

구조감쇠가 고려된 스펙트럴요소 모델을
이용한 구조손상규명
Structural Damage Identification by Using the Structurally
Damped Spectral Element Model

김정수* 조주용** 이우식***
Kim, Jungsoo Cho, Jooyong Lee, Usik

ABSTRACT

In this paper, a nonlinear structural damage identification algorithm is derived by taking into account the structurally damped spectral element model thinking over a real situation. The structural damage identification analyses are conducted by using the Newton-Raphson method. It is found that, in general Structural Damage Identification by using the Structurally Damped Spectral Element Model provides the same exact damage identification results when compared with the results obtained by the structurally undamped spectral model.

1. 서 론

손상된 구조물은 고유진동수(natural frequency)[1], 모드 형상(mode shape)[2], 동적응답(dynamic response)등이 변화하며 이러한 특징을 이용하여 손상의 위치와 크기를 탐지할 수 있다. Banks 등[3]에 의하면 모드 데이터를 근간으로 하는 구조손상 검출기법은 모드 데이터가 간접적으로 측정되기 때문에 측정 오차와 모드 추출 오차에 영향을 받는 단점이 있다. 또한, 유한요소법(FEM)을 바탕으로 하여 고유치문제를 이용한 구조손상 검출기법이 있는데 고주파 영역에서 만족할만한 동적해를 얻기 위해서는 매우 미세한 요소로 구조물을 분할해야 하는 결점과 동일한 요소수로 분할할 경우 SEM에 비해 정확성이 떨어진다는 단점이 있다.

구조손상검출기법에 있어 모드 데이터와 유한요소모델 대신에 각각 FRF데이터와 스펙트럴요소모델로 대체함으로써 단점들을 보완할 수 있다. FRF데이터[4,5]는 구조물로부터 직접 측정되며 주파수 영역을 통해 모드 데이터보다 더 많은 손상정보를 제공하기 때문에 신뢰성이 높고, 스펙트럴요소법(SEM)은 지배방정식과 경계조건을 모두 만족하는 형상함수를 사용하여 엄격하게 유도된 주파수의 함수인 동적요소강성행렬(dynamic element stiffness matrix)을 사용하기 때문에 정확하다.[6,7]

기존의 연구[8]에서는 좌표변환행렬(coordinates transformation matrix)을 이용하여 복잡한 형태

* 인하대학교 기계공학과 석사과정

** 인하대학교 기계공학과 박사과정

*** 책임저자, 인하대학교 기계공학과 교수, 정회원

로 비선형성 구조손상규명 알고리즘을 유도하였다. 이에 반해 본 논문에서는 해석을 좀더 간단하면서 정확한 해석을 위해 새로운 형태로 비선형 구조손상 규명기법을 유도하였다. 또한, 이론적인 상황에서 벗어나 실제 현상과 비슷한 조건에서도 스펙트럴요소모델을 이용한 구조손상규명이 타당성을 가지고 있다는 것을 검증하기 위해서 구조감쇠를 적용된 스펙트럴요소모델을 이용하여 해석적으로 주파수응답함수 구하였다. 그리고 이를 사용하여 개선된 구조손상규명에 적용시켰을 때 손상의 위치와 크기가 정확히 검출되고 있음을 확인하였다.

2. 구조감쇠가 고려된 비선형 구조손상 검출이론의 유도

실제상황과 유사한 상태의 보 구조물에 대한 해석을 위해 구조감쇠(structural damping)를 고려하였다. 손상이 있고 구조감쇠가 적용된 베루누이-오일러 보 요소의 경우 동적요소강성행렬은 다음과 같이 주어진다.[13]

$$[\bar{s}(\omega)]_{SD} = \frac{\kappa EI(1-D)(1-i\eta)I}{Ch \cdot c - 1} \begin{bmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2^T & s_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

