한국전산구조공학회
2004년도 봄 학술발표회 논문집

p-Version 비선형 해석에 의한 팻취보강된 RC구조물의 극한강도 산정

Ultimate Load of RC Structures Bonded with the Soffit Plate by *p*-Version Nonlinear Analysis

안 재 석* 박 진 환** 홍종현*** 우광성****
Ahn, Jae-Seok Park, Jin-Hwan Woo, Kwang-Sung Hong Chong-Hyun

ABSTRACT

A new finite element model will be presented to analyze the nonlinear behavior of not only RC beams and slabs, but also RC beams strengthened by a patch repair. The numerical approach is based on the *p*-version degenerate shell element including theory of anisotropic laminated composites, theory of materially and geometrically nonlinear plates. In the nonlinear formulation of this model, the total Lagrangian formulation is adopted with large deflections and moderate rotations being accounted for in the sense of von Karman hypothesis. The material model is based on hardening rule, crushing condition, plate-end debonding strength model and so on. The Gauss-Lobatto numerical quadrature is applied to calculate the stresses at the nodal points instead of Gauss points. The validity of the proposed *p*-version finite element model is demonstrated through several numerical examples for the load-deflection curves, the ultimate loads, and the failure modes of reinforced concrete slabs and RC beams bonded with steel plates or FRP plates compared with available experimental and numerical results.

1. 서론

지난 20 여 년 동안 여러 공학분야에서 여러 가지 종류의 팻취 재료가 소개되어 오고 있는데, 건설 분야에서는 1967년 RILEM Symposium에서 처음으로 강판을 이용한 RC 구조물의 보강에 관한 연구가 소개된 이후 많은 연구가 진척되었으며, 최근에는 섬유보강 복합재료(FRP; fiber reinforced plastic)가 중량에 비해 높은 강도 및 강성도, 탁월한 부식(corrosion) 방지능력, 그리고 우수한 피로특성(fatigue characteristics)을 가지고 있어서, 토목 및 건축분야에 섬유보강 플라스틱(FRP) 재료의 적용빈도가 꾸준히 증가되는 추세이다. 그러나, 현재 이들을 이용한 복합재료의 이론적 연구는 항공, 기계, 화공, 원자력 및 재료 공학과 비교할 때 매우 낙후된 수준이다. 따라서, 섬유보강 플라스틱(FRP) 재료의 팻취 보강에 따른 내하력 증가나 처짐변화 등의 전체적 거동과, 팻취가 접착되는 계면(interface)에서의 응력특이 및 계면박리 현상, 적층평판의 두께방향에 대한 응력분포, 층 분리(delamination), 팻취보강 합성구조물의 파괴기준 등을 포함한 미세적(micro) 거동을 설명할 수 있는 해석적 방법을 제시하여 보다 정확한 이론에 기초를 둔 복합재료의 해석 및 설계에 대한 필

* 영남대학교 토목공학과 연구원
** 영남대학교 토목공학과 연구원
*** 탐라대학교 토목공학과 교수
**** 영남대학교 토목공학과 교수 : kswoo@yu.ac.kr

요성이 요구되고 있다.

한편, 해의 빠른 수렴성과 입력자료(input data)의 영향에 민감하지 않은 해의 통용성(robustness), 그리고 모델링의 단순성에 있어서 뛰어난 p-version 유한요소법은 많은 학자들의 관심과 흥미를 일으켰다. E Szabo와 Babuska에 의해 Legendre 형상함수를 이용한 p-version 유한요소법은 StressCheck과 같은 첨단 상용유한요소프로그램에 도입되었고, ANSYS에도 내장되었으며 급속도로 사용 빈도가 증가 추세에 있다. 뿐만 아니라 최근에는 비선형 문제에도 적용이 이루어지고 있다.

