

콘크리트 재령중속특성을 고려한 증분구성관계

AGE DEPENDENT INCREMENTAL CONSTITUTIVE LAW OF CONCRETE

성원진* · 안성수** · 이용학***

Sung, Won-Jin · Ahn, Sung-Soo · Lee, Yong-Hak

ABSTRACT

The change of creep deformation mechanism due to the persistent change of stress conditions requires the constitutive relation for the analysis of long term behaviors considering age dependent material properties of concrete. In the present research, the process of time dependent behaviors in structure is divided into two stages ; the non-mechanical deforming level which causes creep and shrinkage deformations, and the mechanical deforming level which causes mechanical deformations by the restraints of non-mechanical deformations due to internal or external factors. The incremental constitutive relation is derived by expanding the Taylor stress-strain relation on the present time, with respect to the reference time using the Taylor series, and the modulus of elasticity in early ages of concrete was defined thru this process.

1. 서론

크리프와 건조수축에 의한 비역학적 변형이 구조물의 외적 혹은 내적 경계조건으로 인해 억제됨으로써 발생하는 역학적 변형률은 내적 응력상태의 변화를 초래한다. 이러한 내적응력 상태의 변화는 크리프 변형의 초기조건을 변화시킴으로써 비역학적 변형에 영향을 미치게 되고 또 다시 내적응력 상태의 변화를 초래하는 순환루프를 형성한다. 콘크리트의 재령중속적 재료특성을 고려한 장기거동해석에서 요구되는 구성관계(constitutive relation)는 이러한 응력상태의 지속적 변화로 초래되는 크리프 변형 미커니즘의 변화를 고려할 수 있어야한다.

본 연구에서는 구조물의 시간중속적 거동과정을 크리프와 건조수축 변형이 발생하는 비역학적 변형단계(non-mechanical deforming level)와 비역학적 변형이 내적 혹은 외적 요인으로 인해 억제됨으로써 역학적 변형이 발생하는 역학적 변형단계(mechanical deforming level)의 두 단계로 구분하였다. 증분구성관계는 현재시간에 관한 총 응력-변형률 관계를 Taylor의 선형급수 확장을 이용하여 기준시간에 관하여 확장함으로써 유도하였으며 이 과정에서 초기재령 콘크리트의 탄성계수 발현을 정의하였다.

2. 총 응력-변형률 구성관계

콘크리트의 재령중속적 재료특성인 크리프와 건조수축 및 탄성계수의 발현에 부가적으로 구조물의 시간중속적 거동에 수반하는 내적 응력상태의 변화를 고려하는 구성관계를 유도할 목적으로 응력-변형률 관계를 현재시간 t 에 기준한 총 시간의 관계로 표현하였다.

* 정회원, 건국대학교 토목공학과 대학원

** 정회원, 건국대학교 토목공학과 공학박사 (현 한성종합기술단 부사장)

*** 정회원, 건국대학교 토목공학과 부교수

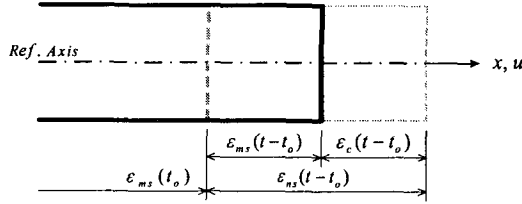


Fig. 1 Deformed Geometry of concrete cross section

Fig. 1은 기준시간 t_0 로부터 현재시간 t 로 $t-t_0$ 시간변화 동안에 콘크리트 부재의 임의단면 상에 발생하는 변형률의 기하학적 관계를 나타낸다. 이때 단면에 발생하는 변형률의 관계를 표시하면 다음과 같다.

$$\epsilon_c(t-t_0) = \epsilon_{ms}(t-t_0) - \epsilon_{ns}(t-t_0) \quad (1)$$

여기서 $\epsilon_{ms}(t) = \epsilon_{cr}(t) + \epsilon_{sh}(t)$ 이고 밑 첨자 cr 와 sh 는 각각 크리프와 건조수축을 각각 나타낸다. KCI 혹은 ACI 시방서 기준을 따를 때 크리프와 건조수축에 관한 관계식은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{cr}(t) = C_{cr}(t)\epsilon_c(t=t_0), \quad \epsilon_{sh}(t) = C_{sh}(t)\epsilon_{shu} \quad (2)$$

