

노이즈 환경에서 웨이브렛을 이용한 에지 검출에 관한 연구

배 상 범* · 김 남 호*

* 부경대학교 제어계측공학과

A Study on Edge Detection using Wavelet in Noise Environment

Sang-Bum Bae* · Nam-Ho Kim*

* Dept. of Control and Instrumentation Eng., Pukyong National Univ.

E-mail : blueskybsb@mail1.pknu.ac.kr

요 약

영상에서 신호가 급격히 변화하는 지점은 영상의 특징을 분석함에 있어서 가장 중요한 요소이다. 그러므로, 이러한 에지를 검출하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으나, 기존의 방법들은 노이즈가 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못하고 선택적인 에지 검출이 불가능하다. 한편, 최근 신호처리 분야에서 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 멀티스케일 에지 검출이 가능하며, 영상에서 에지를 포함한 특징들을 분석하는 분야에 널리 응용되고 있다. 따라서, 본 논문에서는 라인 폭에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 사용하여, 노이즈 환경에서 영상에 존재하는 라인-에지 성분을 검출하였다.

ABSTRACT

Points of sharp variations in images are the most important components when we analyze singularities of images. Therefore a lot of researches for detecting those edges have been continuing even now. However, existing methods do not have excellent performance in the image which exists noise and can not detect edge selectively. In the meantime, the wavelet transform which is presented as a new technique of signal processing field is able to detect multiscale edge and is being applied widely in many fields that analyze singularities such as edge. For this reason, this paper detected image's line-edge elements with 2-D wavelet function, which is independent of line's width, in noise environment.

키워드

wavelet transform, multiscale edge, noise

I. 서 론

영상에서의 에지는 입력 영상에 대한 위치, 모양, 크기 그리고 재질 등의 많은 정보를 포함하고 있으며, 연산자의 넓이와 형태에 따라서 무수히 많은 에지를 검출할 수 있다. 그러므로, 이러한 에지를 검출하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으며, 초기에 사용된 방법들은 Sobel, Roberts, Prewitt, Laplacian 등이 대표적이다[1]. 그러나, 이들 연산자들은 매우 간단하며 쉽게 에지를 검출할 수 있으나, 노이즈가 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못하고 선택적인 에지 검출이 불가능하다.

한편, 많은 웨이브렛 이론들의 발전과 더불어 웨이브렛 변환은 에지와 같은 특징들을 분석하는 분야에 널리 응용되고 있다. 따라서, 본 논문에서는 노이즈 환경에서 영상에 존재하는 라인-에지 성분을 검출하기 위해, 라인 폭에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 이용하였으며, 웨이브렛 변환 modulus와 angle 정보를 사용하였다.

II. 웨이브렛 변환

멀티스케일 에지 검출기는 다양한 스케일에서

신호를 평활화하고, 1차 또는 2차 도함수로부터 날카로운 변화 지점을 검출한다. 또한, 라인-에지와 같은 급격한 변화를 검출하기 위해서, 평활화 함수 $\theta(x)$ 의 도함수를 웨이브렛 함수로서 사용한다. 이러한 평활화 함수는 지역통과 필터에 대한 임펄스 응답이며, 웨이브렛에 의한 에지 검출은 특별한 필터링 연산이다.

따라서, 평활화 함수로부터 웨이브렛 함수를 유도하기 위해 어떤 함수 $\theta(x)$ 를 평활화 함수로 정의하고, $\theta(x)$ 의 1차와 2차 도함수를 식 (1)과 같이 각각 $\psi^a(x)$ 와 $\psi^b(x)$ 로 정의한다[2].

$$\psi^a(x) = \frac{d\theta(x)}{dx}, \quad \psi^b(x) = \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} \quad (1)$$

이때, 유한 에너지를 갖는 함수 $\psi^a(x)$ 와 $\psi^b(x)$ 가 다음과 같은 식 (2)를 만족하면, 웨이브렛 함수이다.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^a(x) dx = 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^b(x) dx = 0 \quad (2)$$

