

꼬인 네마틱 액정 공간 광 변조기의 이상 굴절 축 회전 방향 결정 방법

조규보*, 김수중*
경북대학교 전자 전기 컴퓨터 학부*

Method for determining the orientation of extraordinary axis direction Twisted-Nematic Liquid Crystal Spatial Light Modulator

Kyu-Bo Cho*, Soo-Joong Kim*
School of Electrical Engineering & Computer Science, Kyungpook Nat'l Univ.*

요 약

광 정보 처리 특성을 극대화하기 위해 실시간 동작이 가능한 공간 광 변조기를 사용하며 그 중 액정 화면은 기존의 공간 광 변조기에 비해 가격이 저렴하고 특히 꼬인 네마틱 액정 화면 공간 광 변조기는 전기 신호에 따라 광을 변조 할 수 있다는 원리에 의해 여러 가지 이론과 설계 방법이 연구 되었으며 기본 매개 변수들을 효과적으로 계산하는 방법이 계속 발표되었다.

본 논문에서는 원형 편광 된 광을 꼬인 네마틱 결정을 갖는 공간 광 변조기에 투사 시켜서 검광기에 통과한 세기 분포를 관찰하여 이상 굴절 축의 회전 방향을 결정하는 방법을 제안하였으며, 존스 행렬을 사용하여 수학적 타당성을 부여하였다.

중 기존의 공간 광 변조기에 비해 가격이 저렴하고 전기 신호에 따라 광을 변조하기 쉬운 꼬인 네마틱 액정 화면 공간 광 변조기(Twisted Nematic Liquid Crystal Spatial Light Modulator; TN LCSLM)를 많이 사용하고 이를 제작하기 위한 여러 가지 설계 방법과 효과적으로 동작하기 위한 여러 가지 이론들이 많이 연구되어 왔다. 기본적인 매개 변수는 액정의 꼬임 각, 액정의 최대 복굴절성과 이상 굴절 축의 회전 방향을 포함한다. 불행하게도 이러한 매개 변수들은 동일한 제작회사에서 제작되었더라도 동일하지 않으며 각각의 액정 광 변조기에 대해 개별적으로 측정

1. 서론

광신호는 각각 상호 작용이 없이 독립적이고 병렬적으로 전파할 수 있으며 2차원 신호를 광 전파의 시간으로 고속 병렬 처리 할 수 있다는 특징이 있다. 여기에 광학 시스템의 푸리에 변환 능력은 2차원 영상의 인식 및 처리와 광 계산 등에 유리한 기능을 제공한다. 특히 광 정보 처리 특성을 극대화하기 위해 실시간 동작이 가능한 광 변조기를 사용한다. 그

해야만 한다. [1-3] 기본 매개 변수들을 효과적으로 계산하는 방법은 1990년 K. Lu 등 [1]에 의해 발표된 이후 계속해서 꾸준히 연구되어 왔다. 특히 이상 굴절 축의 회전 방향을 계산하는 방법은 1996년 [2]가 발표하였으며 1999년 J. A. Davis 등 [2]이 회전 성분을 관측하는 방법을 이용하여 측정하는 방법을 발표하였다.

본 논문에서는 원형 편광 된 광을 꼬인 네마틱 결정을 갖는 공간 광 변조기에 투사 시켜서 이상 굴절 축의 회전 방향을 좀 더 간편하게 구하는 방법을 제안하였다. 또한 존스(Jones) 행렬 계산법을 이용하여 수학적인 타당성을 부여하였다.

