

# Linear Motor 이송계의 진동 최소화를 위한 이송속도 최적화

최영휴\*, 홍진현+, 최응영+, 김태형\*\*, 최원선\*\*

## A Study on the Feed Rate Optimization of a Linear Motored Feed Drive System for Minimum Vibrations

Young Hyu Choi\*, Jin Hyun Hong+, Eung Young Choi+ , T. H. Kim\*\*, W. S. Choi\*\*

### Abstract

Linear motor feed drive systems have been broadly used in machine tools or precision automatic feed systems. Recently, modern machine tools require high speed and high precision feed drive system to achieve high productivity. Unfortunately, a feed drive system, even though it was optimum designed, may experience severe transient vibrations during high-speed operation if its feed rate control is unsuitable. A rough feed rate curve having discontinuity in its acceleration profile causes a serious vibration problem in the feed slides system. This paper presents a feed rate optimization of a machine tool feed slide system, which is driven by a linear motor, for its minimum vibrations. Firstly, a 4-degree-of-freedom lumped parameter model is proposed for the vibration analysis of a linear motor driven machine tool feed drive system. Next, a feed rate optimization of the feed slide is carried out for minimum vibrations. The feed rate curve optimization strategy is to find out the most appropriate acceleration profile with jerk continuity. Of course, the optimized feed rate should approximate to the desired one as possible. A genetic algorithm with variable penalty function was used in this feed rate optimization.

**Key Words :** Machine Tool(공작기계), Feed Drive System(이송 시스템), Lumped Parameter Model, Linear Motor, Feed Rate, Optimization(최적화), Genetic Algorithm( 유전 알고리즘).

## 1. 서론

최근 CNC공작기계의 고속·고정밀화가 요구됨에 따라 이동이 부드럽고 마찰이 거의 없는 선형 모터(Linear Motor)를 이송기구로 사용하고 있다. 하지만 이러한 고속화가 진행됨에 이송계의 진동문제가 발생하여 정밀도 저하가 초래된다. 이러한 이송계의 진동을 저감시키기 위해 이송시스템을 구성하고 있는 이송계의 동적특성을 초기의 설계단계에서부터 최적화 한다. 그럼에도 불구하고 운전중에 적절한 속도제어가 되지 못하는 경우 관성 충격력에 의해서 과도한 진동이 발생할 수 있다.

이송 모터속도제어 입력에 대응되는 가속도 선도가 불연속적이면 관성 충격력이 발생되어 이송계의 과도진동이 초래된다. 본논문에서는 이러한 관성 충격력에 의한 이송계 진동을 최소화하기 위한 모터속도제어입력 최적화 방법을 제안한다. 입력가속도선도에서의 불연속점들을 연속이면서 부드러운 커브로 만들어 줌으로써 이송계의 진동을 줄이려고 한다

\* 주저자, 창원대학교 기계설계학과 (yhchoi@changwon.ac.kr)  
주소: 139-743 서울시 노원구 공릉2동 172  
+ 창원대학교 기계설계 대학원  
++ 대우종합기계(주)

## 2. 이송계의 진동해석

### 2.1 수학적 모델링

Fig. 1은 이송계의 진동해석을 위해 리니어 모터에 의해 이송되는 이송계를 4자유도의 운동계로 모델링하였다.

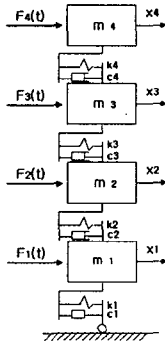


Fig. 1. Mathematical model of a feed drive system

이송계의 수학적 모델링을 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- (가) 이송운동은 평면 내에서 일어난다.
- (나) 리니어 모션 블록은 선형 스프링이다.
- (다) 가이드 레일과 리니어 모션 블록 사이의 마찰은 무시할 수 있다.
- (라) 실제로는 이송계가 이송되지만 수학적 모델에서는 가이드 레일이 이송계의 이송 방향과 반대방향으로 이송 된다고 가정하고, 대신 이송 감가속도에 따른 관성력이 이송계에 증가의 외력으로 작용하는 것으로 간주한다.
- (마) 가이드 레일은 굴곡이 없다.

