

스프링-마스-빔 모델을 이용한 유연매체의 정·동적 거동해석

Static and Dynamic Analysis of Flexible Media Using Spring-Mass-Beam Model

지중근* · 정진우** · 홍성권** · 박노철*** · 박영필***

Jung-Geun Jee, Jin-Woo Jung, Sung-Kwon Hong, No-Cheol Park and Young-Pil Park

Key Words : Flexible Media(유연매체), Spring-mass-beam Model (스프링-마스-빔 모델).

ABSTRACT

In the development of sheet-handling machinery, it is important to be able to predict the static and dynamic behavior of the sheets with a high degree of reliability because the sheets are fed and stacked at such a high speed. In this paper, a spring-mass-beam model is introduced. This model consists of rotational springs, shear springs and masses. The formulations for static and dynamic behavior of sheets are introduced. And some simulations are presented for static and dynamic cases.

1. 서론

현재 복사기, 프린터, 팩시밀리, A.T.M. 등 유연 매체를 취급하는 장치들이 널리 보급되어 있다. 이러한 기기들의 소형화, 고속화에 따라서 매체의 정확한 거동해석 기술을 확립하고 이러한 기기들의 신뢰성을 향상시키는 것이 중요한 문제가 되고 있다. 유연 매체의 거동해석 방법의 하나로 스프링과 질량, 빔으로 이루어진 모델을 이용하여 유연 매체의 정적 변형거동해석과 동적 변형거동해석을 수행한다. 먼저, 유연 매체를 이산화하여 스프링, 질량, 빔으로 이루어진 모델을 만들고 정적해석과 동적해석을 위한 각각의 정식화를 수행하여 지배 방정식과 구속조건을 얻는다. 정적인 해석에 있어서는 빔의 구속조건과 빔 끝단의 위치의 구속조건과 각도의 구속조건을 달리하여 여러 가지 변형형상을 예측하였고 또한 직선가이드와 원형가이드에 의해서 변형이 제한되어지는 경우에 대해서 외팔보를 이용하여 해석을 수행하였다. 동적인 해석에 있어서는 유연 매체가 초기 경사를 가지고 자유낙하 하는 경우에 대해서 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 정식화

처짐이 큰 빔의 문제에서는 기본적인 가정들이 더 이상 유효하지 않기 때문에 선형이론에 의해서는 해를 구할 수 없다. 선형이론에서는 곡률 방정식에서 일차 미분의 제곱 항이 무시되고 모멘트 팔의 길이가 짧아지는 것에 대한 어떠한 보정도 이루어지지 않는다. 이러한 이유로 큰 힘에 대해서 빔의 길이보다도 더 큰 처짐이 발생하게 된다. 이렇게 처짐이 큰 빔의 문제에서는 일차 미분의 제곱항과 모멘트 팔의 길이의 짧아 짐에 대한 보정이 중요하며 따라서 여기에서는 선형이론은 더 이상 적용될 수 없다. Yoshida(Kazushi Yoshida)는 연철 매체의 거동 해석법으로 spring과 mass로 이루어진 빔 모델을 사용한 해석 수법을 고안하였다.

2.1 정적 해석을 위한 정식화

유연매체를 분할하여 이산화 하면, Fig.2.1에 나타내어진 것과 같이 집중 질량과 회전 spring 및 전단 변형을 나타내는 spring으로 모델링할 수 있다.

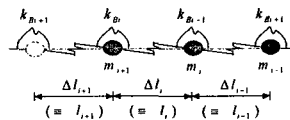


Fig.2.1 Spring-Mass-Beam 모델의 도입

* 연세대학교 정보저장기기연구센터
E-mail : jj7315@hanmail.net
Tel : (02) 2123-4677, Fax: (02) 353-8460

** 연세대학교 기계공학과 대학원

*** 연세대학교 기계공학부

여기서 빔의 굽힘 모멘트 M 과 전단력 Q 는 다음의 식으로 나타내어진다.