그리고, 웨이브렛 변환은 팽창된 웨이브렛과 신호의 컨볼루션으로 계산하며, 위치 x 와 scale s 에서 웨이브렛 $\psi^a(x)$ 와 $\psi^b(x)$ 에 의한 함수 $f(x) \in L^2(R)$ 의 웨이브렛 변환은 각각 식 (3), 식 (4)와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} W_s^a f(x) &= f * \psi_s^a(x) = f * (s \frac{d\theta_s}{dx})(x) \\ &= s \frac{d}{dx} (f * \theta_s)(x) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} W_s^b f(x) &= f * \psi_s^b(x) \\ &= s^2 \frac{d^2}{dx^2} (f * \theta_s)(x) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $\psi_s(x) = (1/s)\psi(x/s)$ 이며, scaling factor s 에 의한 함수 $\psi(x)$ 의 팽창을 의미한다. 위와 같은 두 식으로부터 웨이브렛 변환 $W_s^a f(x)$ 와 $W_s^b f(x)$ 는 각각 scale s 에서 평활화된 신호의 1차와 2차 도함수이다. 이때, 1차 도함수를 사용할 경우 신호의 불연속 점들에 대한 진폭 변화를 각기 다른 임계값으로써 분리할 수 있으므로, 본 논문에서는 $\theta(x)$ 의 1차 도함수에 의한 웨이브렛 $\psi^a(x)$ 를 사용한다.

그리고, 웨이브렛 변환은 영상처리를 위해서 2-D로 확장되며, 평활화 함수를 $\theta(x, y)$ 로 나타낼 때 2-D 웨이브렛 함수 $\psi^1(x, y)$ 와 $\psi^2(x, y)$ 는 식 (5)와 같다.

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \\ \psi^2(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \end{cases} \quad (5)$$

웨이브렛 변환에 대한 각 성분은 식 (6), 식 (7)과 같으며, 웨이브렛 변환에 의한 국부 최대 특징은 수평, 수직축을 따라 영상에 존재하는 과도성분에서 나타난다.

$$\begin{aligned} W_s^1 f(x, y) &= f * \psi_s^1(x, y) \\ &= s \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_s)(x, y) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_s^2 f(x, y) &= f * \psi_s^2(x, y) \\ &= s \frac{\partial}{\partial y} (f * \theta_s)(x, y) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $\psi_s(x, y) = (1/s^2)\psi(x/s, y/s)$ 이며, scale s 에서 웨이브렛 변환 modulus와 angle은 식 (8), 식 (9)와 같다[3].

$$\begin{aligned} M_s f(x, y) &= \sqrt{|W_s^1 f(x, y)|^2 + |W_s^2 f(x, y)|^2} \end{aligned} \quad (8)$$

$$A_s f(x, y) = \arctan \left(\frac{W_s^2 f(x, y)}{W_s^1 f(x, y)} \right) \quad (9)$$

위와 같은 두 식으로부터 에지는 $A_s f(x, y)$ 에 의한 방향을 따라 $M_s f(x, y)$ 가 국부 최대인 지점에 존재한다. 그리고, 본 논문에서 $\theta(x, y)$ 는 식 (10)으로 정의하며, 각각에 대한 2-D 웨이브렛 함수 ψ^1 과 ψ^2 는 식 (11)과 같다.

$$\theta(x, y) = \phi(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \psi^2(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (11)$$

III. 웨이브렛 함수의 조건

응용 환경에 따라서 적절한 웨이브렛 함수를 선택하는 것은 가장 먼저 이루어져야 할 문제이다. 그리고, 영상은 스텝-에지, 램프-에지, 루프-에지, 라인-에지와 같은 다양한 종류의 에지들을 포함한

다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 다양한 종류의 에지에서 라인-에지 성분을 검출하기 위하여, 곡선들이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에서 국부 최대값을 갖도록 하였다.

에지에 대한 특징들로부터, 라인-에지는 영상의 밝기가 급격히 변화하지만 곧 이전의 밝기값으로 복귀하는 일정한 폭 이하의 불연속 점이다. 따라서, 이러한 특징들로부터 라인-에지에 대한 웨이브렛 변환은 라인의 중심으로부터 인접한 두 지점에 국부 최대값을 갖게 된다. 그러나, 영상에서 모든 라인-에지가 동일한 폭을 가지지 않으므로, 이에 상응하는 modulus의 국부 최대값에 대한 위치가 변하게 되며, 라인-에지 검출은 비선형 함수의 해석이 필요하게 된다. 그러나, 어떠한 조건에서 이러한 국부 최대값에 대한 위치가 동일한 간격 상에서 존재한다면 라인-에지를 검출하기 위한 연산량은 많은 이점을 얻을 수 있다.

