the shaft length can be shortened resulting in higher critical speeds. Relationship between suspension force and current of bearingless motor is clearly derived by prior research. However, relationship between displacement of rotor and suspension force is not precisely defined. In this paper, we present model of bearingless motor describing the radial force variation due to the movement of the rotor. Using a distributed magnetic circuit and maxwell stress tensor, we derived a mathematical expression for the radial force. For a slotless bearingless motor, we are able to find an analytical model presented in the form of stiffness. For a slotted motor, we can compute the stiffness by semi-analytical analysis. This model is validated by a finite-element-analysis.

Key Words : Magnetic bearing(자기 베어링), Bearingless motor(베어링리스 모터), Open loop stiffness

1. 서론

공작기계나 산업기계의 최근 발전 추세는 출력 증대 및 생산성 향상을 위한 고속화와 소형화이다. 이를 가능하기 위한 방법으로 자기 베어링이 개발되었다. 자기 베어링의 장점은 기계적인 접촉이 없고 윤활이 필요하지 않으며, 마모가 없어서 고속회전이 가능하며, 제어기를 통하여 회전체의 동역학적 특성을 능동적으로 변화시킬 수 있는 장점이 있다. 그러나 자기베어링을 사용하는 모터의 단점은 Fig. 1(a)와 같이 모터 양단에 자기 베어링이 위치하게 되므로 회전축 방향으로의 길이가 길어진다는 것이다. 이것은 회전속도를 증가시키는데 제한을 받는 치명적인 단점을 야기한다. 이를 해결하기 위한 방법으로 고안된 것이 베어링리스 모터의 사용이다. Fig. 1(b)와 같이, 베어링리스 모터란 회전자와 고정자로 이루어진 자성 구조물을 통해 회전력과 부상력을 동시에 얻음으로써 자기 부상된 회전을 가능하게 하는 기계이다. 이 베어링리스 모터는 기존의 자기 베어링에 비해 축 길이가 줄어들어 회전 속도를 높일 수 있으며 소형화가 가능하다는 장점이 있다. 베어링리스 모터를 설계하기 위한 첫 번째 단계는 베어링리스 모터의 수학적 모델

을 도출하는 것인데, 기존의 연구에서 부상용 전류와 부상력의 관계는 잘 정립되어 있다. 그러나, 회전자의 변위에 따른 부상력의 변화는 명확히 정의되어 있지 않다.

본 논문의 목적은 부상용 전류와 부상력의 관계를 이용하여 베어링리스 모터의 회전과 부상 실험을 동시에 수행하여 증명한다. 또한 일관된 수학적 모델을 정립하고 회전자의 편심으로 인하여 발생하는 open loop 자기력의 관계를 규명하는 것이다. 분산 자기 회로 이론을 이용하여 회전체의 움직임에 따른 부상력의 변화를 슬롯의 있는 경우와 없는 경우를 고려하여 스프링계수의 형태로 모델링하였다. 또한 수치 해석적인 방법과 유한 요소 해석을 통하여 Open loop stiffness 를 검증하였다.

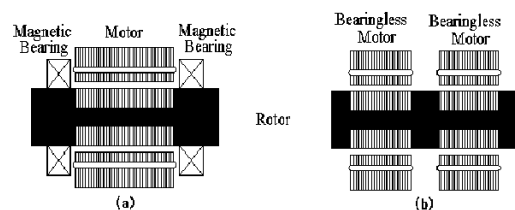


Fig. 1 (a) magnetic bearing (b) bearingless motor

2. 베어링리스 모터

2.1 베어링리스 모터의 설계

본 논문에서 다루는 베어링리스 모터는 회전용 권선과 부상용 권선이 동일한 고정자에 장착된다. 본 논문에서 사용되는 회전자는 4 극 영구자석을 축 외부에 붙인 형태인 PM 타입 모터이다.