### 2.2 운동방정식

Fig. 1의 수학적 모델링에서 4자유도 모델에 대한 운동방정식을 유도하여 행렬식으로 나타내면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (1)$$

여기서  $M, C, K$ 는 각각 시스템의 질량 관성, 감쇠, 강성 계수행렬이다. 그리고  $\{x\} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]$ 는 운동

자유도 벡터이고, 이송 감가속도에 따름 관성력을 증가의 외력으로 간주했을 때 가진력

$\{F\} = [F_1 + F_{deten} \ F_2 \ F_3 \ F_4]$ 이고, 이 때  $F_{deten}$ 은 electro-magnetic force에 의한 입력 힘 항이다.

이송체의 이송 중 진동을 해석하기 위하여 이송체가 Fig.2(a)와 같이 이송되며, (b)와 같은 사다리꼴 형태의 속도 선도로 제어되는 경우를 해석하였다. 이 속도선도를 미분하면, (c)와 (d)의 가속도, 저크 선도를 얻게 된다.

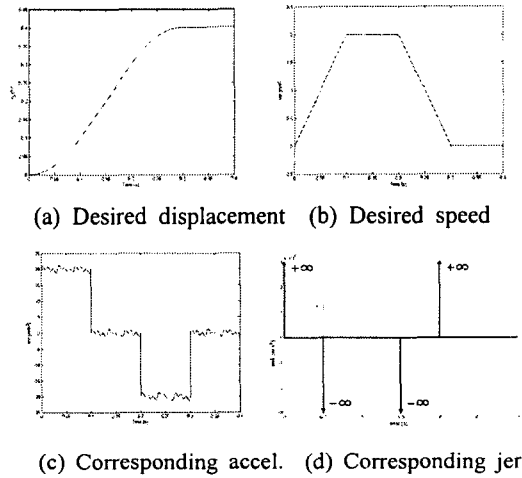


Fig.2 Desired displacement, driving motor speed, acceleration, and jerk control input

가속도 선도에서 보면 4지점에서 불연속점들을 갖는 것을 알 수 있다. 불연속점들에 의해 미분이 불가능하게 되고, 무한대의 저크 값을 가지게 된다. 이러한 무한대의 저크 값에 의해 발생하는 관성 충격력 때문에 이송계의 진동이 유발되게 된다.

본 연구에서는 이러한 불연속 구간들을 연속이며 미분 가능한 구간으로 변화시킴으로서 저크 관성 충격에 의한 진동현상을 줄일 수 있는 이송체의 이송속도를 최적화하고자 한다.

## 3. 유전 알고리즘을 이용한 가속도 최적화

### 3.1 최적화 문제 정의

현재 여러 분야에서 여러 종류의 곡선 보간(Curve fitting) 기법이 사용되고 있다. 본 논문에서는 저크가 무한

대인 부분을 정현파 형태의 저크 곡선으로 가정하여 부드러운 가속도 선도를 생성하고, 4자유도 이송계로 모델링하여 이송체 헤드부의 진동량을 최소화하였다.

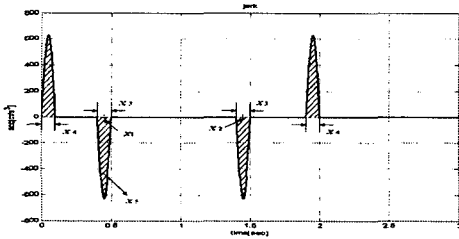


Fig. 3 Half sine curve fitting to generate a smooth jerk curve

설계변수 :  $\mathbf{y} = \{y_1, y_2, y_3\}$

$$\text{Minimize } f(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^2 w_i \left\{ \frac{f_i(\mathbf{y})}{f_{i*}} \right\} \quad (2)$$

여기서,

$f_1(\mathbf{x})$ 는  $x_{vib}(\mathbf{y}) = x_4(\mathbf{y}) - \overline{x_4(\mathbf{y})}$ 의 최대값

$f_2(\mathbf{x})$ 는  $x_{vib}(\mathbf{y}) = x_4(\mathbf{y}) - \overline{x_4(\mathbf{y})}$ 의 유효치