본 연구에서는 강판 또는 탄소섬유 쉬트로 보강된 철근콘크리트 보의 해석을 위한 p-version 유한요소 모델이 제시된다. 제안된 모델은 재료 및 기하 비선형이론과 p-version 유한요소이론으로 구성된다. 기하비선형의 경우 Total Lagrangian 기법에 기초한 von Karman의 대변형-소변형률 이론을 사용했고, 재료비선형의 경우 증분소성이론(incremental theory of plasticity)에 기초한 Kuper가 제시한 콘크리트의 항복기준과 경화법칙(hardening rule) 그리고 그에 따른 파괴기준을 사용했다. 또한, 보강판 끝 부분에서의 콘크리트 탈락에 대한 기준으로서 Oehlers Model과 Raoof and Zhang Model을 사용했다 적분형 르장드르 다항식(integrals of Legendre polynomials)이 형상함수로 사용되며, Gauss-Lobatto 수치적분법을 사용하여 기존의 절점이 아닌 절점 부근에서만 계산되던 응력값이 절점에서도 응력값이 산출되도록 하였다. 제안된 p-version 모델의 정확성을 검증하기 위해 하중-변위곡선, 극한하중, 파괴모드, 콘크리트와 내부 철근 및 보강 재료의 응력 등을 문헌의 실험치 및 해석치와 비교 분석한다.

2. 하면에 보강된 빔의 파괴모드

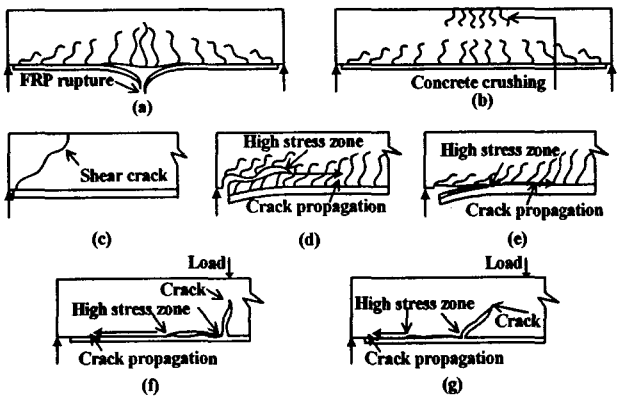

그림 1 하면에 보강한 RC 빔의 파괴 모드

그림 1은 하면에 보강한 RC보의 파괴모드를 여러 실험결과에 의해서 총 7가지로 분류한 것이다. 이러한 파괴 거동은 보강판, 접착제, RC보의 재료, 기하형상 그리고, 인장 또는 전단철근의 양 등 여러 가지 요인에 의해 결정되어지는데, (a)는 휨에 의한 FRP의 파괴 (b)는 압축에 의한 콘크리트의 crushing, (c)는 전단파괴, (d)와 (e)는 plate-end debonding failure, (f)와 (g)는 intermediate crack-induced interfacial debonding 이다. intermediate crack-induced interfacial debonding 인 경우는 빈번하게 일어나는 파괴 모드는 아니지만, Saadatmanesh와 Ehasani(1991), Lopez *et al.*(1999), Bonacci와 Maleej(2000), Rahimi와 Hutchinson(2001)에 의해서 발표된 적이 있다. plate-end debonding failure인 경우 가장 빈번하게 일어나면서, 특히 RC구조물이 극한 상태에 도달하기 전에 보강판 끝부분에 콘크리트 균열이 발생함과 동시에 갑작스럽게 구조물의 사용성과 내구성에 문제를 발생시키는 취성파괴를 일으킨다.

2.1 Concrete cover separation

접착면에서 멀리 떨어진 콘크리트 부분의 탈락으로 생기는 이 파괴모드는 보강판 끝부분에 응력집중으로 인해 발생 하지만, 엄밀히 말하면 debonding failure mode라고 말할 수는 없다. 왜냐하면 끝부분에 발생한 콘크리트의 인장균열이 높은 계면 응력의 영향을 받음으로써 콘크리트의 균열이 내측철근까지 진전되고 결

국 콘크리트가 내측 철근 방향으로 철근 아래쪽에 있는 콘크리트 대부분이 벗겨지는 박리현상이 발생하기 때문이다. 결국 이러한 거동을 함으로써 보강한 RC구조물이 설계되어진 한계상태에 도달하기 전에 국부적인 파괴가 발생하게 된다.