$$M = -EI \frac{\partial \phi}{\partial L} \quad (2.1.1)$$

$$Q = xGA\gamma \quad (2.1.2)$$

여기서, E 는 매체의 종탄성 계수이며, I 는 단면 2차 관성 모멘트, ϕ 는 굽힘에 의한 각도, l 은 물체 좌표, x 는 단면 형상에 의해 결정되는 수, G 는 매체의 횡탄성 계수이며, A 는 매체의 단면적, γ 는 전단 변형에 의한 각도이다. 여기서, 모멘트의 단위 길이당의 변화분은 다음의 식이 된다.

$$\frac{\partial M}{\partial l} = Q \quad (2.1.3)$$

여기서, 식 (2.1.1), 식(2.1.2), 식(2.1.3)을 다음의 식으로 이산화 한다.

$$M_i = -EI \frac{\phi_i - \phi_{i+1}}{\Delta l_i} \quad (2.1.4)$$

$$Q_i = xGA\gamma_i = xGA \frac{v_i}{\Delta l_i} \quad (2.1.5)$$

$$\frac{M_{i-1} - M_i}{\Delta l_i} = Q_i \quad (2.1.6)$$

여기서, $EI/\Delta l_i$, $xGA/\Delta l_i$ 는 각각 굽힘 강성, 전단 강성을 나타내는 회전 스프링, 전단 스프링의 스프링 상수를 고려하고 있는 다음의 식으로 정의한다.

$$k_{Bi} = \frac{EI}{\Delta l_i} \quad (2.1.7)$$

$$k_{Si} = \frac{xGA}{\Delta l_i} \quad (2.1.8)$$

다음에서는 힘에 관해서 고려한다.

여기서, T_i , Q_i 는 각각 i 번째 요소의 축방향의 힘과 전단력이다.

다음의 ϕ_i , γ_i , ψ_i 는 각각 i 번째 요소의 굽힘에 의한 각도, 전단 변형에 의한 각도, 빔의 시제 각도를 표시하면,

$$\psi_i = \phi_i + \gamma_i \quad (2.1.9)$$

이다. 여기서, F_{xi} , F_{zi} 는 i 번째 요소에 작용하는 x 방향, z 방향의 힘이다. 따라서 다음의 힘의 조합인 식들이 얻어진다.

$$Q_i \sin \phi_i - T_i \cos \phi_i = - \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} \right) \quad (2.1.10)$$

$$Q_i \cos \phi_i + T_i \sin \phi_i = \sum_{j=1}^i (F_{zj} - m_j g) \quad (2.1.11)$$

식(2.1.10)과 식 (2.1.11)에서 T_i 와 Q_i 를 계산하면

$$Q_i = - \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} \right) \sin \phi_i + \left\{ \sum_{j=1}^i (F_{zj} - m_j g) \right\} \quad (2.1.12)$$

$$T_i = \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} \right) \cos \phi_i + \sum_{j=1}^i (F_{zj} - m_j g) \sin \phi_i \quad (2.1.13)$$

이 된다. 여기서, 식 (2.1.4), 식(2.1.6), 식(2.1.7), 식(2.1.12)에서 굽힘 모멘트의 조합인 식이 식(2.1.5), 식(2.1.8), 식(2.1.12)에서 전단력의 조합인 식이 얻어지고, 각각은 다음과 같다.

$$-k_{Bi-1}(\phi_{i-1} - \phi_i) + k_{Bi}(\phi_i - \phi_{i+1}) = - \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} \right) \Delta l_i \sin \phi_i \quad (2.1.14)$$

$$k_{Si} \Delta l_i \gamma_i = - \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} \right) \sin \phi_i + \left\{ \sum_{j=1}^i (F_{zj} - m_j g) \right\} \cos \phi_i \quad (2.1.15)$$

