

차량/궤도 상호작용해석을 통한 레일패드강성 영향 분석

Study on Effects of Rail Pad Vertical Stiffness by Train/Track Interaction Analysis

양 신 주*
Yang, Sin-Chu

ABSTRACT

In this paper, a numerical method for train/track/structure interaction analysis in frequency domain is developed. Track is modelled as continuous beams supported by elastomers. The motion of train is expressed by those of car body, bogies and unsprung masses supported by springs and dampers. The equation of motion for train and track interaction system is derived by applying compatibility condition at the contact points between wheels and rails. The Effects of rail pad stiffness on the behaviors of train and track are analyzed using the presented method.

1. 서론

레일패드강성이 증가하면 궤도유지보수비가의 증가는 물론 윤중증가에 따른 궤도재료(레일, 체결구, 침목, 자갈도상 등)의 파손이 증가하여 궤도재료 갱환 주기를 단축시키고, 소음 및 진동을 증가시켜 철도연변 생활환경을 저해할 수 있기 때문에 레일패드강화에 따라 패드강성이 크게 증가하지 않도록 레일패드교체주기에 대한 적절한 기준을 수립하여 엄격한 관리를 시행해야 할 것이다. 따라서 본 연구에서는 레일패드 열화에 따른 강성변화가 궤도에 미치는 영향을 분석하기 위한 고주파수영역의 차량/궤도 상호작용해석기법을 제시한 후 해석방법을 사용하여 레일패드강성이 궤도구조성능 및 유지관리 측면에 미치는 영향을 검토하였다. 본 연구결과를 레일패드의 적절한 교체주기를 결정하는데 유용한 정보로 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

2. 차량/궤도상호작용 해석이론

유증을 계산하기 위하여 차량의 운동을 수직방향만 고려할 때 차량/궤도 상호작용에 대한 해석모형은 그림 1과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$\mathbf{F}_{II} = \mathbf{K}_{II}(\mathbf{y}_w - \mathbf{y}_r - \mathbf{y}_{r/w}) \quad (1)$$

여기서 \mathbf{y}_r 및 \mathbf{y}_w , $\mathbf{y}_{r/w}$ 는 차륜/접촉점에서의 레일, 차륜, 그리고 차륜/레일의 상대표면조도의 변위벡터들 이고, \mathbf{K}_{II} 는 차륜과 레일의 접촉면에서의 헤르츠안(Hertzian) 스프링상수이다.

차륜/접촉점에서 작용하는 조도하중과 이에 따른 변위와의 관계를 나타내는 어드미턴스(Admittance)의 정의로부터 차륜 및 레일변위는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{A}_w \mathbf{F}_{II} = -\mathbf{y}_w \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_r \mathbf{F}_{II} = \mathbf{y}_r \quad (3)$$

* 한국철도기술연구원 레일및도면연구본부 책임연구원

여기서 \mathbf{A}_w , \mathbf{A}_r 는 각각 차륜/접촉점에서 차륜 및 레일의 어드미턴스 행렬이다.

식 (1), (2), (3)로부터 상호작용력과 레일/차륜 상대조도와의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\mathbf{A}_w + \mathbf{A}_r + 1/K_H \mathbf{I}) \mathbf{F}_H = -\mathbf{y}_t/w \quad (4)$$

여기서 \mathbf{I} 는 4×4 단위행렬이다.

식(4)로부터 상호작용력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{F}_H = -[\mathbf{A}_w + \mathbf{A}_r + 1/K_H \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{y}_t/w \quad (5)$$

차륜/레일조도와 레일변위와의 관계는 식 (3), (4)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_r(\omega) \mathbf{y}_t/w \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{H}_r(\omega)$ 은 단위 차륜/레일 조도에 대한 레일응답을 나타내는 전달함수(Transfer Function) 행렬로서 다음과 같이 나타내진다.

$$\mathbf{H}_r(\omega) = -\mathbf{A}_r [\mathbf{A}_w + \mathbf{A}_r + 1/K_H \mathbf{I}]^{-1} \quad (7)$$

레드 각부의 동적지동은 차륜 및 레도 어드미턴스와 차륜/레일 상대조도가 주어지면 식 (5)을 이용하여 구할 수 있다.