2.2 Plate-end interfacial debonding

보강판 단부에 발생하는 높은 계면 전단응력에 의해 발생한다는 점에 있어서 concrete cover separation과 유사한 파괴 모드이지만, 이 모드의 특징은 보강판 단부에서 접착면의 분리가 진전되어진다는 것이다. 물론, 이러한 파괴 형태가 나타날 때는 접착층에서 분리가 일어나기보다는 콘크리트층, 접착층, 보강층 중 가장 약한 부분인 콘크리트의 끝부분에 분리가 발생한다. 하지만, 하면에서 내측철근까지의 콘크리트가 함께 탈락하는 concrete cover separation 형태와는 분명히 다르다. 이러한 파괴모드는 Saadatmanesh와 Ehsani(1991), Quantril *et al.*(1996), Taljsten(1999) 등에 의한 실험 결과들이 보고되어졌다.

2.3 보강판 단부의 강도 모델

plate-end debonding failure 즉, concrete cover separation과 plate-end interfacial debonding을 규명하기 위해서 다음의 모델이 제시된다.

2.3.1 Oehlers model

Oehlers model은 전단모델(shear-capacity-based model)을 기본으로 했으며, 3점 또는 4점에 의한 휨영향을 받는 RC보에 적용 가능하며, concrete cover separation과 concrete interfacial debonding이 모두 고려되어진 모델이다. 콘크리트 단부에서의 파괴 기준은 식 (1)과 같으며, 여기서, ρ_s는 인장철근비이고, f_c'는 콘크리트 압축강도이다.

$$\tau_s = \left(1.4 - \frac{d}{2000}\right)(\rho_s f_c')^{\frac{1}{3}} \tag{1}$$

2.3.2 Raoof and Zhang model

Zhang *et al.*(1995)은 콘크리트가 인장균열이 발생 한 후, 두 개의 인접한 균열 사이에 있는 콘크리트 부분이 수평전단응력의 영향을 받는 하나의 캔틸레버보라고 가정을 하였다. 이때 콘크리트 균열 사이 부분(the root of the tooth)의 전단응력이 콘크리트의 인장강도를 초과하는 경우 콘크리트는 탈락한다는 개념이 바로 Concrete tooth model이며, 이것은 concrete cover separation이 발생할 때 적용 가능하다. 콘크리트가 받을 수 있는 전단응력은 식 (2)와 같이 표현되고, $l_{\min}$은 콘크리트 하면의 균열의 최소간격, A_e는 인장력을 받는 콘크리트의 면적, f_{ct}는 콘크리트 인장 강도, u는 강판과 콘크리트의 평균 접착강도, ΣO_{bars}는 인장철근의 전체 직경, b_s는 콘크리트 단면의 폭이다.

$$\tau_{sp} = \frac{f_{ct} l_{\min} b_c}{6 h' b_s} \qquad l_{\min} = \frac{A_e f_{ct}}{u(\Sigma O_{bars} + b_s)} \tag{2}$$

3. *p*-Version 비선형 유한요소모델

3.1 퇴화 쉘 요소

3차원 응력과 변형률의 조건들이 중립면에서 쉘거동으로 표현될 수 있도록 적절한 가정을 통해 2차원시킨 퇴화 쉘 요소를 사용하여 임의의 절점 k에서 3개의 직선변위(u_k^{mid}, v_k^{mid}, w_k^{mid})와 2개의 회전변위 (β_{1k}, β_{2k})로 구분하며, 이들 5 자유도를 통해서 전단변형을 고려할 수 있도록 하였다. 쉘 표면과 두께 방향으로 적분형 르장드르 형상함수(Ψ_k)를 사용하여, 임의의 점의 위치는 식 (3)과 같이 정의된다.

$$x_i = \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k x_{ik}^{mid} + \sum_{k=1}^{N_c} \Psi_k \frac{h_k}{2} \zeta \, \bar{v}_{3k}^{\,i} \tag{3}$$

변위장은 직선변위와 회전변위의 영향을 받는 성분을 각각 고려하여 식 (4)와 같이 나타낸다.

$$u_i = \sum_{k=1}^{N_k} \Psi_k u_{ik}^{mid} + \sum_{k=1}^{N_k} \Psi_k \zeta \frac{h_k}{2} [\, \bar{v}_{1k}, -\bar{v}_{2k} \,] \begin{bmatrix} \beta_{1k} \\ \beta_{2k} \end{bmatrix} \tag{4}$$

여기서, $x_k^{mid}, y_k^{mid}, z_k^{mid}$는 임의의 k절점에서 쉘의 중앙점의 전체좌표계를 사용한 위치, t_k는 쉘의 두께를 나타낸다.