또한

$$\begin{aligned} [s_1] &= \begin{bmatrix} -\kappa^2(Ch \cdot s + Sh \cdot c) & -\kappa \cdot Sh \cdot s \\ -\kappa \cdot Sh \cdot s & -(Ch \cdot s - Sh \cdot c) \end{bmatrix} \\ [s_2] &= \begin{bmatrix} \kappa^2(Sh + s) & -\kappa(Ch - c) \\ \kappa(Ch - c) & -(Sh - s) \end{bmatrix} \\ [s_3] &= \begin{bmatrix} -\kappa^2(Ch \cdot s + Sh \cdot c) & \kappa \cdot Sh \cdot s \\ \kappa \cdot Sh \cdot s & -(Ch \cdot s - Sh \cdot c) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$s = \sin \kappa l, \quad c = \cos \kappa l, \quad Sh = \sinh \kappa l, \quad Ch = \cosh \kappa l \quad (3)$$

이고 D는 손상의 크기, EI는 보의 굽힘강성(bending stiffness), l은 보 요소의 길이, η 는 구조감쇠, κ 는 파수(wave number)이다. 손상이 있고 감쇠가 적용된 구조물 전체에 대한 동적강성행렬은 다음과 같이 유도할 수 있다[8].

$$[\bar{S}(\omega)]_{SD} = \sum_{k=1}^N [L_k]^T [\bar{s}_k(\omega)]_{SD} [L_k] \quad (4)$$

행렬 $[\bar{s}(\omega)]_{SD}$ 는 손상이 있고 감쇠가 적용된 구조물 전체에 대한 동적강성행렬이며, 행렬 $[L_k]$ 는 동적요소강성행렬 $[s_k]$ 를 조합(assembly)하는 과정을 나타내는 행렬이다. $[\bar{s}(\omega)]_{SD}$ 를 실수부와 허수부로 나누어 표현할 수 있다.

$$[\bar{S}(\omega)]_{SD} = [\bar{S}_R(\omega)] + i[\bar{S}_I(\omega)] \quad (5)$$

여기서, $[\bar{S}_R(\omega)]$ 는 $[\bar{s}(\omega)]_{SD}$ 의 실수부의 동적요소강성행렬이며 구조감쇠가 적용되지 않은 동적요소강성행렬[8]과 동일하다. $[\bar{S}_I(\omega)]$ 는 $[\bar{s}(\omega)]_{SD}$ 의 구조감쇠의 영향이 적용된 동적요소강성행렬이다. 구조감쇠가 적용된 변위에 대해서 식(5)와 마찬가지로 표현하면 다음과 같다.

$$\{\bar{U}(\omega)\}_{SD} = \{\bar{U}_R(\omega)\} + i\{\bar{U}_I(\omega)\} \quad (6)$$

여기서 $\{\bar{U}(\omega)\}_{SD}$ 는 구조감쇠가 적용된 변위벡터이며, $\{\bar{U}_R(\omega)\}$ 는 $\{\bar{U}(\omega)\}_{SD}$ 벡터의 실수부 벡터, $\{\bar{U}_I(\omega)\}$ 는 $\{\bar{U}(\omega)\}_{SD}$ 벡터의 허수부 벡터이다. 식(4)와 (5)를 힘과 변위에 대한 관계식에 표현하면 다음과 같다.

$$([\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})] + i[\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})])(\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} + i\{\bar{\mathbf{U}}_I(\boldsymbol{\omega})\}) = \{\mathbf{P}\} \quad (7)$$

식(7)를 실수부와 허수부로 나누어 정리하면

$$[\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})]\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} + [\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})]\{\bar{\mathbf{U}}_I(\boldsymbol{\omega})\} = \{\mathbf{P}\} \quad (8)$$

$$[\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})]\{\bar{\mathbf{U}}_I(\boldsymbol{\omega})\} + [\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})]\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} = 0 \quad (9)$$

식(8)은 실수부의 식이고, 식(9)은 허수부의 식이다. 식(9)을 허수부 변위 벡터 $\{\bar{\mathbf{U}}_I(\boldsymbol{\omega})\}$ 에 관하여 정리하면 다음과 같다.

$$\{\bar{\mathbf{U}}_I(\boldsymbol{\omega})\} = -[\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})]^{-1}[\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})]\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} \quad (10)$$