$w_i$ 는 합이 1인 가중치(Weighting factor)

$f_1, f_2$ 는 스케일링 인자(Scaling factor)

### 3.2 구속조건

이송계 가속도 최적화 문제를 풀기 위해 적당한 구속조건을 설정하고 이 구속조건을 위배할 경우 벌점을 부여하여 적합도 값을 감소시킴으로서 최적해로 선택될 가능성이 낮아지게 한다. 본 연구에서는 다음과 같은 구속 조건을 정의한다.

$$g_1(\mathbf{y}) : 0.09 < x_1 < 0.11$$

$$g_2(\mathbf{y}) : 0.0001 < x_2 < 0.02$$

$$g_3(\mathbf{x}) : 18 < y_3 < 23$$

$$g_4(\mathbf{y}) : [x_{vib}(\mathbf{y})]_{\max} \leq [x_{vib}(\mathbf{y})]_a$$

$$g_5(\mathbf{y}) : [x_{vib}(\mathbf{y})]_{r.m.s} - [x_{vib}(\mathbf{y})]_a \leq 0$$

여기서,  $[x_{vib}(\mathbf{y})]_{\max}$ 는  $x_{vib}(\mathbf{y}) = x_4(\mathbf{y}) - \overline{x_4(\mathbf{y})}$ 의 최대 진동변위이고,  $[x_{vib}(\mathbf{y})]_{r.m.s}$ 는  $x_{vib}(\mathbf{y})$ 의 최대치로서  $2.2564 \times 10^{-5} \text{ m}$ ,  $[y_{vib}(\mathbf{x})]_{r.m.s}$ 는  $y_{vib}(\mathbf{x})$ 의 유효진동량

으로서  $1.1926 \times 10^{-5} \text{ m}$ 로 설정하였다.

### 3.3 최적설계 프로그램

이송계 이송속도 최적화 문제를 풀기 위해 적당한 구속조건을 설정하고 이 구속조건을 위배할 경우 벌점을 부여하여 적합도 값을 감소시킴으로서 최적해로 선택될 가능성이 낮아지게 한다. 적합도 함수와 벌점함수는 아래와 같이 정의하였다.

$$p(\mathbf{x}) = \varepsilon \cdot \left[ c_1 \times \sum_{i=1}^c \left\{ \frac{g_i(\mathbf{x})}{g^*} \right\}^2 + c_2 \times \delta \sum_{i=1}^c \left\{ \frac{\Phi_i(\mathbf{x})}{\Phi^*} \right\} \right] \quad (3)$$

여기서,  $g_i(\mathbf{x}), \Phi_i(\mathbf{x})$ 는  $i$ 번째 구속조건인 벌점level과 벌점양이고,  $c_1, c_2$ 는 가중치,  $g^*, \Phi^*$ 는 스케일링 인자들,  $\delta$ 는 벌점상수, 그리고  $\varepsilon$ 는 최소화 경우 -1, 최대화 경우 +1이다.

유전자 알고리즘을 이용하여 작성한 최적화 프로그램의 흐름도를 Fig. 4에 나타내었다.

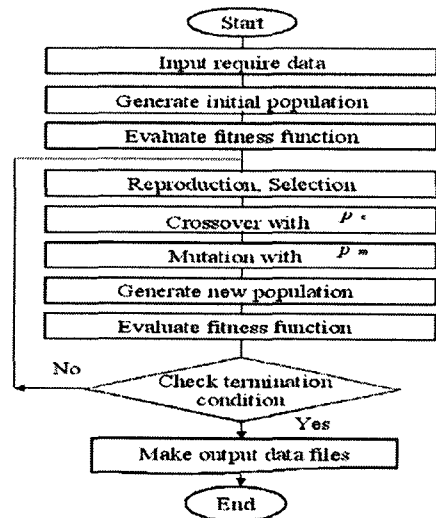


Fig. 4 Flowchart of the optimization program using a genetic algorithm

유전 알고리즘에 사용된 유전 연산자는 룰렛 휠 방법과 엘리트전략을 함께 사용하였으며 단순교배와 단순돌연변이를 사용하였다. 유전 알고리즘에 이용한 입력 조건을

Table.1 에 정리하였다.