3.2 Gauss-Lobatto 수치적분

현재까지 많이 이용되는 수치적분으로 Gauss-Legendre적분법이 있는데, 이 적분법은 재료비선형 문제의 경우에는 적용성에 문제점이 있을 수 있다. 즉, 변위는 요소의 절점에서 계산되는 반면, 응력은 적분구간 (-1, 1)에서 계산된다. 따라서 Gauss적분점에서 응력이 탄성 상태인지 탄소성 상태인지를 항복기준으로 판별하게 되며, 절점의 응력값은 일반적으로 bilinear extrapolation법으로 외삽하게 된다. 이때 외삽된 절점에서의 응력값은 근사적인 값이며 실제 항복했는지의 여부는 불분명하게 된다. 특히, 균열의 선단과 같은 특이성 문제에서는 절점의 정확한 응력값이 필요하게 된다. 이에 비해, Gauss-Lobatto 적분법을 사용하면 적분구간 [-1, 1]에서 적분을 수행하게 되어, 요소의 양 끝단 절점에서의 응력값을 직접 계산할 수 있다. 일반적인 Gauss-Lobatto 수치적분식은 식 (5)와 같다.

$$\int_{-1}^{1} f(\xi)\, dxi = \sum_{i=0}^{s-1} \omega_i f(\xi_i) \tag{5}$$

$$\xi_i = \begin{cases} -1 & i=0 \\ \xi_{i-1,s-2}^{1,1} & i=1,\cdots,s-2 \\ 1 & i=s-1 \end{cases}, \qquad w_i^{0,0} = \frac{2}{s(s-1)[L_{s-1}(\xi)]^2} \tag{6}$$

여기서 , ξ_i는 적분점의 위치, 해당적분점에서 가중치 w_i는 해당적분점에서의 가중치, s는 적분점의 수, L은 르장드르 다항식(Lengendre polynomial) 의미한다.

4. 팻취 보강된 RC보의 비선형 재료모델

4.1 콘크리트 모델

콘크리트 균열에 의한 강성 및 강도의 저하를 요소 내에 집중시키는 모델인 분산균열모델(smeared crack model)을 사용하여 인장모델, 압축모델, 전단응력 전달 모델로 구성하였다. 콘크리트의 주인장응력이 인장 강도에 도달하면 주인장응력의 직각방향으로 제 1균열이 발생하고 재료는 직교 이방성의 성질을 지닌다. 콘크리트 균열면에서의 전단응력 전달(shear transfer mechanism)은 철근의 장부효과(dowel action)와 골재의 맞물림의 영향을 받는다. 분산균열모델에서는 이러한 현상을 고려하기 위해서, 콘크리트에 균열이 생기게 되면 균열시의 전단탄성계수값을 사용하게 된다.

4.2 보강층 모델

콘크리트 구조물에 대한 보강은 내측철근과 외부하면의 강판 또는 FRP층으로 나뉜다. 철근 및 강판은 축방향력으로만 전달하는 것으로 하여 항복후 응력고원(stress plateau)은 완전소성이 아니라, 선형변형경화를 하는 것으로 가정하여 모델링 하였다. FRP재료는 선형탄성재료로 이상화시켜서 파괴시 까지 선형증가하며, 탄소섬유와 RC보가 완전 부착 거동을 하는 것으로 해석하였다.