2.4.2 레일의 어드미턴스(Admittance) 계산

그림 1과 같이 n -층의 연속지저모델로 모형화되는 궤도에 속도 v 로 이동하는 조화하중(Harmonic excitation)이 작용할 경우 레드 i -번째층의 운동 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[2].

$$(a) \quad i=1 \text{ 일 때} : E_1 I_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + m_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + c_1 \frac{\partial}{\partial t} (y_1 - y_2) + k_1 (y_1 - y_2) = F_H \delta(x - vt) e^{i\omega t} \quad (8)$$

$$(b) \quad i \geq 2 \text{ 일 때} : E_i I_i \frac{\partial^4 y_i}{\partial x^4} + m_i \frac{\partial^2 y_i}{\partial t^2} + c_{i-1} \frac{\partial}{\partial t} (y_i - y_{i-1}) + c_i \frac{\partial}{\partial t} (y_i - y_{i+1}) + k_{i-1} (y_i - y_{i-1}) + k_i (y_i - y_{i+1}) = F_H \delta(x - vt) e^{i\omega t} \quad (9)$$

여기서 $E_i I_i$, m_i 는 i -번째 층의 횡강성 및 단위길이당 질량이고, k_i , c_i 는 i -번째 층을 지지하는 단위길이당 스프링 및 감쇠계수이다. 또한 y_i 는 i -번째 층의 변위이며, F_H 는 레일에 작용하는 하중의 진폭이다. 조화하중에 대한 레드부분계의 응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_i(x, t) = \tilde{y}_i(x) e^{i\omega t} \quad (10)$$

x 와 t 에 관한 편미분은 상대좌표 $r = x - vt$ 에 대한 편미분으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^n y_i}{\partial x^n} = \frac{\partial^n \tilde{y}_i}{\partial r^n} e^{i\omega t}, \quad \frac{\partial^r y_i}{\partial t^r} = \left(i\omega - v \frac{\partial}{\partial r} \right)^r \tilde{y}_i e^{i\omega t} \quad (11)$$

식 (5)의 관계를 식 (3)에 대입하면 운동방정식은 상대좌표 r 만의 함수로 나타내고, 이들을 다시 s 영역으로의 푸리에 변환(Fourier Transform)하면 n -개의 연립방정식이 얻어지므로 이윤의 해를 구한 후 각각의 해를 r -영역으로 푸리에 역변환하면 레도의 어드미턴스를 구할 수 있다.