이 식들은 다음의 식으로부터 구해진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \phi_i} \left[\sum_{j=1}^n \frac{k_{Bi}}{2} (\phi_i - \phi_{i-1})^2 + \sum_{j=1}^n \frac{k_{Si}}{2} \Delta l_j \gamma_j^2 - \sum_{j=1}^n F_{xj} \left\{ \sum_{n=j}^i \Delta l_j \cos (\phi_j + \gamma_j) \right\} - \sum_{j=1}^n (F_{zj} - m_j g) \left\{ \sum_{n=j}^i \Delta l_j \sin (\phi_j + \gamma_j) \right\} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \left[\sum_{j=1}^n \frac{k_{Bi}}{2} (\phi_i - \phi_{i-1})^2 + \sum_{j=1}^n \frac{k_{Si}}{2} \Delta l_j \gamma_j^2 - \sum_{j=1}^n F_{xj} \left\{ \sum_{n=j}^i \Delta l_j \cos (\phi_j + \gamma_j) \right\} - \sum_{j=1}^n (F_{zj} - m_j g) \left\{ \sum_{n=j}^i \Delta l_j \sin (\phi_j + \gamma_j) \right\} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

식 (2.1.16)과 식(2.1.17)의 좌변은 Fig.2.1에 나타내어진 Spring-Mass-Beam 모델의 potential을 각각 ϕ_i , γ_i 에 대해서 편미분한 것이다.

Fig.2.1에 표시된 스프링과 질량으로 이루어진 빔 모델에서 스프링 상수는 식(2.1.7)과 식(2.1.8)에 정의되어 있다. 회전 스프링에서, Δl_i 를 모델의 관계에서 수정할 필요가 있고, 여기서 개정된 스프링 상수를 정하며, 이하 $\Delta l_i = l_i$ 이다.

Fig.2.2에서 굽힘 변형에 대해서 곡률 반경을 ρ_B 로한 기하학적 관계로 다음의 식이 얻어진다.

$$\rho_B(\phi_i - \phi_{i-1}) \approx \frac{1}{2} (l_i + l_{i+1}) \quad (2.1.18)$$

여기서, l_i 는 요소 i 의 길이이다. 이것을 공식

$$\frac{1}{\rho_B} = \frac{M}{EI} \quad (2.1.19)$$

에 대입하고 변형을 일으키는

$$M = \frac{2EI}{l_i + l_{i+1}} (\phi_i - \phi_{i+1}) \quad (2.1.20)$$

에서 i 번째 요소의 회전 스프링 상수는

$$k_{Bi} = \frac{2EI}{l_i + l_{i+1}} \quad (2.1.21)$$

로 표시된다.

그런데, 연속체의 문제에서 필히 경계조건을 고려하지 않으면 안 된다. 경계조건에는 각도와 변위의 경계조건이 있으며 각도의 경계조건은 경계부분의 회전 스프링에 사용된다. 다음은 스프링 상수를 교정하는 처리이다. 현재 경계가 각도 ϕ_0 에 고정되어 있으면, 식 (2.1.18)에서 다음의 식이 얻어진다.

$$\rho_B(\phi_0 - \phi_1) \approx \frac{1}{2}(l_0 + l_1) \quad (2.1.22)$$

이것을 식 (2.2.19)에 대입하면 실제에서 $l_0 = 0$ 이 되는 것으로 고려하고, 경계부분의 회전 스프링의 스프링 상수는

$$k_{B0} = \frac{2EI}{l_1} \quad (2.1.23)$$

이 된다.

따라서, 경계가 어느 각도에 고정되어진 경우에는 경계부의 스프링을 고려하며 자유단, 지지단에서의 각도의 경계조건이 없는 경우에는 경계부의 스프링을 고려하지 않고 각도의 경계조건을 고려하는 모델의 정식화를 행한다.

보통, 변위의 경계 조건에 관해서는 각도의 경계조건이 있는 모델 중에서 처리되며, 변위의 구속 조건을 부가한 문제와 같게 취급한다.