Fig.2 는 논문에 쓰인 고정자의 권선 형태를 나타내고 있다. 2 극의 부상용 권선과 4 극의 회전용 권선이 같은 고정자에 장착되어 있음을 볼 수 있다. 회전용 권선의 전류와 회전 토크의 관계는 일반적인 BLDC 모터에서와 같이 기술될 수 있다. 부상용 권선의 전류와 부상력의 관계는

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = M^t i_m \begin{bmatrix} \cos 2\omega t, \sin 2\omega t \\ \sin 2\omega t, -\cos 2\omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

와 같이 주어진다[1]. 이 관계를 이용한 부상제어기의 구조는 Fig.3 에서 볼 수 있다.

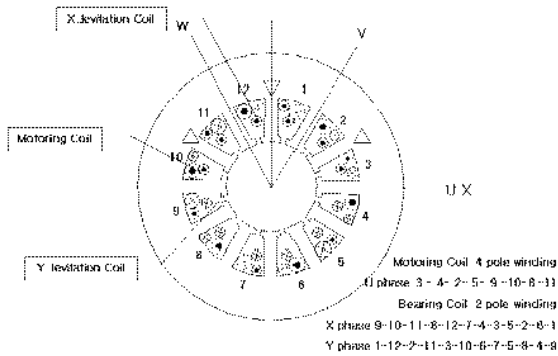


Fig. 2 Winding pattern of bearingless motor

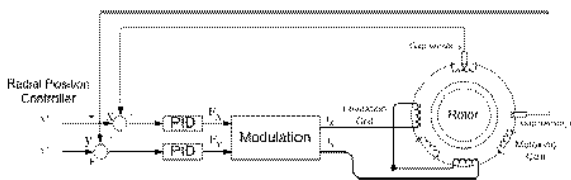


Fig. 3 Control Algorithm of bearingless motor system

2.2 베어링리스 모터의 부상 실험 및 결과

MATLAB Simulink 로 제어기를 구성하고 dSPACE 1104 를 이용하여 PID 제어하여 베어링리스 모터를 구동하였다.

Fig 4 과 Fig 5 은 회전자가 2400rpm 으로 회전 시 결과이다. Fig 4 는 회전자가 한바퀴 돌았을 때 자취를 보여 주고 있으며, Fig 5 는 각도에 따른 회전자의 XY 축 변위이다. 오차가 약 0.1mm 안쪽으로

구동함을 볼 수 있다. X 축 부상이 Y 축 부상보다 안정적으로 구동함을 볼 수 있다. 그 이유는 실험한 축이 가로로 놓여진 상태에서 부상실험을 수행하여 Y축으로 중력의 영향을 받았기 때문이다.

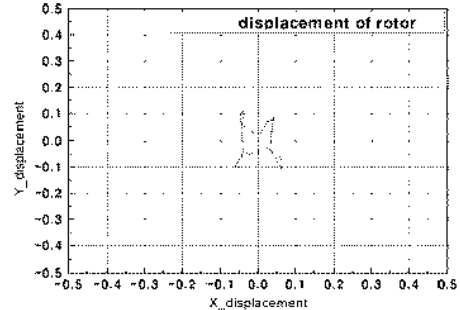


Fig. 4 XY Levitation of rotor (gap:0.5mm,2400rpm)

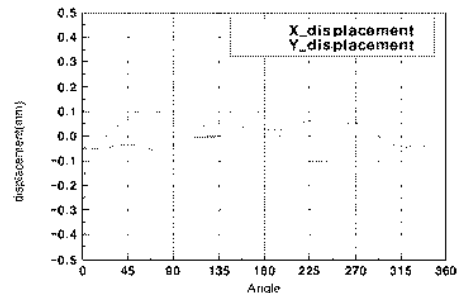


Fig. 5 Levitation and Rotation of rotor displacement (2400rpm)

3. 변위와 부상력의 관계

앞 절에서 논했듯이 전류와 부상력의 관계는 잘 정립되어 있으나 회전자와 부상력의 관계는 미흡하다. 따라서 본 장에서는 회전자의 변위와 부상력의 관계를 수학적으로 정립하고자 한다. 회전자의 변위와 부상력의 관계는 스프링 계수의 형태로 표현할 수 있다. 본 논문에서는 슬롯이 없는 타입의 모터와 슬롯이 있는 모터에 대해 이 관계를 규명하도록 한다.

