

적층배열에 따른 복합재료 쉘의 형상최적화

Shape Optimization of Laminated Composite Shell for Various Layup Configurations

김 현 철* 노 회 열* 조 맹 호**
Kim, Hyoncheol Roh, Hee-Yuel Cho, Maenghyo

ABSTRACT

Shape design optimization of shell structure is implemented on a basis of integrated framework of geometric modeling and finite element analysis which is constructed on the geometrically exact shell theory. This shell theory enables more accurate and robust analysis for complicated shell structures, and it fits for the nature of B-spline function which is popular modeling scheme in CAD field. Shape of laminated composite shells is optimized through genetic algorithm and sequential linear programming, because there are numerous optima for various configurations, constraints, and searching paths. Sequential adaptation of global and local optimization makes the process more efficient. Two different optimized results of laminated composite shell structures to minimize strain energy are shown for different layup sequence.

1. 서 론

쉘은 곡률을 가지는 얇은 구조물로서, 이를 이용하면 적은 질량으로 큰 하중을 지지하며, 넓은 공간을 확보할 수 있다. 따라서 쉘 구조물은 자동차, 항공기, 선박 등의 운송수단과 건축물에 널리 이용된다. 하지만 이러한 장점에도 불구하고 쉘을 역학적으로 다루는 것은 매우 까다롭기 때문에 그동안 이론과 전산역학의 분야에서 쉘을 이해하고 해석하기 위해 많은 노력이 기울여졌으며, 특히 쉘 구조물의 형상 최적설계 분야는 지금도 활발한 연구가 이루어지고 있다.

쉘 구조물의 형상 최적설계를 위해서는 일반적으로 쉘의 거동을 잘 표현할 수 있는 유한요소법과 반복 계산 과정에서 변화하는 구조물의 형상을 잘 반영하기 위한 기하학적 모델링(Computer Aided Geometric Modeling), 그리고 이를 이용해 최적해를 도출해 내는 최적화 도구가 유기적으로 연동되어야 한다. 현재 쉘의 해석을 위해 일반적으로 사용하는 유한요소 프로그램은 캐드(CAD, Computer Aided Design)에서 생성한 기하학적인 정보를 캐드의 공통서식 파일(file)의 형태로 받아들인다. 하지만 이는 때때로 캐드와 유한요소 프로그램 간의 연동에 문제를 발생시키며, 유한요소 프로그램에서 쉘의 곡면을 나타내기 위해 사용하는 보간 함수는 캐드에서 생성한 곡면의 모델링만큼 정확하지 않다. 또 최적화 과정에서는 캐드와 유한요소 프로그램 간에 자료의 교환이 반복적으로 이루어져야 하므로, 오차의 누적과 수고가 따르게 된다.⁽¹⁾ 따라서 캐드의 기하학적 정보를 유한요소에서 직접 이용하고, 해석의 결과가 다시 모델링에 반영되는 통합 설계도구의 도입이 필수적이다.

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

** 정회원 · 서울대학교 기계항공공학부 부교수

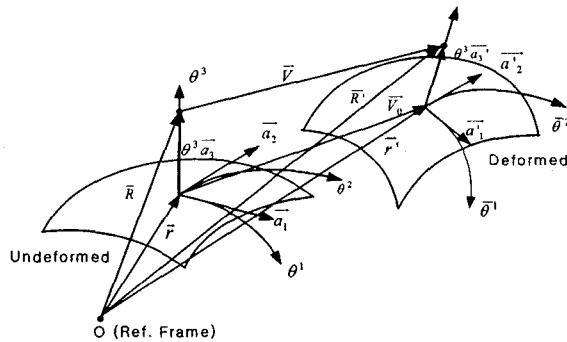


그림.1 변형전과 변형후의 셀의 기하학적 형상

셀 구조물의 형상 최적설계가 가지는 또 하나의 어려움은 형상설계문제가 수학적으로 단순하지 않다는 데 있다. 형상 최적설계는 설계 대상을 표현하기 위한 설계변수의 개수가 무한대이다. 따라서 한정된 전산자원을 이용하여 문제에 접근하기 위해서는 연속적으로 존재하는 설계변수를 이산화해야 하지만, 이산화하는 방법과 변수의 선별에 따라 다른 형상의 해가 구해지며, 이에 대한 일반적인 방법은 아직 알려져 있지 않다. 이외에도, 구조물의 최적설계를 위해서는 수치화하기 어려운 사람의 감각도 반영해야 한다. 구조물의 설계에서 흔히 다루어지는 강성을 최대화하는 경우에, 일반적으로 구조물이 요철을 가지면 강성은 커지지만, 사람의 미적 감각은 보다 단조로운 형상을 선호하기 때문이다.