여기서, 경계 조건을 고려한 모델의 정식화를 행한다. 변위와 각도의 경계조건을 고려하여 모델의 계 전체의 potential V 는 다음으로 표시된다

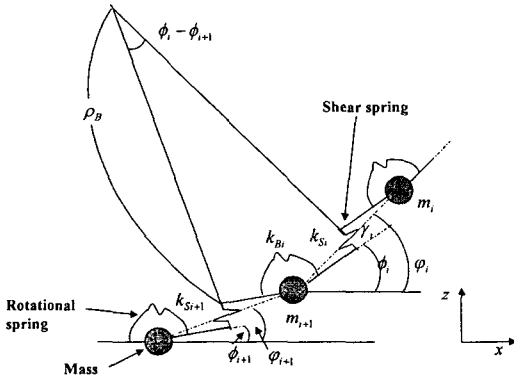


Fig.2.2 굽힘과 전단 변형을 고려한 Spring-Mass-Beam 모델

$$V = \sum_{i=0}^N \frac{k_{Bi}}{2} (\phi_i - \phi_{i-1})^2 + \sum_{i=1}^n \frac{k_{Si}}{2} l_i^2 \gamma_i^2 + \sum_{i=1}^n m_i g \left\{ \sum_{j=1}^i l_j \sin(\phi_j + \gamma_j) \right\} - \sum_{i=1}^n F_{xi} \left\{ \sum_{j=1}^i l_j \cos(\phi_j + \gamma_j) \right\} - \sum_{i=1}^n F_{zi} \left\{ \sum_{j=1}^i l_j \sin(\phi_j + \gamma_j) \right\}$$

$$+ g_x \left[\sum_{i=1}^n l_i \{1 - \cos(\phi_i + \gamma_i)\} - L + x^* \right] + g_z \left\{ \sum_{i=1}^n l_i \sin(\phi_i + \gamma_i) - z^* \right\} \quad (2.1.24)$$

여기서, x^* , z^* 은 선단부의 요소가 구속되는 x 방향, z 방향의 변위이다.

식(2.1.24)에서 우변 제 1항은 회전 스프링에서의 potential, 제 2항은 전단 스프링에서의 potential, 제 4항과 5항은 i 번째 요소에서 변위의 경계조건이 없는 경우 i 번째 요소에 작용하는 x 방향, z 방향의 외력 F_{xi} , F_{zi} 에 의한 potential, 제 6항과 제 7항은 선단부의 요소에서 변위의 경계 조건이 있는 경우의 구속조건에 상당하는 항이다. 따라서, 변위의 경계조건에 유무에 따라서 F_{xi} , F_{zi} , g_x , g_z 는 다음과 같다.

i) 선단부의 요소에 변위의 경계조건이 있는 경우

$$F_{xi} = F_{zi} = 0 \quad (2.1.25)$$

ii) 선단부의 요소에 변위의 경계 조건이 없는 경우

$$g_x = g_z = 0 \quad (2.1.26)$$

여기서 i_0 , N 은 경계 조건에 따라서 다음과 같은 값을 갖는다.

$N = n - 1$: 근원부가 단순지지, 회전단

n : 근원부가 고정단

$i_0 = 1$: 선단부가 단순지지, 회전단

0 : 선단부가 고정단

앞에서 식 (2.1.24)를 ϕ_i , γ_i , g_x , g_z 에 대해서 편미분하면, i 번째 요소의 굽힘 모멘트와 전단력의 조합인 식, 및 선단부에서의 변위의 조건식이 얻어지며 각각은 다음과 같다.

$$-k_{Bi}(\phi_{i-1} - \phi_i) + k_{B0}(\phi_i - \phi_{i+1}) + \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} + g_x \right) l_i \sin(\phi_i + \gamma_i) - \left\{ \sum_{j=1}^i (F_{zj} - m_j g) + g_z \right\} l_i \cos(\phi_i + \gamma_i) = 0 \quad (2.1.27)$$

$$k_{Si} l_i \gamma_i + \left(\sum_{j=1}^i F_{xj} + g_x \right) \sin(\phi_i + \gamma_i) - \left\{ \sum_{j=1}^i (F_{zj} - m_j g) + g_z \right\} \cos(\phi_i + \gamma_i) = 0 \quad (2.1.28)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i \{1 - \cos(\phi_i + \gamma_i)\} - L + x^* = 0 \quad (2.1.29)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i \sin(\phi_i + \gamma_i) - z^* = 0 \quad (2.1.30)$$

선단부에 변위의 경계조건이 있는 경우에는 식 (2.1.27)과 식(2.1.28)에 식(2.1.29)와 식(2.1.30)이 더해진다.

