

TS 알고리즘과 SA 알고리즘을 이용한 CGH의 성능향상

조창섭*, 김수중*, 김철수**
경북대학교 전자전기컴퓨터공학부*
경주대학교, 컴퓨터멀티미디어공학부**

improvement of the efficiency from CGH by using TS algorithm and SA algorithm.

Chang-Sop Cho*, Soo-Joong Kim*, Cheol-Su Kim**
School of Electronical Engineering & Computer Science, Kyungpook Nat'l Univ.*
School of Computer Multimedia, Kyungju Univ.**

요 약

본 논문에서는 Tabu Search(TS) 알고리즘과 Simulated Annealing(SA) 알고리즘을 결합하여 향상된 성능을 갖는 컴퓨터 형성 홀로그램을 설계할 수 있는 방법을 제안하였다. 회절 효율의 향상을 위해 TS 알고리즘으로 이상적인 홀로그램에 근접한 패턴을 생성하고, 이를 SA 알고리즘에서 무작위로 구성된 초기 패턴과 대체하여 컴퓨터 형성 홀로그램을 설계하였다. 컴퓨터 모의 실험과 광 실험을 통하여 제안한 방법과 SA 알고리즘과의 성능을 비교한 결과 제안한 방법으로 재생한 영상이 SA 알고리즘을 이용하였을 때보다 향상된 회절 효율을 가지는 것을 확인 할 수 있었다.

1. 서론

광학적 홀로그램(optical holograms)은 1948 년 Gabor 가 제안된 방법으로 물체가 가지는 크기 및 위상 정보를 레이저를 이용하여 기준파와의 간섭을 통해 기록하는 방법으로, 완벽하게 입체 영상을 표현할 수 있는 방법으로 많은 분야에서 적용되고 있으나, 정밀한 광학 소자가 필요하며, 고출력의 레이저가 필요할 뿐만 아니라 화학적 처리 과정에서 발생할 수 있는 많은 문제점들이 있다^[1]. 이에 반하여, 1966 년 Brown 등이 제안한 컴퓨터형성홀로그램(Computer-Generated Holograms;

CGHs)은 컴퓨터를 이용하여 물체가 가지는 진폭 및 위상 정보를 회절 이론(diffraction theory)과 푸리에 변환(Fourier transform)등의 수학적 연산을 이용해 간섭파면이 가지는 정보를 해석하여 구현하는 방법으로 광학적 홀로그램이 가지는 문제점들을 해결할 수 있을뿐만 아니라, 가상의 물체에 대한 홀로그램도 제작이 가능하다. 이러한 CGH 의 제작초기에는 진폭 정보와 위상 정보를 함께 이용하여 제작하였으나, 광 효율과 정보의 정확한 표현을 위해 위상형 홀로그램에 대한 연구가 이루어지고 있다^[2].

연속적인 위상 정보를 가지는 CGH 제작에는 기록소자의 제한과 수학적 연산량등의 문제점이 있으므로, 수학적 계산을 용이하게 하고, 정보의 기록 및 제어를 쉽게하기 위해 정보의 이진화가 필요하다. 그러나 이진화 과정에서 양자화를 할 경우 양자화 오차가 발생하고 이로 인해 재생된 영상에서 잡음이 나타나게 된다. 이러한 양자화 오차를 최소화하여 재생 영상을 좋게 하기 위해서 오차 확산(error-diffusion)과 같은 비반복적인 방법과 반복 푸리에 변환 알고리즘(Iterative Fourier Transform Algorithm ; IFTA) 등의 반복적인 방법이 있다^[3-4]. 이러한 최적화 알고리즘들 중에서 반복적인 방법의 SA 알고리즘은 전역탐색이 가능하며, 높은 회절 효율을 가진다. 그러나, SA 알고리즘의 초기 패턴이 무작위 구성된 값을 이용하기 때문에 이상적인 홀로그램 패턴을 만들기는 어렵다.

본 논문에서는 터부 검색(Tabu Search ;TS) 알고리즘과 SA 알고리즘을 이용하여 최적의 이진 위상 컴퓨터 형성 홀로그램을 설계하는 방법을 제안하였다. TS 알고리즘은 터부조건을 가진 값을 피하면서 열망조건에 적합한 값을 찾는 최적화 방법으로 터부목록을 이용하여 탐색시간을 줄일 수 있다는 장점을 가진다. 이러한 특징을 이용하여 먼저 TS 알고리즘을 이용하여 이상적인 홀로그램 패턴에 접근할 수 있는 대략적인 패턴을 생성하고 이것을 SA 알고리즘의 입력 패턴으로 이용하여 회절 효율을 향상시킨 CGH 설계방법을 제안하였다.