본 연구에서는 앞에서 언급한 형상 최적설계의 어려움을 극복하고 효율적인 최적설계 도구를 만들기 위해, 일반 곡선 좌표계를 기초로 한 셀 유한요소와 B-스플라인 모델링을 통합한 설계 도구를 소개한다. 이를 기반으로 한 최적설계 도구는 효율적인 탐색을 위해 유전알고리즘을 이용한 전역 최적화와 민감도를 이용한 국소 최적화를 순차적으로 적용한다. 수치 예제에서는 경량성과 고강성으로 셀 구조물의 재료로 주목받고 있는 복합재료의 적층 배열에 따른 형상 최적설계의 결과를 제시한다.

2. 기하학적 모델링과 유한요소의 통합설계

2.1 일반 곡선 좌표계에 기초한 Naghdi의 셀 모델

일반 곡선좌표계에 기초한 셀 이론에서 변형 전과 후의 곡면 상의 위치 벡터는 그림.1과 같이

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{r} + \theta^3 \vec{a}_3 \\ \vec{R}' &= \vec{r}' + \theta^3 \vec{a}'_3\end{aligned}\quad (1)$$

로 나타낸다. 또, 본 연구에서 도입한 Naghdi의 셀 모델⁽²⁾⁽³⁾에서는 일반 곡선좌표계와 텐서에 기초하여 변위 벡터(\vec{V})를 다음과 같이 나타낸다.

$$\vec{V} = (u_\alpha + \theta^3 \psi_\alpha) \vec{a}^\alpha + w \vec{a}_3 \quad (2)$$

여기서, u_α 는 면내 변위, ψ_α 는 회전각 변위, w 는 수직 변위이다.

식 (2)에 주어진 변위장으로부터 인장, 굽힘, 전단 변형률을 구하면 다음과 같이 변위와 곡률 텐서로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} (u_\alpha \|_\beta + u_\beta \|_\alpha - 2b_{\alpha\beta} w) \\
\omega_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} [\psi_\alpha \|_\beta + \psi_\beta \|_\alpha + \frac{1}{2} \{ b_\alpha^\lambda (u_\beta \|_\lambda - u_\lambda \|_\beta) + b_\beta^\lambda (u_\alpha \|_\lambda - u_\lambda \|_\alpha) \}] \\
\gamma_\alpha &= (w, \alpha + \psi_\alpha + b_\alpha^\lambda u_\lambda)
\end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $\|$ 는 2차원 곡면 내에서의 공변 미분이고, $b_{\alpha\beta}$ 는 곡률텐서이다.

Naghdi 셀에 기초한 유한요소 해석에서 셀의 두께가 얇아짐에 따라 발생하는 잠김(Locking) 현상을 해결하기 위해, 가정된 변형률장을 사용하고 잠김을 효과적으로 억제하는 부분 혼합 변분 범함수(Π^P)를 다음과 같이 도입한다. 본 연구에서 전단 변형률과 인장 변형률을 변분 변형률 매개변수로 도입한다.⁽¹⁾

$$\begin{aligned}
\Pi^P(\epsilon_{\alpha\beta}, \gamma_\alpha, u_\alpha, w, \psi_\alpha) = & \int_{\Omega} B^{\alpha\beta\gamma\mu} h \epsilon_{\alpha\beta} \frac{1}{2} (u_\gamma \|_\mu + u_\mu \|_\gamma - 2b_{\mu\gamma} w) \sqrt{ad\theta^1\theta^2} - \frac{1}{2} \int_{\Omega} B^{\alpha\beta\gamma\mu} h \epsilon_{\alpha\beta} \epsilon_{\gamma\mu} \sqrt{a} d\theta^1 d\theta^2 \\
& + \int_{\Omega} Gha^{\alpha\beta} \gamma_\alpha (w, \beta + \psi_\beta + b_\beta^\lambda u_\lambda) \sqrt{ad\theta^1\theta^2} - \frac{1}{2} \int_{\Omega} Gha^{\alpha\beta} \gamma_\alpha \gamma_\beta \sqrt{ad\theta^1\theta^2} \\
& + \frac{1}{2} \int_{\Omega} B^{\alpha\beta\gamma\mu} \frac{h^3}{12} \left\{ \frac{1}{2} [\psi_\alpha \|_\beta + \psi_\beta \|_\alpha + \frac{1}{2} \{ b_\alpha^\lambda (u_\beta \|_\lambda - u_\lambda \|_\beta) + b_\beta^\lambda (u_\alpha \|_\lambda - u_\lambda \|_\alpha) \}] \right\} \\
& \times \left\{ \frac{1}{2} [\psi_\gamma \|_\mu + \psi_\mu \|_\gamma + \frac{1}{2} \{ b_\gamma^\lambda (u_\mu \|_\lambda - u_\lambda \|_\mu) + b_\mu^\lambda (u_\gamma \|_\lambda - u_\lambda \|_\gamma) \}] \right\} \sqrt{ad\theta^1 d\theta^2} \\
& - \int_{\Omega} (p^\alpha u_\alpha + pw) \sqrt{a} d\theta^1 d\theta^2
\end{aligned} \tag{4}$$