식 (11)에 의해 정의된 웨이브렛 함수에 의한 웨이브렛 변환 $W_s^1 f(x_\rho, y_\rho)$ 와 $W_s^2 f(x_\rho, y_\rho)$ 가 식 (12)를 만족한다.

$$M_s f(x_\rho, y_\rho) = 2 \left| g_c \int_0^\infty \left[\phi \left(\sqrt{t^2 + \left(\frac{\rho + d/2}{s} \right)^2} \right) - \phi \left(\sqrt{t^2 + \left(\frac{\rho - d/2}{s} \right)^2} \right) \right] dt \right| \quad (12)$$

식 (12)에서 d 는 분석을 위한 곡선의 폭이며, ρ 는 곡선의 중심으로부터 법선 방향으로 평행인 지점 (x_ρ, y_ρ) 사이의 거리를 나타내고, g_c 는 곡선에 대한 gray level이다.

그리고, $M_s f(x_\rho, y_\rho)$ 가 국부 최대값이 되기 위한 ρ 를 찾기 위해 이것의 도함수를 사용하며, $G(x)$ 를 식 (13)과 같이 나타낼 때, 도함수는 식 (14)와 같다.

$$G(x) = x \int_0^\infty \frac{\phi'(\sqrt{t^2 + x^2})}{\sqrt{t^2 + x^2}} dt \quad (13)$$

$$\frac{d}{d\rho} M_s f(x_\rho, y_\rho) = -2 |g_c| \frac{1}{s} \left[G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) - G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \right] \quad (14)$$

식 (14)를 $(d/d\rho) M_s f(x_\rho, y_\rho) = 0$ 로 두는 것에 의해 식 (15)를 얻는다.

$$G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) = G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \quad (15)$$

여기서, 식 (15)를 해결하기 위해 다음과 같은 조

건을 만족하는 $G(x)$ 를 가정한다.

$$\text{supp } G = [-1, 1] \text{ 이고, } G(x) \leq 0 \quad (\forall x \geq 0)$$

이다. 그리고, $G(x)$ 는 $[0, \frac{1}{2}]$ 에서 단조함수이며, 구간 $[0, 1]$ 에 대하여 $x = 1/2$ 에서 대칭이다. 또한 어떤 $\delta > 0$ 에 대해서, $G(x)$ 는 (δ, ∞) 에서 미분 가능하다. 이러한 조건으로부터, 국부 최대값을 갖는 $M_s f(x_\rho, y_\rho)$ 는 곡선의 폭 d 와는 무관하게, 중심에서 양쪽으로 대칭적인 지점 $|\rho| = s/2$ 에 존재하게 된다. 그리고, $G(x)$ 가 위와 같은 조건들을 만족하는 경우, $\psi(x)$ 는 식 (16)과 같다.

$$\psi(x) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x} \int_1^\infty \frac{tx G'(tx) - G(tx)}{t^2 \sqrt{t^2 - 1}} dt \quad (16)$$

영상에 존재하는 에지는 한 방향에 대해서 급격한 변화를 갖지만, 다른 방향의 인접한 지점과는 부드러운 변화를 갖는 곡선 형태를 나타낸다. 따라서, 곡선에서 짧은 구간은 직선으로 근사화될 수 있으므로, 식 (16)과 같은 웨이브렛 함수는 일반적인 곡선에 대해서 사용된다.

그리고 scale s 에 대한 선택에서, 만약 작은 scale s 를 사용한다면 노이즈에 의해 훼손된 영상으로부터 생성된 modulus의 최대값은 노이즈에 대한 특성을 대부분 반영할 것이다. 반면, 필요 이상으로 큰 scale s 를 사용한다면 노이즈에 대한 영향은 최소화 할 수 있지만, 원하지 않는 에지 성분의 검출과 연산량의 증가를 가져온다. 따라서, 적절한 scale s 를 사용하여, 선택적으로 라인-에지를 검출함과 동시에 노이즈를 제거한다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 노이즈가 중첩된 영상에서, 다양한 폭을 갖는 곡선들이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에 두 개의 국부 최대값이 위치하도록 하였다. 그리고, 2-D 웨이브렛 함수에 의한 노이즈 제거와 라인-에지 검출 성능을 확인하기 위해, 테스트 영상으로서 의료영상과 텍스트를 중첩한 영상을 사용하였으며, 노이즈를 원 영상에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

그림 1은 원 영상을 나타내고 있으며, 흉부 X-ray 영상과 gray level을 갖는 텍스트를 중첩하였다. 그리고 그림 2는 salt & pepper 노이즈와 AWGN (additive white gaussian noise)이 복합적으로 원 영상에 중첩된 영상이다. 이때, salt & pepper 노이즈의 밀도는 0.005이며, AWGN의 표준편차는 12이다. 그림 3은 본 논문에서 사용한

2-D 웨이브렛 함수에 의해 얻어진 에지 검출 영상을 나타내고 있다. 또한 각 영상에서 189라인(▶)에 대한 profile을 결과 영상의 하단에 gray level로 나타내었다.