3.1 Slotless Motor

Slotless 모터에서 회전자의 변위와 부상력의 관계를 해석적으로 규명하기 위해 영구자석을 푸리에 급수로 표현하여, 회전체의 회전각에 따른 회전 위치에서의 자속 밀도를 실제 영구자석의 분포와 같이 수학적으로 모델링할 수 있다. Fig. 6 과 같이 펼쳐진 형태로 영구자석의 자속 분포를 사각파형으로 나타내며, 이에 상응하는 푸리에 급수는 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$f_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 4F_m}{n\pi} \cos 2n\eta \quad (2)$$

여기에서 F_m 은 영구자석의 최대 기자력이다.

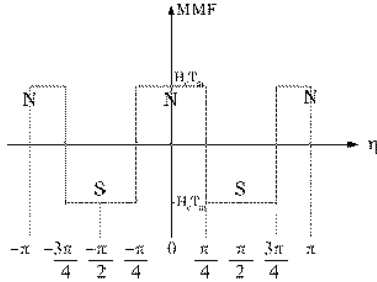


Fig. 6 Magnet flux distribution

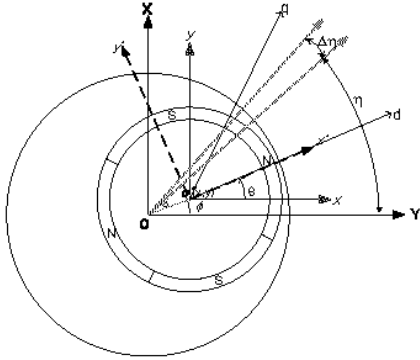


Fig. 7 Coordinate system of simple bearingless motor

식 (2)에서 1 차항(fundamental term)만 고려하면 임의의 각에 따라서 영구자석의 기자력은 식(3)와 같이 표현될 수 있다.

$$f_m(\eta) = \frac{4}{\pi} H_c T_m \cos 2\eta \quad (3)$$

slotless 모터에서 공극은 Fig. 7의 좌표계를 이용하여 임의의 각도에 대해 식(4)과 같이 표현할 수 있다.

$$g(\eta) = g_e - e \cos(\eta - \phi) \quad (4)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{x}{y}, \quad e = \sqrt{x^2 + y^2}$$

여기에서 e 는 고정자의 중심과 회전자 중심 사이의 거리를 말한다. 또한 기계적인 공극과 영구자석을 고려한 유효공극은 g_e 는 다음과 같다.

$$g_e = K_c(R - r), \quad g_e = \text{constant} \quad (5)$$

K_c 는 실제 고정자의 슬롯을 고려한 카터 계수로서 실제의 전기적인 유효 공극길이를 계산하기 위하여 사용하였다. R_s 는 고정자의 안쪽 반지름, R_r 은 회전자 바깥쪽 반지름이다. 식 (5)을 살펴보

면, 설계한 모터로부터 구할 수 있는 값들이므로 g_e 는 상수임을 알 수 있다.

임의의 각도 η 에서 $\Delta\eta$ 만큼의 조각에 대해 자기 회로를 그리면 Fig.8와 같다.

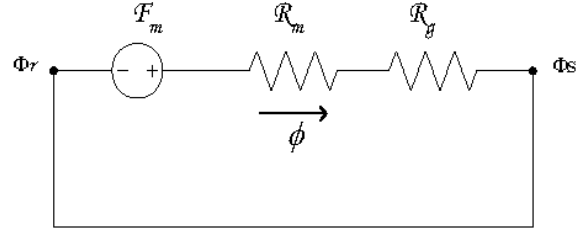


Fig. 8 Equivalent magnetic circuit based on Distributed-parameter Approach

Fig.8에서 정의한 변수는 다음과 같다. 고정자와 회전자의 유전율이 무한대라고 가정하면, $\Phi_s = \Phi_r$ 이다. Fig.8을 자기회로 이론을 이용하여 해석하면 공극에서 자속 밀도 수식을 유도할 수 있다.