2.2. 복합재료 적층판의 구성방정식과 유한요소화

일반 평면좌표계에서 이방성 복합재료의 탄성계수는 국부 직교좌표계에서의 값과 기저벡터의 좌표 변환으로 표현된다. 일반 곡면좌표계에서 구성방정식은

$$\sigma^{ij} = C^{ijkl} E_{kl} (\vec{g}_i, \vec{g}_j \text{ 기저벡터}) \tag{5}$$

이고, 국부 직교좌표계에서의 구성방정식은

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} (\vec{e}_i \text{ 기저벡터}) \tag{6}$$

이다. 응력과 변형률의 불변성과 역기저벡터(reciprocal base vector)로부터 곡면을 따라 섬유로 보강된 이방성 재료의 응력과 변형률을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma^{ij} (\vec{g}_i \cdot \vec{e}_m) (\vec{g}_j \cdot \vec{e}_k) = \tau_{mk} \tag{7}$$

$$\epsilon_{ij} = (\vec{g}^m \cdot \vec{e}_i) (\vec{g}^k \cdot \vec{e}_j) E_{mk} \tag{8}$$

식(7), (8)을 식(6)의 국부 곡선좌표계에 대입하여 정리하면, 다음과 같이 구성방정식을 구할 수 있다.

$$\sigma^{ij} = C_{pqrs} (\vec{g}^i \cdot \vec{e}_p) (\vec{g}^j \cdot \vec{e}_q) (\vec{g}^k \cdot \vec{e}_r) (\vec{g}^l \cdot \vec{e}_s) E_{kl} \tag{9}$$

유한요소 정식화를 위한 변위와 변형률 가정식은 다음과 같다.

$$(u_a, w, \phi_a) = \sum (u_{ai}, w_i, \phi_{ai}) N_i + (u_a, w, \phi_a)_b N_b$$

$$(\varepsilon_a, \gamma_a) = (\vec{P}_1 \vec{\alpha}, \vec{P}_2 \vec{\beta}) \quad (10)$$

여기서 N_i 는 형상함수, N_b 는 거품함수 형태의 형상함수이고, P_1, P_2, α, β 는 가정된 변형률장과 그 매개변수이다.

부분흔합 범함수와 가정된 변형률 매개변수를 이용하여 유한요소 이산화를 수행하면 이산화된 범함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Pi(\vec{d}, \vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{1}{2} \vec{d}^T K_b \vec{d} - \frac{1}{2} \vec{\alpha}^T H_m \vec{\alpha} + \vec{\alpha}^T G_m \vec{d} - \frac{1}{2} \vec{\beta}^T H_\gamma \vec{\beta} + \vec{\beta}^T G_\gamma \vec{d} - \vec{d}^T \cdot f \quad (11)$$

여기서 $K_b = \int_{\Omega} B_b^T D_b B_b \sqrt{ad\theta^1} d\theta^2$, $H_m = \int_{\Omega} P_1^T D_m P_1 \sqrt{ad\theta^1} d\theta^2$, $G_m = \int_{\Omega} P_1^T D_m B_m \sqrt{ad\theta^1} d\theta^2$, $H_\gamma = \int_{\Omega} P_2^T D_\gamma P_2 \sqrt{ad\theta^1} d\theta^2$, $G_\gamma = \int_{\Omega} P_2^T D_\gamma B_\gamma \sqrt{ad\theta^1} d\theta^2$ 이고, \vec{f} 는 외력에 의해 요소에 가해지는 하중 벡터, \vec{d} 는 요소위 자유도 벡터, $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ 는 미지 변형률 벡터이다. 문자에 사용한 하첨자 m, b, γ 는 각각 멤브레인, 굽힘, 전단 변형을 표시한다.