5. 수치예제

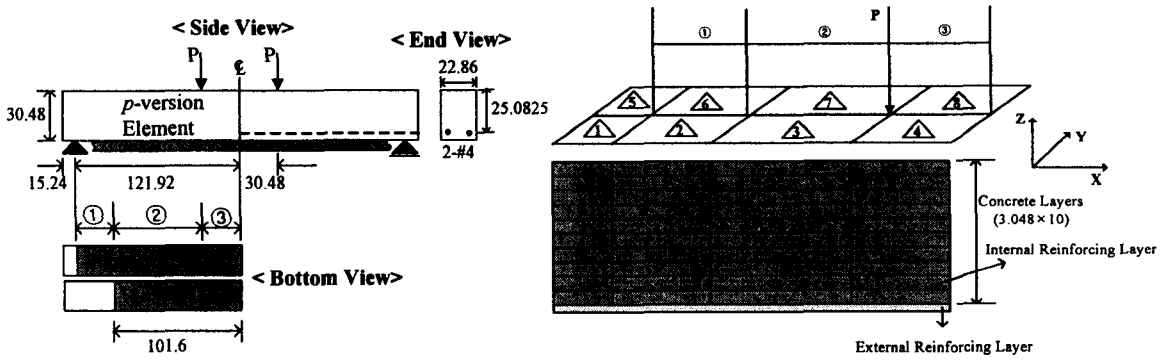

그림 2 RC보의 기하학적 형상과 유한요소 모델

Philip A.와 Ritchie *et al.*(1991)이 실험 및 수치해석을 수행했던 보강된 RC보를 대상으로 하여 무보강, 강판보강, 탄소섬유쉬트보강, 그리고 부분강판보강의 4가지 경우에 대해서 해석을 하였으며, 이들을 각각 SA-A~D로 정하였다. RC보의 기하형상 및 유한요소모델은 그림 2에 나타내었다. 무보강인 SA-A에 대해서 강판과 탄소섬유쉬트의 보강효과를 보기 위해서 SA-B와 C가 해석되었으며, 하면에 보강된 RC보의 주요 파괴모드중의 하나인 plate-end debonding failure현상을 규명하기 위하여 SA-D가 해석되었다. 해석 모델은 기하학적 형상과 보의 대칭성을 고려하여 8개의 p-version요소로 모델링 하였고, Z축방향으로는 등가단층이론을 적용하여 콘크리트 10개 층, 철근 1개 층, 보강(steel plate or FRP) 1개 층으로 모델링하였으며, 각 재료의 물성치는 표 1에 나타내었다.