식 (2.1.29)와 식 (2.1.30)으로부터 g_x , g_z 는 선단부의 요소에 작용하는 x 방향, z 방향의 힘이다.

2.2 동적 해석을 위한 정식화

여기서는 지엽류의 동적 변형거동 해석 수법에 관하여 검토한다. 굽힘강성을 고려한 스프링-매스-빔 모델을 이용한 동적 변형해석 수법의 정식화를 보인다.

Fig.2.3에 본 해석에 이용한 집중질점과 회전 spring으로 구성된 이산화 beam 모델을 보이고 있다.

여기서, l_i , ϕ_i 는 i 번째 요소의 길이와 각도를 나타낸다. 또한, k_i 는 굽힘강성 표시하는 회전 spring 상수로 다음의 식으로 표시된다.

$$k_i = \frac{2EI}{l_i + l_{i+1}} \quad (2.2.1)$$

여기서, E 는 지엽류의 종탄성계수, I 는 단면2차 moment이다.

m_i 는 i 번째 요소의 집중질점의 질량으로 다음의 식으로 정의된다.

$$m_i = \frac{1}{2} \rho_m (l_{i-1} + l_i) \quad (2.2.2)$$

여기서, ρ_m 은 지엽류의 단위 길이당의 질량이다.

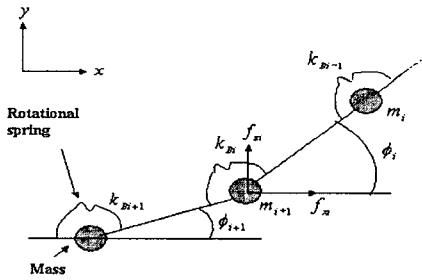


Fig.2.3 Spring-Mass-Beam model of a sheet

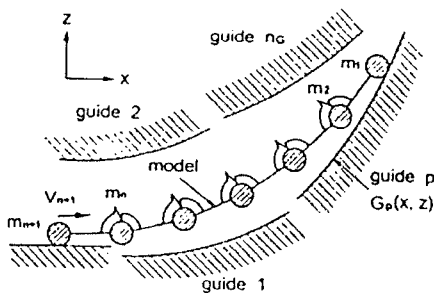


Fig.2.4 Spring-Mass-Beam model of the sheet in the space formed by some guide plates

Fig.2.4에 나타내어진 것처럼, 어떤 입의 속도로 반송되어지는 지엽류의 변형하는 범위가 n_c 개의 부등식

$$G_p(x, z) \geq 0 \quad (p = 1, 2, \dots, n_c) \quad (2.2.3)$$

으로 제한되어지는 경우에 관하여 고려한다. 식 (2.2.3)의 $G_p(x, z)$ 는 지엽류의 변형 범위를 제한하는 p 번째의 guide 형상을 표시하는 함수이다.

그리고, model의 선두에서 i 번째의 집중 질점의 위치 (x_i, z_i) 는 다음의 식으로 나타내어진다.

$$x_i = x_{n+1} + \sum_{j=n}^i l_j \cos \phi_j \quad (2.2.4.a)$$

$$z_i = z_{n+1} + \sum_{j=n}^i l_j \sin \phi_j \quad (2.2.4.b)$$

여기서, x_{n+1} , z_{n+1} 은 후단부의 집중 질점의 x 방향, z 방향의 위치이다.

여기서, 요소의 개수가 n 개의 경우에는 집중 질점의 수는 $n+1$ 개가 된다.

또한, i 번째의 집중 질점의 속도 (\dot{x}_i, \dot{z}_i) 는 식 (2.2.4.a), (2.2.4.b)에서 다음의 식으로 주어진다.