여기서 $C_{cr}(t)$ 와 $C_{sh}(t)$ 는 각각 크리프와 건조수축의 시간종속적 증가를 제어하는 함수이고, $\epsilon_c(t=t_0)$ 와 ϵ_{shu} 는 각각 $t=t_0$ 에 평가된 초기 탄성변형률과 장기 건조수축 변형률을 각각 의미한다. 식 (1)에 현재시간 t 의 콘크리트 탄성계수 $E(t)$ 를 고려하여 응력-변형률 관계를 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma_c(t) = E_c(t)(\epsilon_{ms}(t) - \epsilon_{ns}(t)) \quad (3)$$

3. 점증적 응력-변형률 구성관계

콘크리트 크리프와 건조수축을 고려하는 식 (3)을 Taylor 급수확장을 통해 선형으로 확장하는 과정에서 탄성계수의 발현을 점증적으로 고려하는 증분 응력-변형률 관계를 해석적으로 유도하였다. 이러한 유도과정은 근본적으로 크리프와 건조수축 변형에 의한 비역학적 변형 발생단계와 비역학적 변형의 억제에 의해 발생하는 역학적 변형발생의 2 단계 수식화 기법에 근거한 결과이다.

식 (3)의 총 응력-변형률 관계를 Taylor 급수확장을 통해 기준시간 $t=t_n$ 에 관하여 선형으로 확장하면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma}_c(t) = \frac{\partial \sigma_c}{\partial E_c} \Big|_{t=t_n} E_c(t) + \frac{\partial \sigma_c}{\partial \epsilon_c} \Big|_{t=t_n} \dot{\epsilon}_c(t) \quad (4)$$

여기서 $(\partial \sigma_c / \partial E_c)_{t=t_n} = \epsilon_c(t=t_n)$ 이고 $(\partial \sigma_c / \partial \epsilon_c)_{t=t_n} = E_c(t=t_n)$ 이며 콘크리트 탄성계수 변화율 $E_c(t)$ 은 ACI 혹은 fib 규정식의 점증적 표현을 통해 나타낼 수 있다. 비역학적 변형률 $\epsilon_{ms}(t)$ 를 구성하는 식 (2)의 크리프 변형률을 크리프 킴플라이언스 함수 $J(t)$ 를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\epsilon_{cr}(t) = J(t)\sigma_c(t), \quad J(t) = \frac{C_{cr}(t)}{E_{co}} \quad (5)$$

식 (5)에서 초기 탄성변형률을 $t=t_0$ 의 기준시간에 근거한 $\epsilon_c(t=t_0) = \sigma_c(t=t_0)/E_{co}$ 로 계산하지 않고 현재시간 t 에 근거한 $\epsilon_c(t) = \sigma_c(t)/E_{co}$ 로 계산하였음이 주목된다. 이러한 수식표현은 내적응력이 지속적으로 변화하는 경우에 크리프 변형률 계산을 위한 응력의 초기조건이 지속적으로 변하게 되므로 이러한 내적응력이 변화하는 조건을 고려하기 위한 결과이다. 크리프 킴플라이언스 함수에서 $t=t_0$ 의 탄성계수 값인 E_{co} 의 사용은 식 (3)의 응력-변형률 관계를 결정하는 탄성계수가 현재시간 t 에 관한 함수로 표현되어 시간의 변화에 따른 탄성계수의 변화를 역학적 변형률 발생단계인 구성관계 레벨에서 정의하고 있기 때문이다. 식 (5)를 Taylor 급수확장을 통해 $t=t_n$ 시간에 관하여 선형으로 확장하여 비역학적 변형률을 증분형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}_{ms}(t) = J(t)\sigma_c(t_n) + J(t_n)\dot{\sigma}_c(t) + \dot{\epsilon}_{sh}(t) \quad (6)$$

식 (6)에서 우변 첫째 및 둘째 항은 크리프 변형률의 변화율 $\dot{\epsilon}_{cr}(t)$ 을 나타내며 응력변화를 $\dot{\sigma}_c(t)$ 이 응력의 변화에 따른 크리프 변형률의 변화를 제어함을 알 수 있다. 식 (1)과 (6)을 (4)에 대입하고 유효탄성계수 $E_{ce}(t_n)$ 와 증분 유효탄성계수 $E_{ce}(t_n)$ 를 정의하여 정리하면 다음의 시간중속적 증분 응력-변형률 관계가 유도된다.

$$\dot{\sigma}_c(t) = E_{ce}(t_n)\dot{\epsilon}_{ms}(t) + \dot{\sigma}_{ce}(t_n) \quad (7)$$