2.4.3 차륜의 어드미턴스(Admittance) 계산

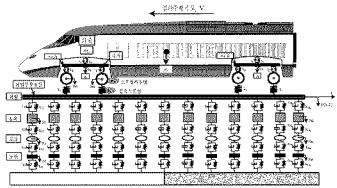


그림 1. 차륜/레도 상호작용 해석모형

차량의 1, 2차 현가장치(Suspension)와 대차(Bogie) 및 차체의 질량을 고려할 경우 조도로 인한 차량의 운동은 그림 1과 같이 모형화할 수 있고 이 때의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_1 \ddot{y}_1 + C_s(2\dot{y}_1 - \dot{y}_{b1} - \dot{y}_{b2}) + K_s(2y_1 - y_{b1} - y_{b2}) &= 0 \\
 I_1 \ddot{\theta}_1 + C_s d(2d\dot{\theta}_1 - \dot{y}_{b1} + \dot{y}_{b2}) + K_s d(2d\theta_1 - y_{b1} + y_{b2}) &= 0 \\
 M_{b1} \ddot{y}_{b1} + C_s(\dot{y}_{b1} - \dot{y}_1 - d\dot{\theta}_1) + C_p(2\dot{y}_{b1} - \dot{y}_{w1} - \dot{y}_{w2}) + K_s(y_{b1} - y_1 - d\theta_1) + \\
 K_p(2y_{b1} - y_{w1} - y_{w2}) &= 0 \\
 I_{b1} \ddot{\theta}_{b1} + C_p a(2a\dot{\theta}_{b1} - \dot{y}_{w1} + \dot{y}_{w2}) + K_p a(2a\theta_{b1} - y_{w1} + y_{w2}) &= 0 \\
 M_{b2} \ddot{y}_{b2} + C_s(\dot{y}_{b2} - \dot{y}_1 + d\dot{\theta}_1) + C_p(2\dot{y}_{b2} - \dot{y}_{w3} - \dot{y}_{w4}) + K_s(y_{b2} - y_1 + d\theta_1) + \\
 K_p(2y_{b2} - y_{w3} - y_{w4}) &= 0 \\
 I_{b2} \ddot{\theta}_{b2} + C_p a(2a\dot{\theta}_{b2} - \dot{y}_{w3} + \dot{y}_{w4}) + K_p a(2a\theta_{b2} - y_{w3} + y_{w4}) &= 0 \\
 M_{w1} \ddot{y}_{w1} + C_p(\dot{y}_{w1} - (\dot{y}_{b1} + a\dot{\theta}_{b1})) + K_p((y_{w1} - (y_{b1} + a\theta_{b1}))) &= F_{w1} \\
 M_{w2} \ddot{y}_{w2} + C_p(\dot{y}_{w2} - (\dot{y}_{b1} - a\dot{\theta}_{b1})) + K_p((y_{w2} - (y_{b1} - a\theta_{b1}))) &= F_{w2} \\
 M_{w3} \ddot{y}_{w3} + C_p(\dot{y}_{w3} - (\dot{y}_{b2} + a\dot{\theta}_{b2})) + K_p((y_{w3} - (y_{b2} + a\theta_{b2}))) &= F_{w3} \\
 M_{w4} \ddot{y}_{w4} + C_p(\dot{y}_{w4} - (\dot{y}_{b2} - a\dot{\theta}_{b2})) + K_p((y_{w4} - (y_{b2} - a\theta_{b2}))) &= F_{w4}
 \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 M_1 , M_b 는 차체 및 대차의 질량이며, M_w 는 차축 및 차륜을 포함한 현가되지 않은 스프링하질량(Unsprung mass)이다. 또한 K_p , K_s 는 1차 및 2차 현가장치의 스프링계수이며, C_p , C_s 는 1차 및 2차 현가장치의 감쇠계수이다. 위의 식들을 Fourier Transform 후에 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{y}}_{tb} \\ \overline{\mathbf{y}}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \overline{\mathbf{F}}_H \end{bmatrix} \tag{13}$$

여기서 $\overline{\mathbf{y}}_{tb}$ 는 차량과 보기의 변위벡터이며, $\overline{\mathbf{y}}_w$ 는 차륜의 변위벡터이다. $\overline{\mathbf{F}}_H$ 는 차륜에 작용하는 하중이다. 식 (13)에 위의 서브매트릭스를 대입하여 차륜의 Admittance를 구할 수 있으며 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{A}_w = (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{A}_{12}^{-1} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12})^{-1} \tag{14}$$

2.4.4 레일의 PSD 응답

동일지점 i 에 대한 레도틀림 파워스펙트럼을 $S_r/w(\omega)$ 라 하면 그림 1에서와 같이 동일 레일상에 있는 두 지점에 대한 교차레도틀림(CPSD; Cross Power Spectrum Density)은 자기상관함수(Autocorrelation Function)의 개념으로부터 아래와 같이 구할 수 있다. 동일 레일상의 두 지점에 대한 차륜 도달 시간차 $t_{ij} = (x_i - x_j)/v$ 를 고려하면 두 지점에 대한 CPSD는 Wiener-Khinchine 변형으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$S_{r/w_s}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{r/w_s}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = S_{r/w}(\omega) e^{-i\omega t_{ij}} \tag{15}$$

레일의 스펙트럼응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{S}_r(\omega) = [\overline{\mathbf{H}}_r(\omega)] \mathbf{S}_{r/w} [\mathbf{H}_r(\omega)]^T \tag{16}$$

여기서 $[\overline{\mathbf{H}}_r(\omega)]$ 는 $[\mathbf{H}_r(\omega)]$ 의 공액복소수(Complex Conjugate)이다.