요소의 자유도 벡터는 절점의 자유도와 일반적인 쉘 곡면의 접평면에서 2개의 곡면의 접선방향 변위(u_a)와 수직변위(w), 2개의 회전각변위(ϕ_a)로 표시된다. 4절점 요소의 경우는 $n=4$ 이다.

$$\vec{d} = [(u_1, u_2, w, \phi_1, \phi_2)_1, \dots, (u_1, u_2, w, \phi_1, \phi_2)_n, (u_b, u_b, w_b, \phi_b, \phi_b)]^T \quad (12)$$

$\vec{d}, \vec{\alpha}, \vec{\beta}$ 에 대한 변분을 취함으로써 다음과 같은 요소 평형 방정식을 얻는다.

$$K^e \vec{d} = \vec{f} \quad (13)$$

여기서 요소 강성 행렬 K^e 는

$$K^e = K_b + G_m^T H_m^{-1} G_m + G_\gamma^T H_\gamma^{-1} G_\gamma \quad (14)$$

2.3. B-스플라인 곡면 표현

B-스플라인 곡선은 다음의 식(15)로 정의 된다.⁽⁴⁾⁽⁵⁾

$$C(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t) V_i \quad (15)$$

여기서 $N_{i,p}(t)$ 는 B-스플라인의 기저함수, V_i 는 공간좌표로 구성된 조정점 벡터, p 는 B-스플라인 곡선의 차수이다. B-스플라인 기저 함수 $N_{i,p}(t)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & t_i \leq t \leq t_{i+1} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$N_{i,p}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+p+1} - t_i} N_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p} - t}{t_{i+p} - t_{i+1}} N_{i+1,p-1}(t) \quad (16)$$

여기서, 구간 $[t_i, t_{i+1}]$ 는 i 번째 매듭 간격이라 한다. 편의를 위해서 일반적으로 $t_0 = 0, t_n = 1$ 로 둔다. 쌍 매개변수 B-스플라인 곡면은 매개변수 B-스플라인 곡선을 확장하여 B-스플라인 곡선의 텐서곱으로 정의한

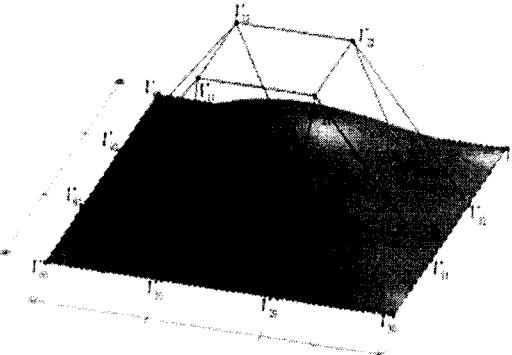


그림.2 B-스플라인 곡면과 조정점 망

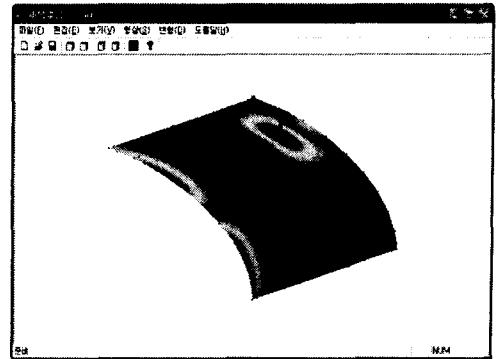


그림.3 B-스플라인 모델링과 유한요소 통합 설계, 해석 도구

다. 양 방향으로 $(p \times q)$ 의 차수를 가지는 B-스플라인 곡면은 다음과 같이 정의한다.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n V_{i,j} M_{j,q}(v) N_{i,p}(u), \quad (u_{p-1} \leq u \leq u_{m+1}, v_{q-1} \leq v \leq v_{n+1}) \quad (17)$$

여기서 $(m+1) \times (n+1)$ 개의 조정점 $V_{i,j}$ 는 3차원 공간에 조정점 망을 형성한다. $N_{i,p}(u)$, $M_{j,q}(v)$ 는 각각 u , v 방향으로 p , q 차수에 해당하는 B-스플라인의 기저 함수이다.