2. 꼬인 네마틱 액정 공간 광 변조기의 특징

본 논문에서 사용된 액정은 90° 꼬인 네마틱 액정으로써 액정 분자의 배열은 전압이 인가되지 않은 경우 z 축 방향으로 서서히 회전이 되어 배치되어 있다. 꼬인 네마틱 액정의 cell은 광 축(optical axis)이 비등방성 물질이다. 액정은 그 특징인 꼬임(twist)으로 인하여 분자배열은 그림 1과 같은 나선 구조를 가진다. 분자의 축 방향과 축에 직교하는 방향에서의 굴절률이 서로 다른 이러한 매질을 통과하는 편광 된 광의 특성은 존스(Jones) 행렬 계산법에 의해 구

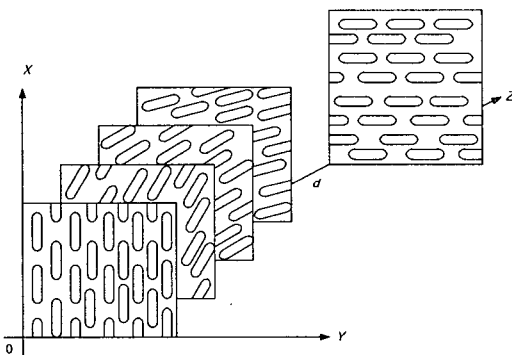


그림 1. 액정의 꼬임 twist) 구조

해진다. 전압이 인가 되지 않았을 때 액정의 분자 배열은 z 축에 수직 되게 일정한 비율로 회전된 층을 이루고 있다. 각각의 액정 층의 편광 특성은 축 방향(ordinary)과 축에 직교하는 방향(extraordinary)으로의

굴절률인 n_e 와 n_o 의 함수인 존스 행렬로 표현되며 하나의 cell을 이루는 여러 층의 행렬은 각각을 곱하여 얻어진다. 두께가 d 이고, 꼬임 각도가 α , 그리고 $z=0$ 에서 분자 배열이 x축과 평행한 cell의 존스 행렬은 다음과 같이 표현된다. [1]

$$J = \exp(-j\phi) \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma & \cos \gamma + j \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \\ -\cos \gamma + j \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma & \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기에서 각 매개 변수들은 $\phi = \pi d(n_e + n_o) / \lambda$,

$\beta = \pi d(n_e - n_o) / \lambda$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ 로 주어진다.

3. 존스(Jones) 행렬 계산법

일반적으로 빛이 편광 감지 소자(polarization sensitive device)를 통과할 때 파의 편광 상태가 변화하기 때문에 편광의 초기 상태를 나타내는 벡터 \vec{U} 향으로 새로운 편광상태를 나타내는 \vec{U}^* 를 찾아낼 수 있다. 여기에서 모든 편광기는 선형이라 가정하면 최종 편광 벡터는 존스 행렬로 알려진 2x2 행렬 L 을 통해 다음과 같은 관계를 갖게 된다.

$$\vec{U}^* = L\vec{U} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

위의 행렬의 네 원소는 선형 장치가 파의 편광상태에 미치는 영향을 나타낸다. 예를 들면 일반적인 좌표 변환에 대한 존스 행렬은

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

와 같고 파의 x와 y 성분이 다른 위상 지연을 가지는 편광상태에 대한 존스 행렬은

$$R_d(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-j\Delta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

와 같이 주어지며 여기서 상대적 위상 차이 Δ 는

$\Delta = 2\pi(n_x - n_y) / \lambda_0$ 이다. 여기서 λ_0 는 광의 파장이며, n_x , n_y 는 각각 x축과 y축 편광성분에 대한 굴절률을 나타낸다. $\Delta = \pi/2$ 일 때 우리가 특별히 관심을 가지는 $\lambda/4$ 위상 지연판이 되며, 이 소자의 존

스 행렬은 다음과 같다.[4]

$$R_d(\pi/2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -j \end{bmatrix} \quad (5)$$

4. 제안한 방법

원손 원형 편광 된 광의 TN LC SLM에 투사되었을 때 출력 광은

$$J \begin{bmatrix} E \\ jE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} \left\{ \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right) \sin(\gamma) - \left(\frac{\beta}{\gamma} \right) \sin(\gamma) \right\} + j \cos(\gamma) \\ -\cos(\gamma) + j \left\{ \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right) \sin(\gamma) + \left(\frac{\beta}{\gamma} \right) \sin(\gamma) \right\} \end{bmatrix} \quad (6)$$