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{n+1} - \sum_{j=n}^i l_j \sin \phi_j \cdot \dot{\phi}_j \quad (2.2.5.a)$$

$$\dot{z}_i = \dot{z}_{n+1} + \sum_{j=n}^i l_j \cos \phi_j \cdot \dot{\phi}_j \quad (2.2.5.b)$$

여기서, 다음과 같은 Lagrange 관수 L 을 고려한다.

$$L = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{m_i}{2} (\dot{x}_i^2 + \dot{z}_i^2) - \sum_{i=0}^N \frac{k_i}{2} (\phi_i - \phi_{i+1})^2 + \sum_{i=1}^{n+1} f_{xi} x_i + \sum_{i=1}^{n+1} (f_{zi} - m_i g) z_i - \sum_{p=1}^{n_c} \left[\sum_{i=1}^{n+1} \delta_{p_i} \lambda_{p_i} G_p(x_i, z_i) \right] \quad (2.2.6)$$

여기서, f_{xi} , f_{zi} 는 i 번째의 요소의 집중 질점에 작용하는 x 방향, z 방향의 외력, g 는 중력가속도이다. 또한, δ_{p_i} 는 i 번째 요소의 집중 질점이 p 번째 guide의 제한 범위 내에 있는 경우에는 1을, 제한 범위 내에 있는 경우에는 0의 값을 갖게 된다. 여기서, λ_{p_i} 는 i 번째 요소의 집중 질점과 p 번째의 guide에 관련된 미정 상수이다.

식 (2.2.6)의 우변 제 2항의 i_0 , N 은 경계조건에 따라서 이하의 값을 갖는다.

$i_0 = 1$: 선단부가 단순지지 또는 회전단

$i_0 = 0$: 선단부가 고정단

$N = n - 1$: 근원부가 단순지지 또는 회전단

$N = n$: 근원부가 고정단

Lagrange 방정식에서 관수 L 에서의 집중질점에 관한 운동 방정식과 구속조건이 얻어지고, 선형화된 운동방정식 및 i 번째의 집중 질점과 p 번째의 guide에 관한 구속 조건은 각각 이하에 표시된다.

(운동방정식)

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_2^T & J_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ F \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

(구속 조건)

$$G_p(x_i, z_i) = 0 \quad (2.2.8)$$

여기서, $\ddot{\phi}$, $\dot{\phi}$, ϕ 는 각각 회전 방향의 가속도 vector, 속도 vector, 변위 vector이다.

또한, \ddot{u} , \dot{u} , u 는 후단부의 집중 질점의 가속도 vector, 속도 vector, 위치 vector이며, 각각 다음의 식으로 표시된다. 식 (2.2.7)의 계수 행렬 J_1 , J_2 , J_3 , C_1 , C_2 , K 의 요소는 이하에 표시된다.

(J_1 : $n \times n$ 대칭 행렬)

$$J_{1ij} = \left(\sum_{k=1}^i m_k \right) l_i l_j \cos(\phi_i - \phi_j) \quad (2.2.9)$$

(J_2 : $n \times 2$ 행렬)

$$j_{2i1} = - \left(\sum_{k=1}^i m_k \right) l_i \sin \phi_i \quad (2.2.10)$$

$$J_{2i2} = \left(\sum_{k=1}^i m_k \right) l_i \cos \phi_i \quad (2.2.11)$$

(J_3 : 2×2 대각 행렬)

$$J_3 = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{n+1} m_k & 0 \\ 0 & \sum_{k=1}^{n+1} m_k \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

(C_1 : $n \times n$ 행렬)

$$C_{1ij} = \left(\sum_{k=1}^i m_k \right) l_i l_j \sin(\phi_i - \phi_j) \dot{\phi}_j \quad (i \leq j) \quad (2.2.13)$$

$$C_{1ij} = \left(\sum_{k=1}^i m_k \right) l_i l_j \sin(\phi_i - \phi_j) \dot{\phi}_j \quad (i > j) \quad (2.2.14)$$