B-스플라인 곡면은 두 개의 직교하는 B-스플라인 곡선의 텐서곱 확장으로 정의한다. 그림.2는 쌍 3차 비균일 B-스플라인 곡면을 나타낸다. 각 방향으로 d , e 의 차수를 가지는 복합 B-스플라인 곡면은 다음과 같이 구성된다.

$$R_{i,j}^{d,e}(u, v) = U N_u H(N_v)^T V^T, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (18)$$

여기서 $U = [1, u, u^2, \dots, u^d]$, $V = [1, v, v^2, \dots, v^e]$ 이고, N_u , N_v 는 매듭 간격(Δ_i , ∇_j)으로 구성된 행렬이다.

2.4. B-스플라인 모델링과 유한요소의 통합개념

본 연구에서 도입한 범함수(4)와 이것을 이산화(11)하여 얻은 강성행렬(14)은 2-매개변수로 표현된 곡면 상의 곡면계량과 곡률, 변위의 공변 미분 등의 기하학적 양으로 표현된다. 이와 같은 기하학적인 정보는 식 (18)에 주어진 B-스플라인의 곡면식으로부터 직접 구할 수 있으며, 곡면에 부착된 일반 곡선좌표계로부터 구한 양이므로, 해석 대상의 형상 변경 시에도 별도의 격자생성이나 파일의 교환 없이 캐드의 기하학적인 정보가 직접적으로 유한요소에 이용된다. 그림.3은 B-스플라인 곡면 모델링과 Naghdi 셀 모델을 기반으로 구현한 설계, 해석 도구이다.

3. 형상 최적설계

3.1 목적함수와 최적화 기법

일반적으로 구조역학 문제에 있어서의 목적함수는 강성, 변형 에너지, 무게 등을 말한다. 본 연구에서는 최적화의 목적함수로 변형 에너지를 택했으며, 이는 다음과 같이 표현된다.⁽⁶⁾

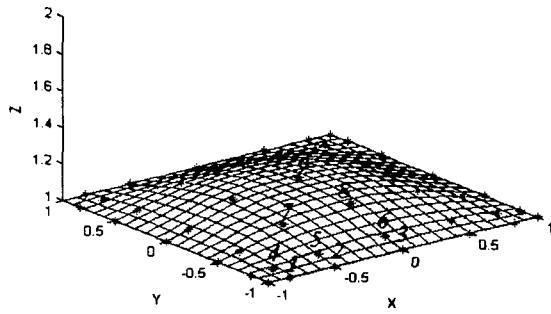


그림.4 설계변수로 택한 조정점

$$\min_s \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M d_i K^{ij} d_j \quad (19)$$

여기서 s 는 설계변수의 집합, L, M 은 절점의 수, d 는 변위 벡터, K 는 강성행렬이다. 그림.4는 본 연구에서 설계한 구조물의 설계 변수를 나타낸다. 설계 대상은 B-스플라인으로 구현되었으며, 구조물에 균일한 영향을 미치는 조정점을 설계 변수로 선택하였다.

형상 최적설계는 설계 변수의 선택 방법뿐만 아니라 형상을 개선해 가는 과정에 따라서도 다양한 국소 최적 해가 존재한다. 따라서 전역 최적화의 방법을 도입하는 것이 효율적이며, 본 연구에서는 전역 최적화를 위해 유전 알고리즘과 국소 최적화를 위해 순차적 선형계획법을 도입했다.

유전 알고리즘은 생물 진화의 원리와 유전학에 바탕을 둔 탐색 방법으로, 미리 정한 코딩 규칙에 의해 염색체 형태로 바뀐 개체들의 집단인 개체군(population)을 선택(selection), 교배(crossover), 돌연변이(mutation)의 세 과정을 반복적으로 거쳐 최적해를 확률적으로 탐색한다. 본 연구에서는 그림.4의 설계 변수로 선택된 각 조정점의 좌표를 z 방향으로 5 단계로 나누어 만든 조합을 염색체로 한다.⁽⁷⁾

전역 최적화가 수행된 후에는 형상의 미세한 조정을 위해 국소 최적화를 수행한다. 본 연구에서는 국소 최적화 방법으로 순차적 선형계획법을 택했다.⁽⁸⁾ 순차적 선형계획법은 시행 초기 변수에서 테일러 급수 전개로부터 구한 선형 근사식으로 목적함수와 구속방정식을 치환하여 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(x_0) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{oi}) \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{x_0} \\ & \text{Subject to } g_j(x_0) + \sum (x_i - x_{oi}) \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right)_{x_0} \geq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, $j = 1, \dots, n_g$ 이고, $a_b \leq x_i - x_{oi} \leq a_u$ 이며, a_b 와 a_u 는 각각 x_i 가 변할 수 있는 아래 끝, 위 끝이다.