2.4.6 레도틀림 모형

레드틀립 PSD는 프랑스국철(SNCF)에서 많은 측정자료를 기초로 제안한 경험적인 다음 식을 사용하였는데, 이 경험식은 레드틀립과장 L이 2~40m값을 갖는 범위에서의 레드틀립 PSD이다[3].

$$G_{z(w)}(\Omega) = \frac{10^{-6} A}{(1 + \frac{\Omega}{\Omega_0})^3} \quad (m3) \quad (17)$$

여기서 $\Omega(=2\pi/L)$ 는 공간주파수이며, A는 상수로서 유지관리상태가 양호한 레도는 A=160을 사용하며, 유지상태가 불량한 레도는 A=550을 사용한다.

3. 도상두께 및 노반강성에 따른 차량/레도 상호작용

해석에 사용된 차량 및 레도의 제원은 표 1, 2와 같다.

표 1. 해석에 사용된 레도 물성치

| 항목 | 물성치 및 제원 | 항목 | 물성치 및 제원 |
|------------|--|------------|-----------------------------------|
| 레일단상계수 | $2.1 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ | 침목단위길이당 절량 | 0.24 ton/m |
| 레일포아송비 | 0.3 | 침목침목간격 | 0.60 m |
| 레일단위길이당 중량 | $6.03 \times 10^{-2} \text{ ton/m}$ | 침목댐핑계수 | 980 kN/(m/sec)/m |
| 레일단면2차모멘트 | $3.055 \times 10^{-9} \text{ m}^4$ | 도상두께(고속철도) | 0.35 m |
| 레일단면적비 | 0.34 | 도상탄성계수 | $2.1 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$ |
| 레일단면적 | $7.687 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ | 단위길이당 단위중량 | 2.2 ton/m ³ |
| 레일패드스프링계수 | $50 \sim 250 \times 10^3 \text{ kN/m}^2$ | 상층자갈댐핑계수 | 980 kN/(m/sec)/m |
| 레일패드댐핑계수 | $5.0 \times 10^4 \text{ kN/(m/sec)/m}$ | 중층자갈댐핑계수 | 980 kN/(m/sec)/m |
| 침목저면유효폭 | 0.27 m | 하층자갈댐핑계수 | 50 kN/(m/sec)/m |
| 침목길이 | 2.62 m | 노반분포지지계수 | $10.0 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ |

표 2 해석에 사용된 KTX 물성치 및 제원

| 항 목 | 동력차, 동력대차 | 객 차, 동력대차 | 중간객차, 일반대차 |
|--|-----------|-----------|------------|
| 차체절량 (ton) | 54.96 | 42.758 | 26.5 |
| 차체의 관성모멘트 (Gallon motion, ton.m ²) | 1131.9 | 1643.6 | 955.29 |
| 대차절량 (ton) (스프링하절량 포함) | 2.42 | 3.076 | 3.018 |
| 대차의 관성모멘트(Y-Y) (ton.m ²) | 2.593 | 3.26 | 3.2 |
| 스프링하절량(윤축절량) (ton) | 2.048 | 2.104 | 2.104 |
| 1차 현가장치 스프링 (MN/m) | 2.504 | 2.504 | 1.101 |
| 1차 현가장치댐퍼 (MN.sec/m) | 0.032 | 0.044 | 0.020 |
| 2차 현가장치스프링 (MN/m) | 2.536 | 0.741 | 0.614 |
| 2차 현가장치댐퍼 (kg.sec/m) | 0.057 | 0.080 | 0.084 |

침목하면 자갈도상의 응력분포는 실험 및 해석에 의하여 그림 2와 같이 가성할 수 있다. 즉 침목하면으로부터 15cm까지는 침목하면응력과 같고, 그 이상의 깊이에서는 45°각도로 확산된다는 것이다.