식(10)를 식(8)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$([\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})] - [\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})][\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})]^{-1}[\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})])\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} = \{\mathbf{P}\} \quad (11)$$

식(11)을 이용하여 손상된 구조물의 동역학은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$[\bar{\mathbf{S}}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{new}} \{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} = \{\mathbf{P}\} \quad (12)$$

여기서

$$[\bar{\mathbf{S}}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{new}} = [\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})] - [\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})][\bar{\mathbf{S}}_R(\boldsymbol{\omega})]^{-1}[\bar{\mathbf{S}}_I(\boldsymbol{\omega})] \quad (13)$$

여기서 $[\bar{\mathbf{S}}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{new}}$ 는 손상된 구조물에 감쇠의 효과가 적용된 새로운 동적강성행렬이다. 절점력 벡터 $\{\mathbf{P}\}$ 는 다음과 같이 부벡터로 표현할 수 있다.

$$\{\mathbf{P}(\boldsymbol{\omega})\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_m(\boldsymbol{\omega}) \\ \mathbf{P}_s(\boldsymbol{\omega}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}(\boldsymbol{\omega}) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

여기서 $\{\mathbf{0}\}$ 은 영벡터이다. 식(14)와 같은 방법으로 벡터 $\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\}$ 는 계속 존속하는 주절점자유도(master nodal DOFs) $\{\bar{\mathbf{U}}_m\}$ 와 절점자유도의 수를 축소하기 위해 제거되는 부절점자유도(slave nodal DOFs) $\{\bar{\mathbf{U}}_s\}$ 로 분리하여 표현할 수 있다.

$$\{\bar{\mathbf{U}}_R(\boldsymbol{\omega})\} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{U}}_m(\boldsymbol{\omega}) \\ \bar{\mathbf{U}}_s(\boldsymbol{\omega}) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

손상이 있고 구조감쇠가 있는 동적강성행렬로부터 손상이 없고 구조감쇠가 적용되지 않은 동적강성행렬 $[\mathbf{S}]$ 을 빼면 엄밀한 섭동 동적요소강성행렬을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\Delta\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{exact}} = [\bar{\mathbf{S}}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{SD}} - [\mathbf{s}(\boldsymbol{\omega})] \quad (16)$$

손상이 있고 구조감쇠가 있는 동적강성행렬 $[\bar{\mathbf{S}}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{SD}}$ 과 유사하게 섭동 동적강성행렬 $[\Delta\mathbf{S}]$ 도 다음과 같이 조합할 수 있다.

$$[\Delta\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{exact}} = \sum_{k=1}^N [\mathbf{L}_k]^{-T} [\Delta\mathbf{s}_k(\boldsymbol{\omega})] [\mathbf{L}_k] \quad (17)$$

식(14)와 식(15)처럼 유사하게 행렬 $[\bar{\mathbf{S}}]_{\text{new}}$ 와 $[\Delta\mathbf{S}]_{\text{new}}$ 도 다음과 같이 분리할 수 있다.

$$[\bar{\mathbf{S}}(\boldsymbol{\omega})]_{\text{new}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_{mm}(\boldsymbol{\omega}) & \bar{\mathbf{S}}_{ms}(\boldsymbol{\omega}) \\ \bar{\mathbf{S}}_{sm}(\boldsymbol{\omega}) & \bar{\mathbf{S}}_{ss}(\boldsymbol{\omega}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[\Delta \mathbf{S}(\omega)]_{\text{new}} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{S}_{mm}(\omega) & \Delta \mathbf{S}_{ms}(\omega) \\ \Delta \mathbf{S}_{sm}(\omega) & \Delta \mathbf{S}_{ss}(\omega) \end{bmatrix} \quad (19)$$

식(12)에 식(14), (15), (18)를 적용하여 전개하면 다음과 같다.

$$[\bar{\mathbf{S}}_{mm}] \{\bar{\mathbf{U}}_m\} + [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] \{\bar{\mathbf{U}}_s\} = \{\mathbf{F}\} \quad (20)$$

$$[\bar{\mathbf{S}}_{sm}] \{\bar{\mathbf{U}}_m\} + [\bar{\mathbf{S}}_{ss}] \{\bar{\mathbf{U}}_s\} = 0 \quad (21)$$