와 같이 얻을 수 있으며 x축에 대해 θ 의 각도로 편광 된 검광기를 통과할 때의 출력광은 식 (6)과 $[\cos \theta \quad \sin \theta]^T$ 의 내적을 취한 것과 같으며 다음과 같이 주어진다.

$$J \begin{bmatrix} E \\ jE \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = E \left[\cos \theta \sin \gamma \left(\frac{\alpha - \beta}{\gamma} \right) - \cos \gamma \sin \theta \right] - j \left[\cos \theta \sin \gamma + \left(\frac{\alpha + \beta}{\gamma} \right) \sin \gamma \sin \theta \right]. \quad (7)$$

여기에서 \bullet 는 내적 연산자를 의미한다. 출력 광의 세기는

$$I_\theta = E^2 \left\{ 1 + \sin(2\theta) \sin(2\gamma) \frac{\beta}{\gamma} - \frac{\beta\pi}{\gamma^2} \sin^2 \gamma \cos(2\theta) \right\}, \quad (8)$$

과 같이 나타낼 수 있다. 최소값을 얻기 위해서 (8)을 다음 식의 형태로 변환시킨다.

$$I_\theta = E^2 \left[1 + \sqrt{\left(\frac{\beta}{\gamma} \right)^2 \sin^2(2\gamma) + \left(\frac{2\alpha\beta}{\gamma} \right)^2 \sin^4(\gamma)} \right] \times \sin \left\{ 2\theta - \arctan \left[\tan(\gamma) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right) \right] \right\} \quad (9)$$

최소값을 얻기 위해 $2\theta - \arctan[\tan(\gamma)(\alpha/\gamma)]$ 항이 $3\pi/2$ 가 되어야 한다. 따라서 TN LC SLM의 뒷 편에서 최소 세기 값이 나타날 때의 편광 각도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_{\min}(rear) = \frac{3\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctan \left\{ \tan(\gamma) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right) \right\}. \quad (10)$$

TN LC SLM 뒷 면에서의 이상 굴절 축 회전 각도 $\psi_D(rear)$ 은 다음과 같이 얻을 수 있다.[2]

$$\psi_D(rear) = \theta_{\min}(rear) - \alpha/2. \quad (11)$$

TN LC SLM 앞 면에서의 이상 굴절 축 회전 각도 $\psi_D(front)$ 은 다음과 같이 얻을 수 있다.[2]

$$\psi_D(front) = \psi_D(rear) - \alpha. \quad (12)$$

본 논문에서 제안한 TN LC SLM의 앞면에서의 이상 굴절 축 회전 각도를 구하기 위해 식 (10)과 식 (12)를 식 (11)에 대입하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_D(front) &= \theta_{\min}(rear) - \frac{3\alpha}{2} \\ &= \frac{3\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctan \left\{ \tan(\gamma) \left(\frac{\alpha}{\gamma} \right) \right\} - \frac{3\alpha}{2} \end{aligned} \quad (13)$$

특별히, 꼬임 각이 $\pi/2$ 일 때 90° TN LC SLM라 하며 이 경우 이상 굴절 방향 축에 대한 식은 다음과 같다.

$$\psi_D(front) \Big|_{\alpha=\pi/2} = -\frac{1}{2} \arctan \left\{ \tan(\gamma) \left(\frac{\pi}{2\gamma} \right) \right\} \quad (14)$$

5. 검토

전기적 위상 지연 판으로 사용되는 TN LC SLM의 위상 지연에 대한 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.[5]

$$\beta(V) = \frac{\pi d}{\lambda} (n_e(V) - n_o). \quad (15)$$

일반적으로 n_e 와 n_o 는 위상 지연 판에서 고정되어 있으나 TN LC SLM의 n_e 는 인가 전압과 관계된 광의 파장에 의존하게 된다. 인가 전압이 없을 때 위상 지연은 최대값을 가지게 되며 off state birefringence(β_{MAX})라 한다.[5]

식 (14)에 의하면 TN LC SLM 앞면에서의 이상 굴절 축 회전 각도는 최대 위상 지연 값 β_{MAX} 와 꼬임 각 α 에 의존한다. β_{MAX} 와 α 의 의존성에 대한 표는 아래와 같다.