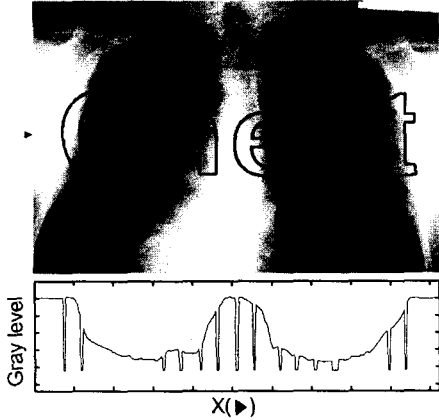


그림 1. 원 영상

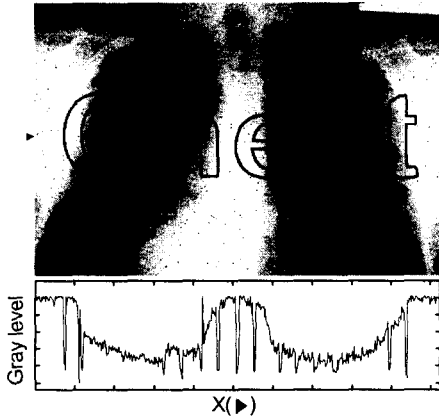


그림 2. 노이즈가 중첩된 영상

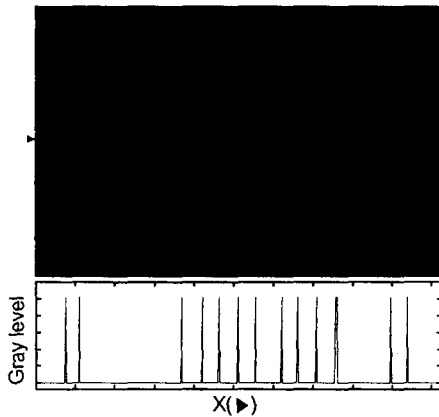


그림 3. 에지 검출 영상

시뮬레이션 결과로부터, 본 논문의 2-D 웨이브렛 함수에 의해 텍스트에 해당하는 라인-에지 성분은 검출되었으며, 다른 에지 성분과 노이즈는 대부분 제거되었다.

그림 3과 같은 결과는 angle 방향을 따라 국부 최대값을 갖는 modulus가 동일한 간격 상에서 대칭적으로 존재할 경우, 이러한 국부 최대값에 대한 중심으로부터 검출되었다.

V. 결 론

본 논문에서는 노이즈 환경에서 라인 쪽에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 이용하여 영상에 존재하는 라인-에지 성분을 검출하였다. 검출과정에서, 웨이브렛 변환된 데이터는 원 영상으로부터 2개의 2-D 웨이브렛 함수에 의해 수직, 수평 성분의 국부 최대값과 방향 정보를 갖고 있으므로 이러한 정보들을 이용하였다. 그리고, 라인-에지 검출과 노이즈 제거 성능을 확인하기 위해, 테스트 영상으로서 gray level의 텍스트가 존재하는 의료영상을 사용하였다. 시뮬레이션 결과, 본 논문에서 제안된 방법은 복합적으로 중첩된 잡음 제거와 라인-에지 검출 성능이 우수하여, 영상의 특징검출 및 패턴인식과 같은 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

참고문헌

- [1] R. Nevatia, "Evaluation of simplified Hueckel operator for finding optimal edges in pictures", in Proc. IJCAI, pp. 650-655, 1975.
- [2] Mallat, S., Zhong, S., "Characterization of signals from multiscale edges", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. vol. 14, pp. 710-732, July 1992.
- [3] Mallat, S., Hwang, W. L., "Singularity detection and processing with wavelets", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 38, pp. 617-643, Mar. 1992.
- [4] Chui, C. K., "An Introduction to Wavelets", Academic Press, Boston, 1992.
- [5] R. M. Haralick, "Digital step edges from zero-crossing of second directional derivatives", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-6, no. 1, pp. 58-68, 1984.
- [6] Mallat, S., "Zero-crossings of a wavelet transform", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 37, pp. 1019-1033, July 1991.