2. 이진위상컴퓨터형성홀로그램

연속 위상 정보를 갖는 홀로그램은 위상 정보를 매질에 기록할 때 위상 정보가 연속 적인 값을 가지기 때문에 위상 정보의 제어 및 기록이 어렵기 때문에 양자화 과정을 이용해 정보의 이진화가 필요하며, 이진 위상 홀로그램은 연속 위상 홀로그램이 가지는 특성을 유지할 뿐만 아니라 이진 정보를 다루기 때문에 정보의 기록 및 제어가 용이하다.

연속 정보를 가지는 공간 영역의 회절 무늬 $h(x,y)$ 와 주파수 영역에서의 홀로그램 $H(u,v)$ 는 식 (1)과 같이 푸리에 변환으로 나타낼 수 있다.

$$h(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(u,v) \exp\{-j2\pi(ux+vy)\} dudv \quad (1)$$

이진 위상 컴퓨터형성홀로그램은 $N \times N$ 배열내의 각 화소의 크기가 R,C 인 이진값으로 구성되므로, 푸리에 평면에서의 홀로그램은 식 (2)와 같다.

$$H(u,v) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \sum_{l=-N/2}^{N/2-1} H_{kl} \text{rect}\left(\frac{u-kR}{R}, \frac{v-lC}{C}\right) \quad (2)$$

재생 영상은 식(2)의 역 푸리에변환으로, 식(3)과 같다.

$$\begin{aligned} h(x,y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(u,v) \exp\{j2\pi(ux+vy)\} dx dy \\ &= RC \text{sinc}(Rx, Cy) \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \sum_{l=-N/2}^{N/2-1} H_{kl} \\ &\quad \times \exp\{j2\pi(kRx+lCy)\} \end{aligned} \quad (3)$$

식(3)에서 $Rx=1/N, Cy=1/N$ 로 표본화하고, R 과 C 를 1 로 두면 sinc 는 무시되므로, 재생 영상은 식(4)와 같이 표현될 수 있다.

$$h(mX,nY) = \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} \sum_{l=-N/2}^{N/2-1} H_{kl} \exp\{j2\pi\left(\frac{km}{N}, \frac{ln}{N}\right)\} \quad (4)$$

식(4)의 재생 영상은 양자화 잡음이 나타나므로, 원 영상과의 차이가 최소화되는 이진 투과함수 H_{kl} 이 필요하다.

3. SA 알고리즘

SA 알고리즘은 온도감소에 최소 에너지가 되는 것을 반복과정을 통해 탐색하는 알고리즘으로 방문 판매원 문제(traveling salesmen problem)등의 조합 최적화 문제를 해결하는데 사용된다.

SA 알고리즘을 이용하여 이진 위상 컴퓨터 형성 홀로그램을 설계하기 위해서는 냉각 속도(cooling schedule), 초기 온도(initial temperature), 목표 효율(target efficiency)등의 매개 변수를 통해 온도 감소에 따른 목표 영상과 재생 영상의 에너지 차이가 최소가 되는 점을 반복 과정을 통해 설계할

수 있다. 이 과정에서 매개변수들의 값을 어떻게 선택하느냐에 따라서 성능이 결정되므로, 적절한 변수의 선택이 필수적이다.

SA 알고리즘은 초기 반복 과정에서 냉각 속도에 의해 발생할 수 있는 비용함수(cost function)의 일시적 증가로 인한 국부 최적해(local minimum)를 식 (5)과 같은 볼츠만 확률 분포식(Boltzman probability distribution)을 이용하여 탐색 초기에 반복과정에서의 온도가 비용함수의 평균변화량에 비해 상대적으로 큰 값을 가지도록 하여, 확률값이 1에 가깝도록 하여 국부 최적해를 빠져나오도록 설계하였다.

$$T_n = (D_l)^n T_{init}, P(\Delta e) = \exp\left(-\frac{\Delta e}{T_n}\right) \quad (5)$$

여기에서, T_{init} 는 초기 온도, T_n 는 n번째 온도, D_l 는 냉각 속도, Δe 는 비용함수의 평균변화량을 나타낸다.