순차적 선형계획법에서 테일러 급수 전개에 의해 치환된 목적 함수 및 구속 조건 방정식은 설계 변수에 대한 미분을 필요로 한다. 그러나 본 연구에서 목적함수로 택한 변형 에너지는 곡면 조정점의 좌표값을 음함수의 형태로 가지기 때문에, 이를 직접 미분하는 것은 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 변형 에너지의 미분을 위해 준해석적 방법을 도입한다.

유한요소법에 사용하는 평형방정식을 설계 변수(x_i)에 대해 미분하면,

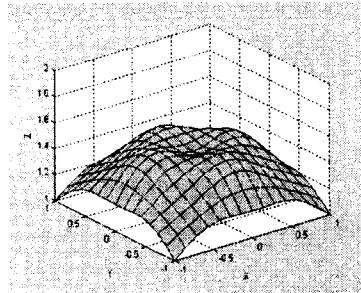


그림.5 $[0^\circ/90^\circ]_s$ 적층판의
최적형상

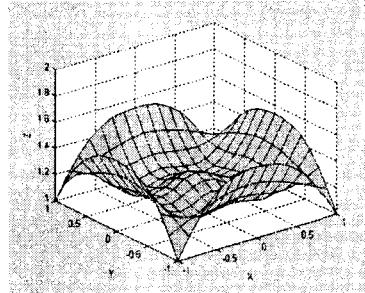


그림.6 $[+45^\circ/-45^\circ]_s$ 적층판의
최적 형상

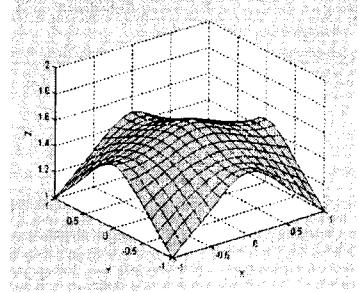


그림.7 등방성 재료의 최적 형상

$$K \frac{\partial \vec{d}}{\partial x_i} = - \frac{\partial K}{\partial x_i} \vec{d} \quad (21)$$

여기서 K 는 전역 강성 행렬, \vec{d} 는 자유도 벡터이다. 식 (19)를 미분하고, 식 (21)을 사용하면 (20)식에 주어진 목적함수 $f(x)$ 의 민감도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{1}{2} \vec{d}^T K' \vec{d} \quad K' = \frac{\partial K}{\partial x} = \frac{K(x + \Delta x) - K(x)}{\Delta x} \quad (22)$$

3.2 수치 예제

본 연구에서는 그림.4와 같이 주어진 복합재료 적층평판을 고려한다.⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾ 복합재료의 적층평판의 적층배열은 제조상의 문제로 섬유 배열각에 제한이 있으며, 여기서는 대칭을 고려하여 $[0^\circ/90^\circ]_s$, $[+45^\circ/-45^\circ]_s$ 의 경우에 대해 살펴본다. 적층 평판의 물성치는 $E_1 = 2.0 \times 10^6$, $E_2 = 0.1 \times 10^6$ 이고, 기하학적 조건은 $L = 2$, $h = 0.01$ 이다. 그림.5는 적층 배열이 $[0^\circ/90^\circ]_s$ 인 경우이고, 그림.6은 $[+45^\circ/-45^\circ]_s$ 이다. 두 경우 모두 네 모서리가 편으로 고정된 경계조건을 부과하였으며, 하중은 자중을 고려하였다. 유전 알고리즘의 적용 시에 전체 탐색 공간은 5⁹ 개이고, 개체군의 크기는 30, 돌연변위 확률은 3%로 하였다. 초기 평판의 경우 변형에너지는 0.8255이며 전역 최적화 과정에서 4~10 세대를 거치고, 국소 최적화에서 3~10 단계를 거쳐, 변형에너지는 모두 10^{-4} 정도로 감소하였다. 그림.7은 등방성 재료에 대해 형상 최적화를 수행한 결과이다.