Table. 1 Input parameters for a feed-drive system optimization

Parameters		Value
Maximum generation		100
Population size		40
Number of variable		3
Probability of Crossover, $p_c$		0.8
Probability of mutation, $p_m$		0.01
Length of binary string [bit]	$x_1$	9
	$x_2$	12
	$x_3$	9
	$\sum_{i=1}^3 x_i$	30

#### 4. 최적화 결과 비교검토

Fig. 5는 100세대동안 유전자 알고리즘 적용결과 세대 변화에 따른 최대 적합도를 나타낸 것인데 23세대 이후 최대 적합도 값이 4.17222 로 수렴함을 알 수 있다.

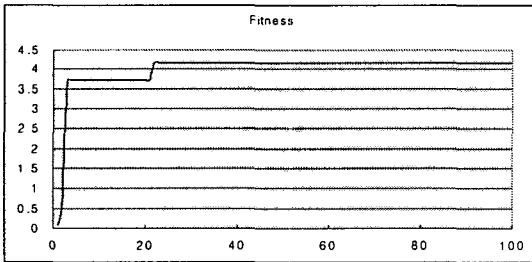


Fig. 5 Fitness versus generation history

Table 2는 최대 적합도 일 때 설계변수  $y_i$  값을 정리한 것이다.

Table 2 Best fitness design variables

Design variable	Value
$y_1$	0.0908 sec
$y_2$	0.0071 sec
$y_3$	22.2720 $m/s^2$

유전자 알고리즘을 이용하여 구한 최적화 파라미터들을 초기모델과 동일한 방법으로 4자유도계에 대한 과도진동해

석을 수행하였다. Fig.6은 속도최적화 결과 구해진 설계변수들을 적용한 이송거리, 속도, 가속도, 저크선도를 각각 나타낸 것이다.

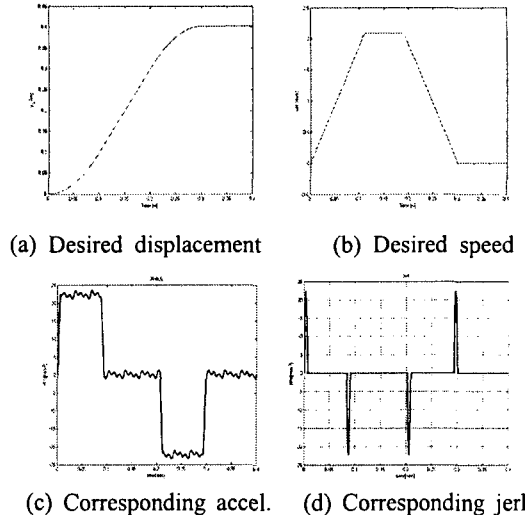


Fig. 6 After optimization desired displacement, driving motor speed, acceleration, and jerk control input

이송시스템의 수학적 모델링을 보면  $m_4$ 부가 이송계의 제일 끝단으로서 가장 심한 진동을 유발하게 된다. 따라서  $m_4$ 에 발생하는 진동  $x_4$ 의 결과를 Fig. 7에 나타내었는데 초기모델에 비해 진동량이 현저히 감소되었음을 확인할 수 있다.

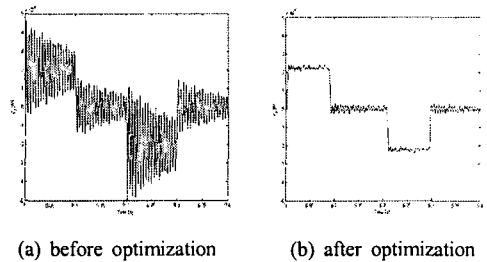


Fig. 7 The Comparison of before and after optimization results of computed transient vibrations of Linear Motor feed-drive system due to the motor speed control input

기존모델과 최적화를 수행한 모델의 동특성을 비교하여 Table. 3에 나타내었고, 비교대상은 최적화 과정에서 목적함수로 설정하였던 2가지 특성과 과도진동해석에 의한  $m_4$ 의 미소진동량의 최대값이다. 결과를 살펴보면 목적함수를

최소화시키는 최적화 문제에서 최적화 후의 목적함수 값과 과동진동에 의한  $m_4$ 부의 미소진동 최대값이 초기모델에 비해 작은 값들이 나왔다.