SA알고리즘의 흐름도는 그림1과 같다.

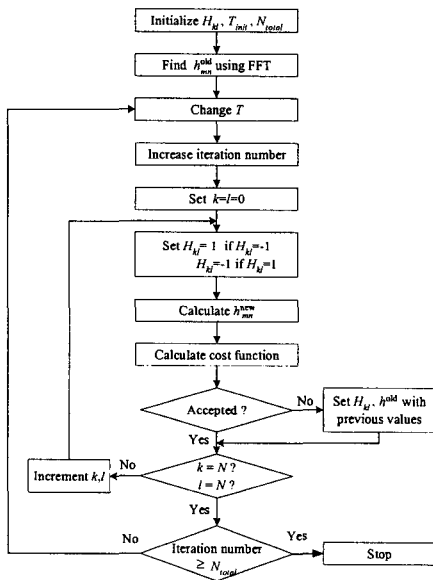


그림 1. SA 알고리즘의 흐름도

SA 알고리즘의 비용함수는 식(6)의 평균 자승 오차 (Mean Square Error; MSE)를 이용하였다.

$$e = \frac{1}{AB} \sum_{m=m_0}^{A-1} \sum_{n=n_0}^{B-1} |T_{mn}|^2 - |h_{mn}|^2$$

여기에서 T_{mn} 은 목표 영상, h_{mn} 은 재생 영상을 나타내며, A, B 는 신호창의 크기를 나타낸다

4. TS 알고리즘

TS 알고리즘은 1980년대 F. Glover가 제안한 알고리즘으로, 비선형 수렴 문제를 해결하기 위한 조합 최적화 알고리즘으로 SA 알고리즘과 마찬가지로 방문 판매원 문제등의 경로 최적화에 적용할 수 있다^[5].

TS 알고리즘은 메모리를 사용하여 각 단계별로 최적의 값을 가지는 경우를 탐색하여 선택하며, 이때 선택된 값을 최적화 함수안에서 기준으로 사용한다. 최적화 과정에서 사용되는 메모리는 과거로부터 얻은 값을 저장함으로써 재탐색을 하지 않으므로, 계산시간을 줄일 수 있다. 그림 2는 TS 알고리즘의 전체적인 흐름을 나타낸다. 그림 2에서, TL 은 tabu 목록을 나타내는 것으로 메모리를 의미하며, x 는 최적값을 가질 수 있는 해를 나타내며, X 는 해집합을 의미한다. TS 알고리즘의 흐름도는 그림 2와 같다.

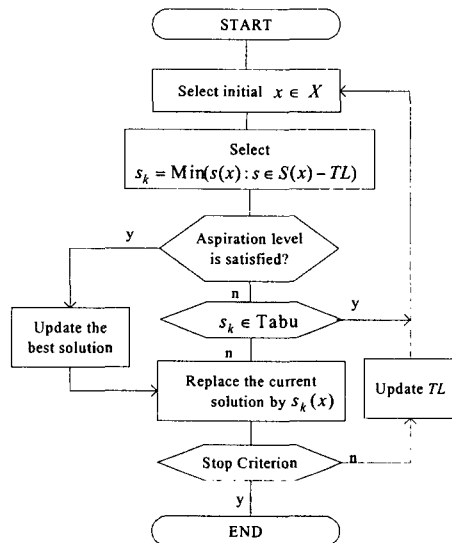


그림 2. TS 알고리즘의 흐름도

5. 제안한 알고리즘

SA 알고리즘은 전역적이면서, 면밀한 탐색이 가능하지만, 일정 횟수 이상을 반복할 경우에는 회절 효율이 더 이상 증가 되지 않는다^[10]. 이럴 경우에는 SA 알고리즘과 다른 최적화 알고리즘과 결합하여 출로그래를 설계할 경우에는 성능을 향상시킬 수 있다^[11]. TS 알고리즘은 열망 조건과 터부 조건을 이용하여 최적값을 탐색하는데 대략적이면서 이상적인 출로그래 패턴에 근접한 값을 가지는 패턴을 얻는데 용이하여 SA 알고리즘과 결합하기에 적합하다. 본 논문에서는 먼저 TS 알고리즘을 적용하기 위해서 그림 3과 같이 1과 -1로 구성된 무작위 패턴을 생성하고, 이를 쉘로 나누어 각 쉘별로 새로운 무작위 패턴을 입력하면서 터부 조건을 피할 수 있는 새로운 패턴을 선택하는 과정을 반복 횟수 만큼 수행하였다. 이렇게 만들어진 패턴을 SA 알고리즘의 입력 패턴으로 이용하여 전역적이면서 면밀한 탐색을 한번 더 수행하였다. 그림 4에서 제안한 알고리즘의 구조를 보여준다.