<표 1> 꼬임 각이 90° 일 때 β_{MAX} 에 의한 $\psi_D(front)$ 값의 변화

β_{MAX}	45	90	135	180	225	270	315	360
γ	101	127	162	201	242	285	328	371
ψ_D	4	21	5	-5	18	25	5	-1

(Unit: degree)

<표 2> β_{MAX} 값이 180° 일 때 꼬임 각에 의한

$\psi_D(front)$ 값의 변화

γ	-180	-135	-90	-45	45	90	135	180
ψ_D	60	-27	-95	-162	63	-5	-72	-140

(Unit: degree)

$\psi_D(front)$ 는 β_{MAX} 와 꼬임 각의 변화에 주로 의존함을 알 수 있다.

6. 광 실험

광실험 구성도는 그림 2에서와 같다. 선형 편광 빔을 왼손 원형 편광 빔(Left-handed polarized beam)으로 만들기 위해 x 축에 대해 $-\pi/4$ 만큼 편광 된 선형 편광기 뒤에 $\lambda/4$ 위상 지연기(quarter wave plate; QWP)를 위치 시킨다. 원형 편광 된 빔을 TN LC SLM에 투과 시킨 다음 검광기와 광 검출기를 통해 최소 세기가 관찰되는 지점의 각도를 찾아 내어 이상 굴절 축의 회전 각도를 계산해 낼 수 있다.

7. 결론

전통적인 이상 굴절 축의 회전 방향을 결정하는 방법은 선형 편광기와 검광기를 직접 회전시키는 회전 각도를 구할 수 있는 간단한 방법을 제안하였다. 존스 행렬 계산법을 이용하여 수학적인 타당성을 부여 방법을 이용하였으나 본 논문에서는 원형 편광기를 이용하여 검광기 쪽에서 출력 된 빔의 세기를 하였으며 꼬임 각 α 와 최대 위상 지연 값 β_{MAX} 의 변화에 회전 각도가 의존함을 검토하였다. γ 가 $\pi/2$ 인 경우는 복굴절 성이 사라지게 되므로 고려하지 않았다. 향후 원형 편광 빔을 이용한 다른 매개 변수 결

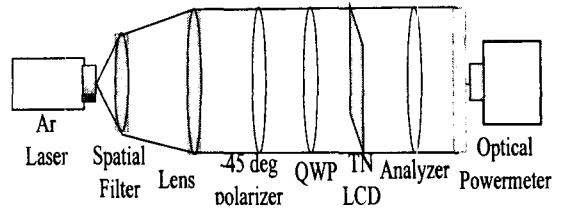


그림 2. 광 실험 구성도

정 방법 및 TN LC SLM의 편광 특성을 사용한 광학적 보안 시스템 개발에 대한 연구가 진행 중이다.

참고 문헌

- [1] K. Lu and B. E. Saleh, "Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial phase modulator," *OPT. ENG.*, Vol. 29, No. 3, pp 240-246, 1990.
- [2] C. Soutar and K. Lu, "Determine of the physical properties of an arbitrary twisted-nematic liquid crystal cell," *OPT. ENG.*, Vol. 33, No. 8, pp. 2704-2712, 1994.
- [3] J. A. Davis, P. Tsai and K. G. D'Nelly, "Simple technique for determining the extraordinary axis direction for twisted-nematic liquid crystal spatial light modulator," *OPT. ENG.*, Vol. 38, No. 5, pp. 929-932, 1999.
- [4] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics," McGraw-Hill, New York, USA, 1996.
- [5] J. A. Davis, D. E. McNamara, D. M. Cottrell, and T. Sonehara, "Two-dimensional polarization encoding with a phase-only liquid crystal spatial light modulator," *Applied Optics*, Vol. 39, No. 10, pp. 1549-1554, 2000.