여기서 유효응력계수 $\dot{\sigma}_{ce}(t_n)$ 은 $\dot{\sigma}_{ce}(t_n) = E_{ce}(t_n)\dot{\epsilon}_c(t_n) - E_{ce}(t_n)\dot{\epsilon}_{ce}(t)$ 이고 $\epsilon_{ce}(t) = J(t)\sigma_c(t_n) + \dot{\epsilon}_{sh}(t)$ 이다. 식 (7)에서 $t=t_n$ 시간에 평가한 재령중속접선계수(age dependent Tangent modulus, ADTM) $E_{ce}(t_n)$ 와 재령중속증분계수(age dependent incremental modulus, ADIM) $E_{ce}(t_n)$ 는 다음과 같다.

$$E_{ce}(t_n) = \frac{E_c(t_n)}{1 + E_c(t_n)J(t_n)}, \quad E_{ce}(t_n) = \frac{E_c(t)}{1 + E_c(t_n)J(t_n)} \quad (8)$$

증분형태로 표시된 $E_c(t)$, $J(t)$, $\dot{\epsilon}_{sh}(t)$ 는 $t=t_n$ 으로부터 현재시간 t 까지 t 의 시간변화 동안에 발생하는 탄성계수, 크리프 컴플라이언스 함수, 건조수축 변형률의 변화량을 각각 의미한다. 유한증분 개념인 Δ 를 사용하여 이 관계를 수치적 방법으로 표현하면 다음과 같으며 여기서 C 는 E_c , J , ϵ_c , σ_c 를 나타낸다.

$$\Delta C(t) = C(t_n + \Delta t) - C(t_n) \quad (9)$$

$$C(t) = \Delta C(t) + \int_{t_0}^t C(t) dt \quad (10)$$

4. 재령보정유효탄성계수(AAEM) 개념과의 비교 및 고찰

증분구성관계에서 변형률-응력의 관계에 적용된 크리프 컴플라이언스 함수 $J(t)$, 건조수축 함수 $C_{sh}(t)$ 및 탄성계수 변화 $E_c(t)$ 의 실험식을 ACI 기준을 적용하면 다음과 같다.

$$J(t) = \left\{ \frac{t^{0.6}}{10 + t^{0.6}} \right\} \frac{C_{cr}^u}{E_{co}}, \quad C_{sh}(t) = \frac{t}{35 + t}, \quad E_c(t) = E_c(t=28days) \sqrt{\frac{t}{(4 + 0.85t)}} \quad (11)$$

본 연구를 통해 제안된 증분구성관계를 사용하여 예측한 시간중속적 거동(ADTM)과 Bazant(1972)²⁾에 의해 제안된 재령보정유효탄성계수(Age Adjusted Effective Modulus, AAEM)를 사용하여 예측한 결과를 비교함으로써 제안된 예측방법의 적용성과 효율성을 검증한다. 거동예측은 초기탄성응력을 점진적으로 증가 혹은 감소시킴으로써 발생하는 변형률의 변화를 각각 계산하는 방법으로 수행하며 이때 응력의 변화는 $\sigma_c = (\sigma_{co} - \sigma_{cf}) e^{-a(t-t_0)}$ 의 지수함수를 이용하여 정의한다. 재령 14일에 초기탄성응력 $\sigma_{co} = 9MPa$ 이 작용하여 a 값에 따라 $\sigma_{cf} = 4MPa$ 과 $14MPa$ 로 시간의 경과에 따라 점진적으로 감소 혹은 증가하는 응력변화의 다섯 경우가 Fig. 2에 보여진다. 그림에서 $a=0$ 의 경우는 응력의 변화가 없는 경우이다. 해석은 $t=3days$ 부터 건조수축과 탄성계수의 발현을 고려하여 변형률을 예측하였으며 $t=14days$ 에 $\sigma_{co} = 9MPa$ 의 초기탄성응력을 적용하여 점진적으로 증가 혹은 감소시킴으로써 크리프 변형률을 해석에 고려하였다. ADM과 AAEM 방법을 사용하여 각각 예측한 결과의 비교가 Fig. 3과 4에 나타내었다. 예측에 사용된 각 계수 값은 $C_{cr}^u = 2.35$, $\epsilon_{shu} = 0.8 \times 10^{-3}$, $E_c(t=28) = 2.5 \times 10^4 MPa$, $t_0 = 14days$ 이며, AAEM에 관련된 각 계수 값은 Bazant and Bazawaja(1996)³⁾의 실험결과에 근거하였다. 그림에서 $t=14days$ 까지의 해석결과는 건조수축과 탄성계수의 발현을 고려하였으며 $t=14days$ 에 초기탄성응력에 의한 변형률의 발생과 더불어 크리프 효과가 해석에 고려된다. 두 방법에 의해 예측된 결과의 차이는 Fig. 3에 보여진 바와 같이 $a=0$ 의 응력변화가 없는 경우에 차이가 발생하는 결과에 근본적으로 원인이 있다. 응력이 증가하는 경우의 변형률 예측결과인 Fig. 3과 감소하는 경우의 Fig. 4를 비교할 때 응력이 감소함에 따라 두 방법의 예측결과의 차가 감소함을 알 수 있는데 이는 응력이 감소함에 따라 크리프의 효과가 감소하기 때문이다. Fig. 5는 응력변화의 다섯 경우에 대하여 ADM 방법을 사용하여 변형률을 예측한 결과를 보여준다.