4. 결 론

본 연구에서는 일반 곡선좌표계에 기초한 쉘 유한요소와 B-스플라인 곡면을 이용한 기하학적 모델링의 연동체계를 기반으로 형상 최적화 기능을 구현하였다. 일반 곡선좌표계에 기초한 쉘 유한요소는 캐드의 곡면 생성기법과 잘 연동되므로 보다 정확한 해석이 가능하며, 반복적인 설계와 해석으로 많은 전산자원을 필요로 하는 최적화 과정에 적합한 방법이다. 또한 B-스플라인 방법은 상용 캐드 프로그램에서 널리 사용하는 방법으로 최적화하고자 하는 형상을 이산화된 조정점으로 나타냄으로써 적은 수의 설계 변수로 형상 최적화를 가능하게 한다.

복합재료 적층평판의 형상 최적화를 위해서 유전 알고리즘과 민감도해석 방법을 도입하였다. 형상 최적화 문

제는 설계 변수와 접근 방법, 구속 조건 등에 따라 다양한 국부 최적해가 존재하므로, 설계 대상 영역 전체에 대한 전역 최적화 방법이 필수적이다. 하지만, 본 연구에서 도입한 유전 알고리즘 등의 확률론적 방법은 막대한 전산자원을 요구하기 때문에, 목적함수의 탐색공간을 대략적으로 나누어 해를 구한 뒤, 다시 민감도에 기반을 둔 국소 최적화 방법을 통해 정확성과 효율성을 동시에 추구했다.

복합재료 적층평판의 최적 형상은 같은 적층 배열을 가진 평판을 같은 경계 조건 하에서 뒤집어 놓은 역문제 (inverse problem)을 고려하면 확인할 수 있다. 즉, 평판의 네 모서리를 고정하고, 평판에 분포하중을 주었을 때 평판이 자연스럽게 변형되는 형상이 에너지를 최소화하는 형상이라는 것이다. 본 연구의 수치 결과가 대략 이와 근사하게 나왔지만, 형상이 매끄럽지 않고 중앙에 요철을 가지는 것은 확률론적 탐색 기법의 한계이기도 하며, 미적인 기준에 대한 사용자의 구속조건을 부과하지 않았기 때문이다. 실제로 구조물에 요철이 많을수록 강성은 증가하게 되며, 비슷한 변형 에너지를 가지면서 다양한 요철의 개수와 위치를 가지는 형상이 존재한다. 따라서 사용자의 미적 기준, 제조의 편이성 등을 고려한 구속조건이 추가적으로 부과되어야 한다.

참고 문헌

1. Maenghyo Cho, Hee Yuel Roh, "Development of geometrically exact new shell elements based on general curvilinear co-ordinates", *Int. J. Numer. Meth. Engng*, Vol.56, No.1, 2003, pp.81-115
2. P. M. Naghdi, "Foundations of Elastic Shell Theory" *Progress in Solid Mechanics 4*, Edited by Sneddon, North Holland Pub. Co., Amsterdam, 1963
3. A. E. Green, W. Zerna, *Theoretical Elasticity*, Oxford University Press, Oxford, 1968
4. G. Farin, *Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide*, Academic Press, New York, 1993
5. C. DeBoor, "On calculating with B-Splines", *Journal of Approximation Theory*, Vol.6, No.1, 1972, pp.50-62
6. R. T. Haftka, Z. Gurdal, M. P. Kamat, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1990
7. G. Mitsuo, C. Runwei, *Genetic Algorithm and Engineering Optimization*, Wiley, New York, 1999
8. R. Ansola, J. Canales, J. A. Tarrago, J. Rasmussen, "On simultaneous shape and material layout optimization of shell structures", *Struct. Multidisc. Optim.* Vol.24, 2002, pp.175-184
9. F. Cirak, M. J. Scott, E. K. Antonsson, M. Ortiz, P. Schroeder, "Integrated modeling, finite-element analysis, and engineering design for thin-shell structures using subdivision", *Computer-Aided Design*, Vol.34, 2002, pp.137-148
10. E. Ramm, K -U. Bletzinger, S. Kimmich, "Strategies in Shape Optimization of Free Form Shells", *Nonlinear Comp. Mechanics: State of the Art*, 1991, pp.163-192
11. K -U Bletzinger, E. Ramm, "Structural Optimization and Form Finding of Light Weight Structures", *Computers and Structures*, Vol.79, 2001, pp.2053-2062