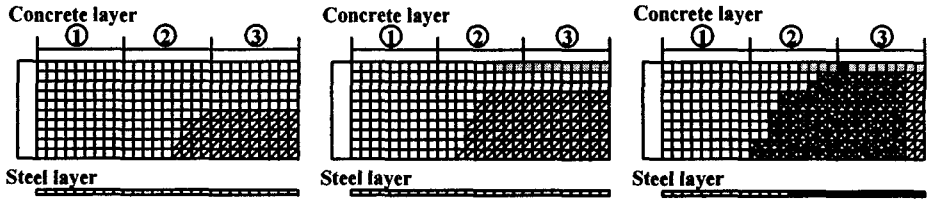

그림 3 하중증가에 따른 Beam A의 상태

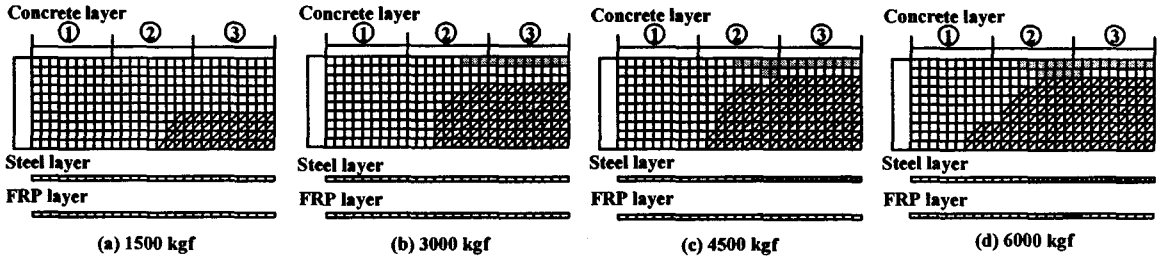

그림 4 하중증가에 따른 Beam B의 상태

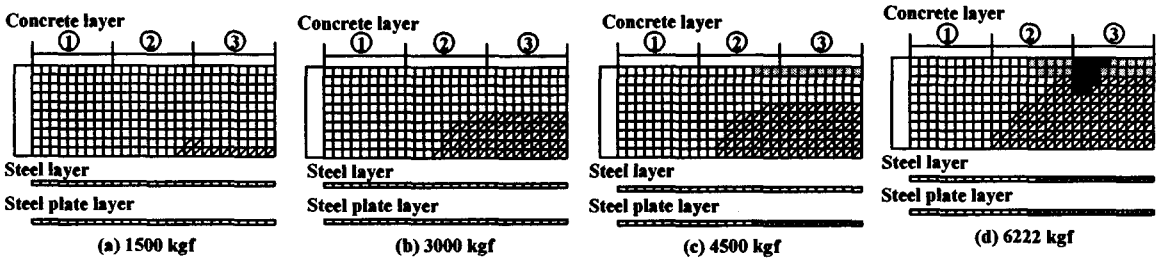

그림 5 하중증가에 따른 Beam C의 상태

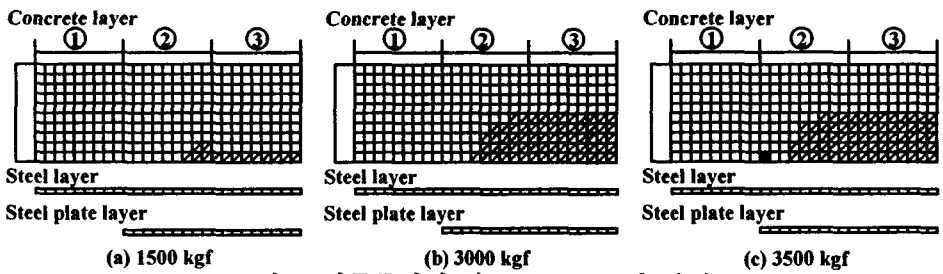

그림 6 하중증가에 따른 Beam D의 상태

SA-A~D의 실험값, 수치해석값 그리고 p-version 유한요소해석에 의한 해석값을 표 2에 나타내었다. p-version유한요소모델 의한 극한하중의 해석값은 SA-A~C에 대해서는 실험값과 유사한 결과를 나타나고 있지만, SA-D에 대해서는 상당히 낮게 해석되었다. 또한, 파괴모드에서는 실험과 같은 양상을 보이지만, 본 해석모델은 보강판과 콘크리트 접착부분이 완전부착이라는 가정 하에 해석한 관계로 접착부분에서의 전단응력값이 실험결과보다 과대 해석되어 실험값보다 조기에 파괴가 일어나는 경향을 나타내었다. 그림 7은 SA-A~D에 대한 실험 및 p-version FEM으로 해석한 중앙지점부분의 처짐을 비교하였다. 결과에서 보면, 보강효과가 현저하게 나타났으며, 파괴시에 보강한 보는 무보강 보에 비해서 취성의 성질이 있음을 실험과

p-version해석에서 알 수가 있었다. 그림 8은 4 가지 경우의 보에 따른 내측 인장철근응력을 하중 단계별로 표시한 것이다. 기울기가 첫 번째로 변하는 지점은 4개의 보 모두 유사한데 이는 콘크리트의 항복하중을 나타낸다. 그리고 SA-C의 경우 두 번째 기울기가 꺾이는 지점은 내측 철근이 항복하는 지점을 나타낸다. 탄성구간에서는 무보강한 보와 보강한 보의 거동에 차이가 없지만, 비선형 구간에서는 보강한 보에서 동일 하중상태에서 인장철근이 받는 응력이 무보강반 보에 비해서 작게 나타나고 있음을 알 수가 있다. SA-C와 SA-D의 내측철근은 같은 거동을 하고 있지만, 다른 조건들이 동일함에도 불구하고, 보강재 길이의 차이로 인하여 철근이 항복하기 전에 구조물에 파괴가 일어남을 알 수 있었다.

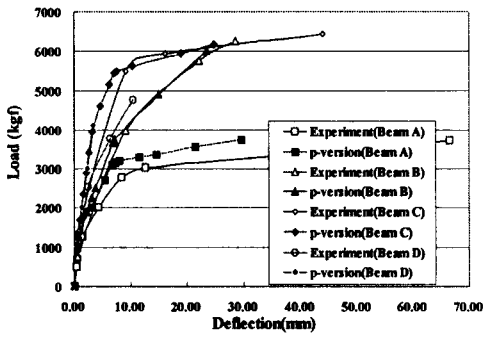

그림 7 하중-변위 곡선

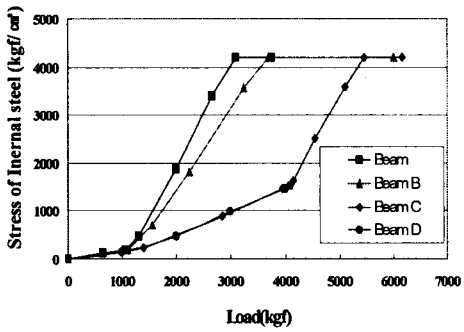

그림 8 하면에 보강된 강판의 보강 효과

표 2 각 보에 대한 극한강도 산정 (단위: kgf)