$$F_m = \phi(\mathcal{R}_m + \mathcal{R}_g) \quad (6)$$

$$\phi = A_g B_g, \quad \mathcal{R}_m = \frac{T_m}{\mu_m A_m}, \quad \mathcal{R}_g = \frac{g_e}{\mu_0 A_g} \quad (7)$$

$$F_m = A_g B_g \left(\frac{T_m}{\mu_m A_m} + \frac{g_e}{\mu_0 A_g} \right) \quad (8)$$

$\Delta\eta$ 는 아주 작은 각도이므로 영구자석의 단면적과 공극의 단면적은 같다고 가정할 수 있다. 따라서 식 (9)와 같이 간략화 할 수 있다.

$$F_m = B_g \left(\frac{T_m}{\mu_m} + \frac{g_e}{\mu_0} \right) \quad (9)$$

만약 $\mu_m \approx \mu_0$ 이라면, 공극의 자속밀도 식(9)는 식 (10)으로 정리된다.

$$B_g = \frac{\mu_0}{g_e + T_m} F_m \quad (10)$$

최종적으로 맥스웰 형태의 힘을 구하는 방법으로 반경방향의 힘을 구할 수 있다.

$$\vec{F} = \frac{1}{2\mu_0} \int_S B_g^2 \vec{n} ds \quad (11)$$

여기서 S 는 공극의 단면적이다. 임의의 각에서 공극의 단면적은 회전자의 축 방향 길이와 호의 길이의 곱으로 식 (12)로 표현한다.

$$s = R_r L d\eta \quad (12)$$

따라서 X, Y 방향의 힘은

$$F_x = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} B_g^2 \cos \eta R_r L d\eta \quad (13)$$

$$F_y = \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} B_g^2 \sin \eta R_r L d\eta \quad (14)$$

로 표현할 수 있다. 또한, 회전자의 변위에 따라 부상력의 관계를 스프링계수 형태로 표현하면 (15), (16)와 같다.

$$K_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial x} \Big|_{x=0, y=0} \quad (15)$$

$$K_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y} \Big|_{x=0, y=0} \quad (16)$$

식(2)의 1 차 항만을 고려하여 slotless 형태의 모터에 대해 식(14), (15)를 해석적으로 구하면,

$$K_{xx} = \frac{8R_r L t_m^2 B_r^2}{\mu_0 \pi^2 (g_e + t_m)^3} \quad (17)$$

$$K_{yy} = \frac{8R_r L t_m^2 B_r^2}{\mu_0 \pi^2 (g_e + t_m)^3} \quad (18)$$

$$K_{xy} = K_{yx} = 0 \quad (19)$$

이 된다.

3.2 Slotted Motor

슬롯이 있을 경우, 회전자의 편심과 슬롯의 길이를 고려하고, 슬롯이 12 개 일 때 임의의 각 $\Delta\eta$ 에 따라 공극은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$g(\eta) = \begin{cases} g_e - e \cos(\eta - \phi) + d, & -\frac{\pi}{18} \leq \eta < \frac{\pi}{18} \\ g_e - e \cos(\eta - \phi), & \frac{\pi}{18} \leq \eta < \frac{\pi}{9} \\ g_e - e \cos(\eta - \phi) + d, & \frac{\pi}{9} \leq \eta < \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (20)$$

이와 같은 공극의 변화로 인해 slotless 형태처럼 해석적으로 결과를 얻는 것이 불가능하다. 따라서 x, y 방향의 각각 open loop stiffness 는 식 (21), (22)와 같이 수치해석적으로 구할 수 있다.

$$K_{xx} = \frac{\partial F_x}{\partial x} \Big|_{x=0, y=0} \quad (21)$$

$$= \frac{8R_r L t_m^2 B_r^2}{\mu_0 \pi^2} \int_0^{2\pi} \cos^2(2\eta - 2\theta) \cos^2 \eta \frac{2}{(g(\eta) - t_m)^3} d\eta$$

$$K_{yy} = \frac{\partial F_y}{\partial y} \Big|_{x=0, y=0} \quad (22)$$

$$= \frac{8R_r L t_m^2 B_r^2}{\mu_0 \pi^2} \int_0^{2\pi} \cos^2(2\eta - 2\theta) \sin^2 \eta \frac{2}{(g(\eta) - t_m)^3} d\eta$$