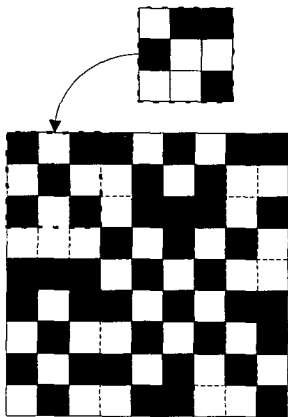


그림 3. TS 알고리즘의 적용

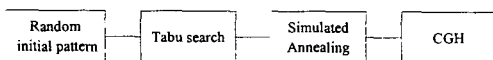


그림 4. 제안한 알고리즘의 구조

6. 컴퓨터 모의 실험

컴퓨터 모의 실험에서는 제안한 알고리즘으로 설계된 이진 위상 컴퓨터 형성 출로그래가 가지는 성능을 정량적으로 평가하기 위해서 식(7)과 같은 회절 효율(diffraction efficiency; DE)을 이용하였다.

$$DE = \frac{\sum_{m=m_0}^{A+m_0} \sum_{n=n_0}^{B+n_0} |h_{mn}|^2}{\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{M-1} |h_{mn}|^2} \times 100\% \quad (7)$$

여기에서, N, M 은 전체 영상의 크기, A, B 는 신호창의 크기를 나타낸다.

모의 실험에서 사용된 목표 영상은 이진 영상과 명암도 패턴 영상으로 그림 4와 같으며, 전체 크기는 64×64 이며, 신호창의 크기는 이진 영상의 경우 16×16 이며, 명암도 영상은 16×10 의 크기를 가진다. 그림 6과 그림 7은 각 알고리즘을 적용하여 재생된 영상을 나타낸다. 각 모의 실험에서 SA 알고리즘은 반복 횟수 80회, 초기 온도 1.0, 냉각 속도 0.92 그리고 목표 효율은 1.0으로 동일하게 적용하였으며, TS 알고리즘에서 터부 조건으로는 SA 알고리즘에서 사용한 비용함수를 이용하였으며, 반복 횟수를 3회로 하여 정지조건을 정하였다. 이 과정에서 열망 조건은 무시하였다.

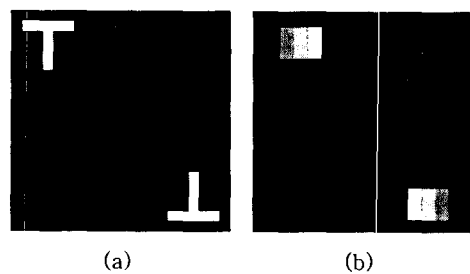


그림 4. 목표 영상 ; (a) 이진 영상 (b) 명암도영상

그림 5와 6을 비교한 결과 제안한 알고리즘이 SA 알고리즘만을 이용하였을 때보다 전체적으로 밝게 나타나는 것을 확인할 수 있으며, 신호창 내부의 잡음이 감소한 것을 확인할 수 있었다.

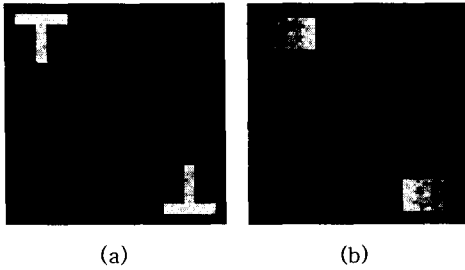


그림 5. SA 알고리즘을 이용한 재생 영상 : (a) 이진 영상 (b) 명암도영상

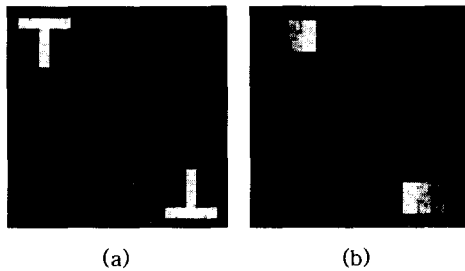


그림 6. 제안한 알고리즘을 이용한 재생 영상 : (a) 이진 영상 (b) 명암도영상

표 1은 TS의 매개변수를 반복 횟수 3로 두고 SA 알고리즘의 매개변수를 서로 다르게 하였을 경우의 회절 효율을 나타낸다.