	Iterative analytical method	실험	p-version FEM	실험값과의 차이(%)		보강효과 (p-version/실험)
				Analytical	p-version	
SA-A	2892	3720	3755	22.2	-0.9	·
SA-B	6625	6528	6000	-5.9	4.1	+2245/+2538
SA-C	5480	6445	6222	15.0	3.46	+2467/+2725
SA-D	5514	4763	3500	-15.8	26.5	-255/+1043

6. 결론

팻취보강 된 RC보의 해석을 위해 비선형 p-version 적층쉘 요소가 제안되었다. 모델링의 단순성 같은 p-version 모델의 장점이 팻취보강된 철근콘크리트 보 해석에서도 발견되었다. 팻취 보강된 철근콘크리트 보의 극한하중과 콘크리트와 강판의 계면에서 수직과 전단응력분포를 예측하였다. 본 연구는 팻취 보강된 철근콘크리트 보의 새로운 이론적 관점을 나타내는 것보다는 p-version 유한요소모델의 적용성을 시도한 연구이며 향후 본 연구에서 제안된 모델을 이용하여 철근의 배근 방향, 복잡한 기하 형상을 가진 구조물의 해석, 국부적인 상세해석(detail analysis)에 효율적으로 이용될 수 있는 기초연구라 할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단에서 실시한 지역대학우수과학자 지원연구사업(R05-2003-000-10321-0)의 연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. A. Abdollahi, "Numerical strategies in the application of the FEM to RC structures I ", *Computers & Structures*, Vol. 58, No.6, pp. 1171-1182, 1996
2. E. Hinton and D.R.J. Owen, "Finite element software for plates and shells", *Pineridge Press Limited*, Swansea U.K., 1984
3. Fariborz Barzegar, "Layering of RC membrane and plate elements in nonlinear analysis", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 114, No.11, pp. 2474-2492, 1988
4. Hamid Saadatmanesh and Mohammad R. Ehsani, "RC beams strengthened with GFRP plates. I: Experimental study", *Journal of Strcutural Engineering*, Vol. 117, No. 11, pp. 3417-3433, 1991
5. Jian Yang and Jianqiao Ye, "Interfacial stress in plated beams with cracks", *Composite Structures*, Vol. 57, pp. 125-134, 2002
6. J.F. Davalos, H.A. Salim, P. Qiao, R. Lopez-Anido and E.J.Barbero. "Analysis and design of pultruded FRP shapes under bending", *Composites*, Vol. 27, pp. 295-305, 1996
7. J.G. Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, and L. Lam, "FRP strengthened RC structures", *John Wiley & Sons Ltd.*, 2002
8. J.G. Teng, J.W. Zhang and S.T. Smith, "Interfacial stresses in reinforced concrete beams bonded with a soffit plate : a finite element study", *Construction and Building Materials*, Vol. 16, pp. 1-14, 2002
9. K.S. Woo, C.H. Hong and P.K. Basu, "Materially and geometrically nonlinear analysis of laminated anisotropic plates by$p$-version of FEM", *Computers & Structures*, Vol. 81, pp. 1653-1662, 2003
10. K.S. Woo, J.H. Park, and C.H. Hong, "Numerical prediction of the ultimate load of reinforced concrete slabs by p-version of FEM", *Journal of KSCE*, Vol. 23, No. 1, pp. 103-111, 2003
11. N.B. Edgar and K.S. Surana, "On the conditioning number and the selection criteria for p-version approximation functions", *Computers & Structures*, Vol. 60, pp. 521-530, 1996
12. Philip A. Ritchie, David A. Thomas, Le-Wu Lu and Guy M. Connelly, "External reinforecment of concrete beams using fiber reinforced platstics", *ACI Structtural Journal*,Vol. 88, No. 4, pp. 490-500, 1991
13. Willem Jansze, "Strengthening of reinforced concrete members in bending by externally bonded steel plates", *Thesis Delft University of Technology*, 1997