(C_2 : $2 \times n$ 행렬)

$$C_{21j} = - \left(\sum_{k=1}^j m_k \right) l_j \cos \phi_j \dot{\phi}_j \quad (2.2.15)$$

$$C_{22j} = - \left(\sum_{k=1}^j m_k \right) l_j \sin \phi_j \dot{\phi}_j \quad (2.2.16)$$

(K : $n \times n$ 대칭 행렬)

$$K_{ij} = k_{i-1} + k_i \quad (i = j) \quad (2.2.17)$$

$$K_{ij} = -k_i \quad (j = i + 1) \quad (2.2.18)$$

$$K_{ij} = 0 \quad (\text{상기 이외의 } i < j) \quad (2.2.19)$$

식 (2.2.7)의 우변의 M 과 F 는 각각 굽힘 moment의 vector, 후단부의 집중 질점에 작용하는 외력의 vector로 이하의 값을 갖는다.

$$M_i = - \left(\sum_{j=1}^i f_{xj} \right) l_i \sin \phi_i + \sum_{j=1}^i (f_{zj} - m_j g) l_i \cos \phi_i + \sum_{p=1}^i \left[\sum_{j=1}^i \delta_{pj} \lambda_{pj} \left(\frac{\partial G_p}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial \phi_i} + \frac{\partial G_p}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \phi_i} \right) \right] \quad (2.2.20)$$

$$F = (F_x, F_z)^T \quad (2.2.21)$$

여기서,

$$F_x = \sum_{i=1}^{n+1} f_{xi} - \sum_{p=1}^{n_i} \left(\sum_{i=1}^{n+1} \delta_{pi} \lambda_{pi} \frac{\partial G_p}{\partial x_i} \right) \quad (2.2.22)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^{n+1} (f_{zi} - m_i g) - \sum_{p=1}^{n_i} \left(\sum_{i=1}^{n+1} \delta_{pi} \lambda_{pi} \frac{\partial G_p}{\partial z_i} \right) \quad (2.2.23)$$

여기서, 식 (2.2.4.a), (2.2.4.b)에서

$$\partial x_j / \partial \phi_i = -l_i \sin \phi_i \quad (2.2.24)$$

$$\partial z_j / \partial \phi_i = l_i \cos \phi_i \quad (2.2.25)$$

이 된다. 이것을 식 (2.2.20)에 대입하여 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$M_i = - \left(\sum_{j=1}^i f_{xj} \right) l_i \sin \phi_i + \sum_{j=1}^i (f_{zj} - m_j g) l_i \cos \phi_i - \sum_{p=1}^i \left(\sum_{j=1}^m \delta_{pj} \lambda_{pj} \frac{\partial G_p}{\partial x_j} \right) l_i \sin \phi_i + \sum_{p=1}^i \left(\sum_{j=1}^m \delta_{pj} \lambda_{pj} \frac{\partial G_p}{\partial z_j} \right) l_i \cos \phi_i \quad (2.2.26)$$

여기에서, 유연매체의 변형을 제한하는 조건이 있는 경우에는 식 (2.2.26)의 우변 제 3항, 제 4항이 추가된다.

3. 시뮬레이션

위에서 구하여진 지배방정식 (2.1.27), (2.1.28)을 가지고 여러 가지 경계조건을 고려하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그 중에서 simple-support 빔을 이용하여 양쪽에서 축 방향의 힘을 가하였을 때 하중이 증가함에 따라 Fig.3.1과 같이 유연매체가 변형되는 것을 볼 수 있다.