표 1. SA 알고리즘과 제안한 알고리즘의 회절 효율 (%)

Cooling scheduling	Image	Iteration number					
		60		70		80	
		SA	TS+ SA	SA	TS+ SA	SA	TS+ SA
0.91	Binary	75.5	78.3	77.2	79.0	78.0	79.6
	Gray	69.6	75.4	74.9	79.4	76.9	79.9
0.92	Binary	74.4	75.4	76.4	78.7	78.0	79.7
	Gray	62.3	68.0	69.9	76.2	74.7	79.2
0.93	Binary	62.9	67.5	72.3	75.0	75.5	78.5
	gray	53.9	58.1	63.5	69.5	71.6	76.0

7. 결론

본 논문에서는 기존의 SA 알고리즘과 TS 알고리즘을 이용하여 최적의 이진 위상 컴퓨터 형성 출프로그램을 설계하기 위한 방법을 제안하였다. SA 알고리즘은 무작위로 구성된 초기값을 이용하여 최적화를 수행한다. 하지만, 최적화 과정에서 일정 반복 횟수를 넘을 경우에는 회절 효율이 증가되지 않기 때문에 다른 최적화 알고리즘과 결합이 필요한데, TS 알고리즘은 최적화를 수행하는 과정이 간단하여 SA 알고리즘과 결합하기에 적합하다. TS 알고리즘과 SA 알고리즘을 결합하여 최적화를 수행하기 위해서 먼저 TS 알고리즘을 이용하여 목표 영상을 재생할 수 있는 출프로그램 패턴에 근접한 패턴을 생성하고, 이를 SA 알고리즘의 초기 패턴 대신에 사용하였으며, 컴퓨터 모의 실험을 통해서 그 결과를 확인하였다. 정량적인 성능 평가를 위해서 회절 효율을 이용하여 비교한 결과 제안한 알고리즘이 SA 알고리즘만을 이용하였을 때보다 향상된 회절 효율을 가지는 것을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics, Chap. 8" McGraw-Hill, New York, 2nd Ed. 1996.
- [2] B. R. Brown and A. W. Lohman, "Complex apatial filter with binary mask," *Appl. Opt.*, Vol 5, pp.967-969, 1966.
- [3] R. Eschbach, "Comparison of error diffusion methods for computer-generated holograms" *Appl. Opt.*, Vol. 30, No.26, pp.3702-3710, Sep. 1991.
- [4] F. Wyrowski, "Iterative Fourier-transform algorithm applied to computer holography" *J. Opt Soc. Am. A*, Vol.5, No. 7, pp.1058-1065, July, 1988.
- [5] F. Glover, "Tabu Search-Part 1" *ORSA Journal on Computing*, Vol. 1., No. 3., pp. 190-206, Summer 1989.

- [6] H. Kim, "An algorithm for thermal unit maintenance scheduling through combined use of GA SA and TS" *IEEE Trans. PWRS*, Vol.12, No. 1, pp.329-335, Feb 1997.
- [7] Y. Jeon, "Application of simulated annealing and tabu search for loss minimization in distribution systems." *ELECTRICAL POWER & ENERGY SYSTEMS*. 26(2004), pp. 9-18.
- [8] B. B. Chhetri, "Iterative stepwise binarization of digital amplitude holograms with added energy to the signal window," *Opt. Eng.*, Vol. 40, No. 12, Dec. 2001.
- [9] M. R. Feldman and C. C. Guest, "Iterative encoding of high efficiency holograms for generation of spot arrays," *Opt. Lett.* Vol. 14, No. 10, pp. 497-481, 1989.
- [10] 김 동 호, "변형된 SA 알고리즘을 이용한 이진 위상 컴퓨터 형성 홀로그램의 합성", 경북대학교 석사학위논문, 1993.
- [11] 조 창 석, "GA 와 SA 알고리즘의 조합을 이용한 최적의 BPCGH 의 설계", 한국통신학회, Vol. 28, No. 5C, 2003. 05.