3. 레일패드강성이 레도에 미치는 영향

현재 정부고속선도에서 규정한 레일패드강성은 80~120kN/mm이므로 단위 m로 환산하면 133.3~200MN/m²가 된다. 열차주행안정성을 고려한 레일패드회저강성은 50MN/m² 정도이고 패드가 강화될 경우 강성은 50%이상 증가하므로 여기서는 레일패드강성을 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350MN/m² 등 7 가지로 변화하면서 윤증변동, 레일응력, 하층자갈가속도, 침목에 작용하는 레일압력(하중), 노반에 작용하는 동하중의 후리에 진폭(Fourier Amplitude)을 그림

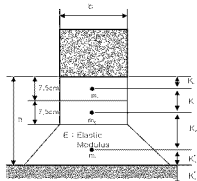


그림 2. 자갈도상의 응력분포

3~6에 나타낸 것이다.

주파수에 따른 유중변동의 후리대전폭을 나타낸 그림 3으로부터 저주파수대역에서는 페드강성의 영향이 거의 없지만 64Hz이상의 고주파수영역에서는 페드강성이 클수록 매우 큰 데일에 작용하는 동하중을 유발함을 알 수 있다. 유중변동이 클 경우는 레도틀림의 급격한 진행, 소음 및 진동의 증가, 레도구성품의 손상 등을 유발시키므로 페드강성을 가급적 적게 유지하는 것이 바람직함을 알 수 있다. 특히 하중자갈가속도 후리에 진폭을 나타낸 그림 4로부터 레일페드강성이 클수록 고주파영역에서 가속도증가가 매우 큰 것을 알 수 있는데 이것은 레도틀림의 진행이 그만큼 커질 수 있다는 것을 알 수 있다.

노반에 작용하는 동하중, 레일응력을 나타낸 그림 5~6에서도 앞서와 같은 결과가 도출됨을 알 수 있다.

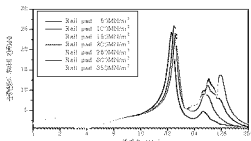


그림 3. 유중변동의 후리에 진폭

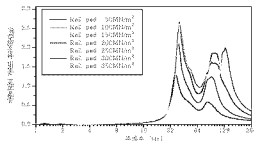


그림 4. 하중자갈의 가속도 후리에 진폭

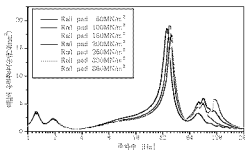


그림 5. 레일응력 후리에 진폭

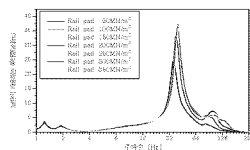


그림 6. 노반에 작용하는 동하중의 후리에 진폭

그림 7~10은 레일페드강성(제결구 1종당)을 100MN/m으로 설정하였을 때를 기준으로 강성변화에 따른 유중, 레일가속도, 침묵가속도, 도상가속도변화율을 나타낸 것이다. 이들 결과로부터 레일페드강성이 2, 3배 증가할 경우 유중증가율은 5.5 및 13.1%정도 증가하는 것을 알 수 있다. 특히 레도틀림진전에 직접적인 원인이 될 수 있는 침묵가속도는 13.3 및 23.4%, 도상가속도는 15.9 및 28.6%로 매우 크게 증가하는 것을 알 수 있다. 한편 레일 가속도는 레일페드강성증가에 따라 다소 감소하는 것을 알 수 있으나 레일페드강성이 증가할 경우 유중 및 레도틀림진전이 시간에 따라 증가할 것이므로 결국 레일가속도는 증가하게 될 것이다.

그림 11은 레일페드 강성증가에 따른 침묵 1정이 유중을 분담하는 비율을 나타낸 것이다. 레일 페드강성이 2배 및 3배 증가할 경우 침묵 1정의 유중분담율의 증가는 각각 1.6 및 2.3% 정도 작게 증가하는 것을 알 수 있는데, 이것은 레일페드강성이 커질 경우 도상자갈 및 노반의 강성이 레일페드강성 보다 작게 되어 이들이 레일페드역할을 대신하기 때문으로 판단된다.