식(21)로부터

$$\{\bar{\mathbf{U}}_s\} = [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} (\{\mathbf{F}\} - [\bar{\mathbf{S}}_{mm}] \{\bar{\mathbf{U}}_m\}) \quad (22)$$

식(22)를 식(20)에 대입하면,

$$[\bar{\mathbf{S}}_{sm}] \{\bar{\mathbf{U}}_m\} + [\bar{\mathbf{S}}_{ss}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} (\{\mathbf{F}\} - [\bar{\mathbf{S}}_{mm}] \{\bar{\mathbf{U}}_m\}) = 0 \quad (23)$$

식(23)을 주절점자유도에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\{\mathbf{F}\} + ([\bar{\mathbf{S}}_{mm}] - [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\bar{\mathbf{S}}_{sm}]) \{\bar{\mathbf{U}}_m\} = 0 \quad (24)$$

식(24)을 이너턴스 주파수응답함수(Inertance FRF) $\{\bar{\mathbf{A}}_m\}$ 로 표현하면 다음과 같다.

$$\{\delta\} + \frac{1}{\omega^2} ([\bar{\mathbf{S}}_{mm}] - [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\bar{\mathbf{S}}_{sm}]) \{\bar{\mathbf{A}}_m\} = 0 \quad (25)$$

절점력 위치벡터 $\{\delta\}$ 는 절점력이 작용하는 요소에서만 1의 값을 갖는다. 윗 식의 $[\bar{\mathbf{S}}_{mm}] - [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\bar{\mathbf{S}}_{sm}]$ 를 식(19)을 이용하여 다시 정리하면,

$$[\bar{\mathbf{S}}_{mm}] - [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\bar{\mathbf{S}}_{sm}] = [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\Delta \mathbf{S}_{ss}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\bar{\mathbf{S}}_{sm}] - [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\Delta \mathbf{S}_{sm}] + [\bar{\mathbf{S}}_{mm}] - [\bar{\mathbf{S}}_{ms}] [\bar{\mathbf{S}}_{ss}]^{-1} [\bar{\mathbf{S}}_{sm}] \quad (26)$$

식(19)식을 손상이 없는 동적 강성요소모델과 손상의 효과와 관련된 섭동 강성요소모델로 구분해서 표현하면 다음과 같다.

$$[\mathbf{X}(\omega)] = [\mathbf{S}_{mm}] - [\mathbf{S}_{ms}] [\mathbf{S}_{ss}]^{-1} [\mathbf{S}_{sm}] \quad (27)$$

$$[\mathbf{Y}(\omega)] = ([\mathbf{S}_{ms}] + [\Delta \mathbf{S}_{ms}]) \{\mathbf{S}_{ss}\}^{-1} [\Delta \mathbf{S}_{ss}] ([\mathbf{S}_{ss}] + [\Delta \mathbf{S}_{ss}])^{-1} ([\mathbf{S}_{sm}] + [\Delta \mathbf{S}_{sm}]) - ([\mathbf{S}_{ms}] + [\Delta \mathbf{S}_{ms}]) \{\mathbf{S}_{ss}\}^{-1} [\Delta \mathbf{S}_{sm}] + [\Delta \mathbf{S}_{mm}] - [\Delta \mathbf{S}_{ms}] [\mathbf{S}_{ss}]^{-1} [\mathbf{S}_{sm}] \quad (28)$$

여기서 $[\mathbf{X}(\omega)]$ 는 손상이 없는 동적 강성요소모델로만 이루어진 행렬이며, $[\mathbf{Y}(\omega; \mathbf{D})]$ 는 섭동 강성요소모델과 관련된 행렬이다. 식(25)을 식(27), (28)을 이용하여 손상이 있는 동적 강성요소모델과 손상의 효과와 관련된 섭동 강성요소모델로 비선형 구조손상 검출기법을 표현하면 다음과 같다.