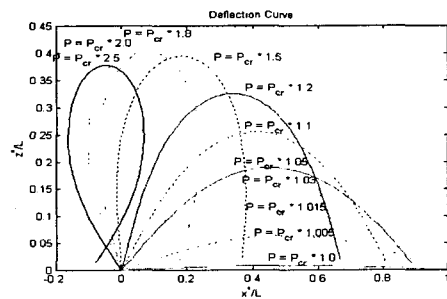


Fig.3.1 Deformation curves of a simple-support beam under various axial loads

매체가 두 개의 반원 형상으로 이루어진 터널을 통과하는 경우에 대한 시뮬레이션 결과를 Fig.3.2에 나타내었다. 빔을 외팔보로 하여 계산을 수행하였고, 길이가 50mm에서 100mm까지 증가하는 경우에 대해서 수치계산을 수행하였다. 그 중에서 Fig.3.2에는 길이가

100 mm인 경우에 대한 해석으로 검은 점은 매체와 guide가 접촉이 일어나는 점이고, 흰색 점은 매체와 guide의 비접촉 점을 나타낸다.

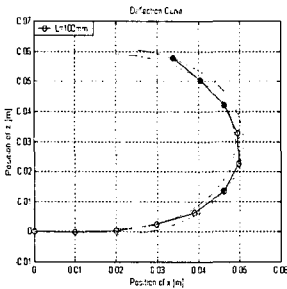


Fig.3.2 Deformation curves of a fixed-support beam with circular guides

다음 그림은 동적변형에 대한 해석 결과로 55° 각도로 기울인 상태로 정지해 있다가 자유낙하 했을 때의 변형 형상을 1 msec간격으로 나타낸 것이다.

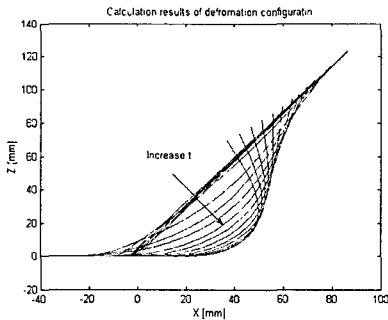


Fig.3.3 Calculation results when the trailing edge is lifted and released

이 결과는 논문의 결과와 일치하지 않았으며 바닥면과의 접촉시의 충격이 진행된 범위 내에서만 변형이 일어나야만 할 것으로 예측된다.

4. 결론

연질매체의 거동을 이해하는데 있어서 Spring-mass-system은 많은 유용한 정보들을 제공한다. Spring-mass-

beam모델을 이용하여 정적 변형과 동적 변형에 대해서 지배방정식과 구속조건을 유도하였고 간단한 시뮬레이션을 통해서 매체의 거동을 해석해 보았다. 정적인 경우에 대한 시뮬레이션에서는 참고문헌의 결과들과 유사한 결과를 얻을 수 있었으나 동적인 변형해석에 대해서는 만족할 만한 결과를 얻지 못했으며, 이 경우에는 매체가 가이드에 충돌할 때의 진동 과정이 진행되는 범위에서만 변형이 발생하는 것으로 보고 해석을 부분적으로 수행해야 할 것이다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 정보저장기기 연구센터의 지원(R11-1997-042-11000-0)을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Kazushi YOSHIDA. 1994. Analysis of Deformation and Behavior of Flexible Materials(1st Report, Study of Spring-Mass Beam Model of the sheet. 일본기계학회 논문집(A 편) Japan.
- (2) Kazushi YOSHIDA. 1994. Analysis of Deformation and Behavior of Flexible Materials(2nd Report, Static Analysis for Deformation of the Sheet in the Space Formed by Guide Plates) 일본기계학회 논문집(A 편) Japan.
- (3) Kazushi YOSHIDA. 1994. Analysis of Deformation and Behavior of Flexible Materials(3rd Report, Study of Discrete Beam Model of a Sheet for Torsional Deformation.) 일본기계학회 논문집(A 편) Japan.
- (4) Kazushi YOSHIDA. 1994. Dynamic Analysis of Sheet Deformation Using Spring-Mass-Beam Model. 일본기계학회 논문집(C 편) Japan.
- (5) K.E. BISSHOPP and D.C. DRUCKER. 1944. Large Deflection of Cantilever Beams. Quarterly of Applied Math., 2, 168-171.
- (6) T. J. Lardner and R.R.Archer 1994 Mechanics of Solids. Mc Graw Hill