3.3 결과 및 고찰

앞서 유도한 해석적 방법과 수치 해석적 방법을 적용하여 Table.1 에 나와 있는 베어링리스 모터에 대해 Kxx 와 Kxy 를 구하였다. 그 결과를 Table.2 에 정리되어 있으며, 유한 요소 해석 결과와 비교하였다. 유한 요소 해석은 공용 해석 프로그램인 FEMM[4]을 통하여 2 차원 전자기장 해석을 통해 수행하였다. 수행 방법을 설명하면, 스프링 계수를 구하기 위해 회전자의 변위를 각 방향으로 0.01mm 씩 움직이고 그 때의 각 방향 힘을 해석하였다. 즉, 회전자의 변위에 따른 힘의 크기를 직선으로 나타내었을 기울기가 스프링계수로 표현된다.

Table 1 Design parameters of the bearingless motor

parameter	기호설명	크기
축방향 길이	L	48mm
고정자 안쪽 반지름	R _s	12mm
회전자 바깥쪽 반지름	R _r	11.5mm
영구자석의 두께	t _m	2mm
영구자석 잔류자속 밀도	B _r	1.3T
공기의 투자율	μ ₀	4*10 ⁻⁷ H/m
슬롯의 깊이	d	11.5mm

Table.2 Open loop stiffness

	K _{xx}	K _{xy}
Analytical(slotless)	86325	0
Numerical(slotted)	76308	0
FEM	78339	35

Table.2 에서 보는 바와 같이 수치 해석적인 방법으로 해석한 결과가 유한 요소 방법으로 해석한 결과에 더 근접함을 알 수 있다. 그리고, 자기회로 이론을 이용한 해석적인 방법으로 분석한 결과가 FEM 결과값보다 더 크다. 그 이유는 회전자와 고정자의 릴럭턴스가 고려되지 않았으며, 자석과 공기의 투자율이 같다고 가정하였기 때문이다.

4. 결론

본 논문에서는 부상용 코일의 전류와 부상력의 관계를 이용하여 베어링리스 모터의 회전과 부상 실험을 완벽하게 제어하였다. 또한 일관된 수학적 모델을 정립하고 회전자의 편심으로 인하여 발생하는 open loop 자기력의 관계를 규명하였다. 그리고, 분산 자기 회로 이론을 이용하여 회전체의 움직임에 따른 부상력의 변화를 슬롯의 있는 경우와 없는 경우를 고려하여 스프링계수의 형태로 모델링하였다. 또한 그 결과를 수치 해석적 방법과 유한 요소 해석을 통하여 검증하였다.

회전자 변위에 따른 부상력의 변화를 유한 요소 해석을 통해 정확히 구할 수 있으나 이는 많은 계산 시간이 필요하다. 베어링리스 모터에서 슬롯 영향을 카터 계수로 고려하고 슬롯리스 모터에 대한 해석적인 결과를 통해 간단하게 open-loop stiffness 를 구함으로써 베어링리스 모터의 기초 설계에 사용할 수 있을 것으로 판단된다.

참고문헌

1. M.Oshima, S.Miyazawa, T.Deido, A.Chiba, F.Nakamura, T.Fukao, Oct.1994 "Characteristics of a permanent magnet type bearingless motor." Industry Applications Society Annual Meeting, Conference Record of the IEEE, vol.1, 2-6, pp196-202
2. 정민경, "베어링리스 BLDC 모터 시스템 설계", 충남대학교, 석사학위 논문, pp20, 2003
3. 한아름, "베어링리스 모터의 수학적 모델링", 충남대학교, 석사 학위 논문, pp. 46-53, 2003.
4. <http://femm.foster-miller.com/>