**Table 3 Comparison of objectives before and after optimization**

Objective Function	Before Optimization	After Optimization	Reduction ratio
$x_4$	$2.2564 \times 10^{-5}$	$6.0922 \times 10^{-7}$	97.2%
$f_1(\mathbf{x})$	$2.2564 \times 10^{-5}$	$6.0922 \times 10^{-7}$	97.2%
$f_2(\mathbf{x})$	$1.1926 \times 10^{-5}$	$2.7429 \times 10^{-7}$	97.7%

## 5. 결론

본 논문은 사각파 형태의 가속도 선도 입력에 의해 발생 되는 Linear Motor 이송계의 진동을 줄이기 위해 Fourier series를 이용하여 입력 가속도의 모든 구간에서 미분 가능한 입력가속도를 제안하였고, 유전자 알고리즘을 이용하여 4자유도 이송계의 최적 입력가속도 선도를 위한 파라미터 들을 얻었다. 그리고 이러한 최적 입력가속도 선도를 4자유도 이송계에 적용함으로써 이송계의 끝단인  $m_4$ 부의 최대 진폭이 최적설계 이전에 비해 97.2 % 감소되었고, 최대진폭 들의 유효 진폭은 97.7 % 감소하였다. 따라서 기계적인 이송충격에 의한 진동은 이송속도 최적제어를 하면 거의 제거 된다. 결국 남은 진동은 electro-magnetic force 의 변동에 기인된 것이다. 그러므로 본 연구의 이송속도 최적화 방법은 Linear Motor 이송계의 진동을 최소화하기 위한 최적입력가속도설계에 매우 효과적으로 적용될 수 있다.

## 참 고 문 헌

- (1) Y. H. Choi, S. M. Cha, J. H. Hong, and J. H. Choi, 2004, "A study on the Vibration Analysis of a Ball Screw Feed Drive System," Proceedings of the 11th International Manufacturing Conference in Chain (IMCC'2004), Paper No. B-083.
- (2) J. H. Choi, 2004, "A Study on the Vibration Analysis and Dynamic Design Optimization of a Ball Screw Feed Drive System," PhD thesis dissertation (in Korean).
- (3) W. J. Chung, C. K. Park, D. S. Hong, et al., 2003, "A New Optimization Technique for

- Wafer-Transfer-Crane Dynamic Control Using a Genetic Algorithm," Proceeding of Int. Conference on Computer, Communication and Control Technologies.
- (4) G. W. Younkin, March 1991, "Modeling Machine tool Feed Servo Drive Using Simulation Technique to Predict Performance, IEEE.
- (5) Y. S. Trang, 1995, "An Investigation of Stick-Slip Friction On the Contouring Accuracy of CNC Machine Tools," Int. J. Mach. Tools Manufacturing. Vol. 35, No. 4, pp.565 ~ 576.
- (6) W. W. Nam, 2000, "A Study on the Design and Control of High Speed and Precision Feed Drive System", A Graduate school of Yonsei Univ. A Ph. D Thesis.
- (7) Proceedings of JSPE Autumn Conference, 1989, pp. 81~82, & pp. 477~488
- (8) C. H. Park, H. S. Lee, 2000, "Precision Positioning Technologies with Ball-screw," Journal of KSPE, Vol. 17, No. 12, PP.26~33 (in Korean).
- (9) Z. Michalewicz, 1996, "Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs," Springer-Verlag.
- (10) SAMICK LMS CO., LTD., 2002, "PS-500 An Instruction Manual"
- (11) Mitsuo Gen, R. Cheng, 1997, "Genetic Algorithms and Engineering Design," John Wiley & Sons, Inc.
- (12) H. S. Byun,, 1999, "Dynamic Design Optimization of a Pneumatic Suspension Seat Using Genetic Algorithm", Master's Thesis, Changwon National University