레일페드강성이 소망 100MN/m에 대한 레일페드강성변화에 따른 레도구조계수변화를 계산한 결과를 그림 12에 나타내었다. 이들 결과로부터 토공구간에 비하여 콘크리트노반인 교량 및 터널구간에서 레일페드강성 증가가 레도틀림에 미치는 영향이 매우 큰 것을 알 수 있는데 이것은 토공구간에서는 노반의 강성이 비교적 적어 레일페드가 강화될 경우 노반강성이 전체 레도지지계수에 크게 기여하기 때문으로 판단된다. 강부고속철도 노반의 70%이상이 콘크리트노반 구간임을 고려하면 레도유지관리를 위하여 레일페드강성을 어느 정도 이하로 유지하는 것은 매우 중요한 것을 알 수 있다.

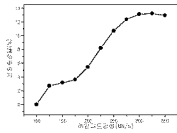


그림 7. 레일패드강성에 따른
윤증증가율

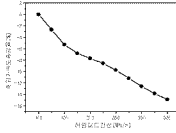


그림 8. 레일패드강성에 따른
레일가속도 감소율

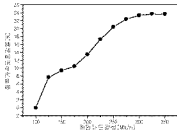


그림 9. 레일패드강성에 따른
침목가속도 증가율

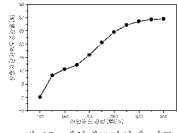


그림 10. 레일패드강성에 따른
도상가속도 증가율

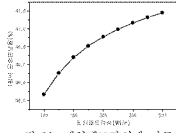


그림 11. 레일패드강성에 따른
1침목 윤증분담율변화

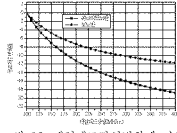


그림 12. 레일패드강성변화에 따른
구조계수변화율

5. 결론

차량/궤도상호작용해석 검토결과로부터 레일패드강성이 증가하면 고주파영역에서 궤도에 작용하중이 크게 증가하고 그에 따라 궤도재료의 손상 및 궤도틀림의 진전이 크게 증가할 수 있음을 알 수 있었다. 레일패드강성(제철구 1종당) 100MN/m으로 설정하였을 때를 기준으로 레일패드강성이 2배 및 3배 증가하였을 때 윤증증가율은 5.5 및 13.1% 정도 증가하는 것을 알 수 있다. 특히 궤도틀림진전에 적절한 원인이 될 수 있는 침목가속도는 13.3 및 23.4%, 도상가속도는 15.9 및 28.6%로 매우 크게 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나 레일패드강성이 2배 및 3배 증가할 경우 침목 1정의 윤증분담율의 증가는 각각 1.6 및 2.3% 정도 작게 증가하는 것을 알 수 있는데, 이것은 레일패드강성이 커질 경우 도상자갈 및 노반의 강성이 레일패드강성 보다 작게 되어 이들이 레일패드역활을 대신하기 때문으로 판단된다.

궤도틀림진전에 중요한 영향을 주는 궤도구조계수 검토로부터 토공구간에 비하여 콘크리트노반인 교량 및 터널구간에서 레일패드강성 증가가 궤도구조계수 감소에 미치는 영향이 매우 큰 것을 알 수 있었다. 구조계수가 10%감소(궤도틀림진전속도가 10%증가)하는데 대응하는 레일패드강성이 교량 및 터널구간에서 183MN/m 이고 토공구간에서 293MN/m이므로 최소한 레일패드강성을 200MN/m로 유지하여야 할 것이다.

참고문헌

1. Sato, Y. (1976), "Railway Technical Research Report-Study on High Frequency Vibrations in Track", The Railway Technical Research Institute, Japanese National Railways, No. 1013.
2. 양신우 (1997), "차량과 궤도의 상호작용을 통한 하부구조물에 작용하는 동하중의 산정", 대한토목학회논문집, 제17권 1-1.
3. Grag, Vijay K. and Dukkipati, Rao V. (1984), "Dynamic of railway vehicle systems", Academic Press.