$$\{\delta\} + \frac{1}{\omega^2} [\mathbf{X}(\omega)] \{\mathbf{A}_m(\omega)\} = -\frac{1}{\omega^2} [\mathbf{Y}(\omega; \mathbf{D})] \{\mathbf{A}_m(\omega)\} \quad (30)$$

3. Newton-Raphson법을 이용한 구조손상 검출 해석 기법

Newton-Raphson method를 적용시키기 위해서 식(30)를 다시 한번 정리하면

$$\{\mathbf{R}(\mathbf{D})\} = \{\mathbf{B}\} + \frac{1}{\omega^2} [\mathbf{Y}(\omega)] \{\mathbf{A}_m(\omega)\} \quad (31)$$

$$\{\mathbf{B}\} = \{\delta\} + \frac{1}{\omega^2} [\mathbf{X}(\omega)] \{\mathbf{A}_m(\omega)\} \quad (32)$$

식(31)을 Newton-Raphson method를 적용시킨 최종적인 구조손상 알고리즘은 다음과 같다.

$$\{\mathbf{D}\}^{i+1} = \{\mathbf{D}\}^i - [\mathbf{T}\mathbf{a}]^{-1} \{\mathbf{R}(\mathbf{D}^i)\} \quad (33)$$

$$\{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2 \dots \mathbf{D}_N\}^T$$

$$[\mathbf{T}\mathbf{a}] = \frac{1}{\omega^2} \{ \{\mathbf{T}\mathbf{a}_1\} \{\mathbf{T}\mathbf{a}_2\} \dots \{\mathbf{T}\mathbf{a}_N\} \}$$

$$\{\mathbf{T}\mathbf{a}_i\} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{D}_i} [\mathbf{Y}(\omega)] \{\mathbf{A}_m(\omega)\} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (34)$$

$[\mathbf{T}\mathbf{a}]$ 는 다항식의 Newton-Raphson Method의 Tangential Matrix이다. 초기 손상 크기는 선형식 [8]에서 구한 후 초기값 보정 알고리즘을 거쳐 선출된 초기 손상 크기로 식(33)에 적용하여 해를 반복하여 구하였다.

4. 수치예제

구조감쇠는 0.01이고 보의 길이 L 은 0.4m 로서 동일한 81개의 요소로 나누었고, 14번째 41번째 그리고 68번째 요소에 각각 0.4, 0.5, 0.3의 유효 균일손상크기를 주었다. 가진 주파수는 첫 번째 고유진동수 근방의 주파수 24Hz를 사용하였고, 보의 굽힘강성 EI 은 $14.6N \cdot m^2$ 이며, 길이 당 질량밀도 A 는 $0.275kg/m$ 이다. 이너턴스(Inertance) FRF $\{\mathbf{A}_m\}$ 는 해석적으로 구한 이너턴스 FRF를 사용하였다. Fig. 1은 구조손상검출 알고리즘의 순서도를 나타낸다. 본 알고리즘은 비선형식에서 초기값의 중요성을 고려하여 선형식의 형태에서 손상의 위치와 크기를 구해주고 유효치 못한 초기값의 경우 이를 보정하여 비선형식을 풀게 하였다. 또한, 먼저 나온 손상크기와 비교하여 그 크기가 일정 값보다 클 경우 다시 보정식에 돌려보내 위의 과정을 반복하게 했다. 이때 수렴도는 다음과 같이 제곱평균제곱근(RMS, root mean square)으로 정의한 값으로 판단한다. Fig. 2는 SFMP경우와 MFMP의 경우로 기존의 논문에서 구조감쇠가 고려되지 않은 경우에 구조손상규명이론에 실행한 결과이다. Fig. 3는 SFMP경우와 MFMP의 경우로 구조감쇠가 고려된 경우에 구조손상규명이론에 실행한 결과이다. Fig. 2와 Fig. 3 경우를 비교하면 실제상황과 유사한 구조감쇠가 고려