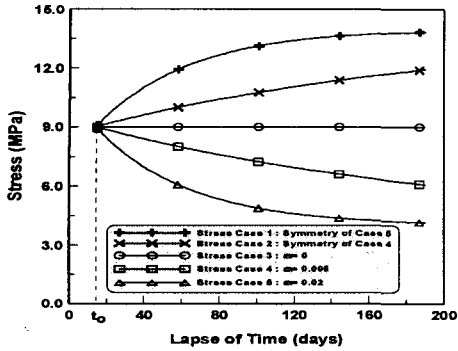


Fig. 2 Stress Variations with Lapse of Time

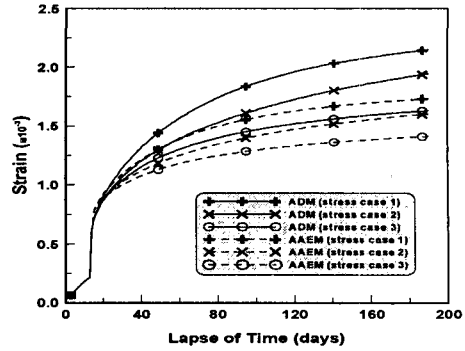


Fig. 3 Strain Variations Corresponding to Stress Increasing Cases of 1, 2 and 3

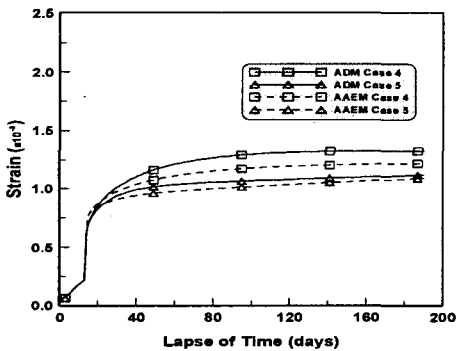


Fig. 4 Strain Variations Corresponding to Stress Reducing Cases of 4 and 5

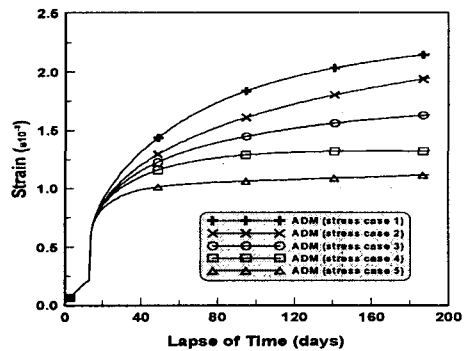


Fig. 5 Strain Variations Corresponding to Stress Variations

5. 결론

1. 콘크리트 크리프와 건조수축을 고려한 Taylor 급수를 선형으로 확장하여 탄성계수의 발현을 점증적으로 고려하는 중분 응력-변형을 관계를 해석적으로 유도하였다.

2. 총 응력-변형을 관계를 Taylor 선형 급수확장을 통해 유도한 재령중속 구성관계의 특성을 몇 가지 특수한 경우를 고려하여 평가하고, 재령보정유효탄성계수 개념을 적용한 경우의 거동예측결과와 비교함으로써 적용성을 평가하였다.

참고 문헌

1. ACI Committee (1996), "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effect in Concrete Structures," ACI Manual of Concrete Practice, Part I.
2. Bazant, Z. P. (1972), "Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method," ACI Structural Journal, Vol. 69, No.4, pp. 212-217.
3. Bazant, Z. P and Baweja, S. (1996), "Short Form of Creep and Shrinkage Prediction Model B3 for Structures of Medium Sensitivity ", Material and Structures Vol.29, pp.587-593.
4. Gilbert, R. I. and Bradford, M. A.,(1995), "Time-Dependent Behavior of Continuous Beams at Service Loads ", J. of Structural Engineering, ASCE, Vol.121, No.2, pp.319-327.