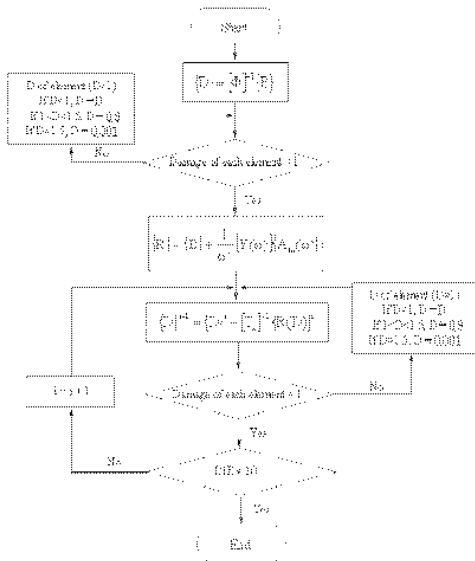


Fig. 1 Flowchart of the present SDIM

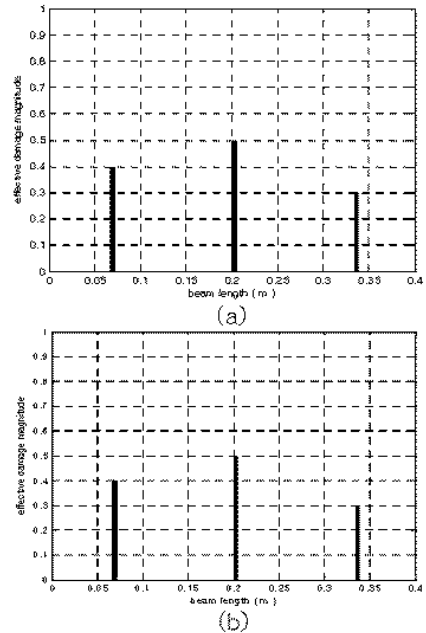


Fig. 2 SDIM by Using the structurally undamped spectral element model

된 상태에서도 보 구조물에 대한 구조손상을 정확히 검출하고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

FRF와 엄밀한 동적강성행렬의 장점을 이용한 구조손상검출의 주파수 영역기법은 구조 감쇠가 적용된 동적강성행렬식으로 표현된 구조물의 운동방정식으로부터 유도하였고, 이를 보 구조물에 적용하였다. 보 구조물에 구조 감쇠가 적용된 실제 상황과 유사한 경우에서도 본 논문의 구조 손상 규명기법이 정확한 구조 손상을 규명할 수 있다는 것을 확인하였다.

후 기

본 논문은 2004년도 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음.

참고 문헌

1. R. D. Adams, P. Cawley, C. J. Pye and B. J. Stone (1978), "A Vibration Technique for Non-destructively Assessing The Integrity of Structures," *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol.20, No.2, pp.93-100.
2. C. Cempel, H. G. Matkem, and A. Ziolkowski (1992), "Application of Transformed Normal Modes for Damage Location in Structures," *Structural Integrity Assessment* (Ed. P. Stanley), Oxford, Elsevier, pp.246-255.
3. H. T. Banks, D. J. Inman, D. J. Leo and Y. Wang (1996), "An Experimentally Validated Damage Detection Theory in Smart Structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.191, No.5, pp.859-880.
4. S. K. Thyagarajan, M. J. Schulz and P. F. Pai (1998), "Detecting Structural Damage Using Frequency Response Functions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.210, No.1, pp.162-170.
5. Z. Wang, R. M. Lin and M. K. Lim (1997), "Structural Damage Detection Using Measured FRF Data," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.147, pp.187-197.
6. J. F. Doyle (1997), *Wave Propagation in Structures: Spectral Analysis Using Fast Discrete Fourier Transforms*, New York, p.320.
7. U. Lee, J. Kim and A. Y. T. Leung (2000), "The Spectral Element Method in Structural Dynamics," *The Shock and Vibration Digest*, Vol.32, No.6, pp.451-465.
8. U. Lee, S. Min and J. Kim (2003), "Structural Damage Identification by Using Spectral Element Model," *한국전산구조공학회*, Vol.30, pp.366-373

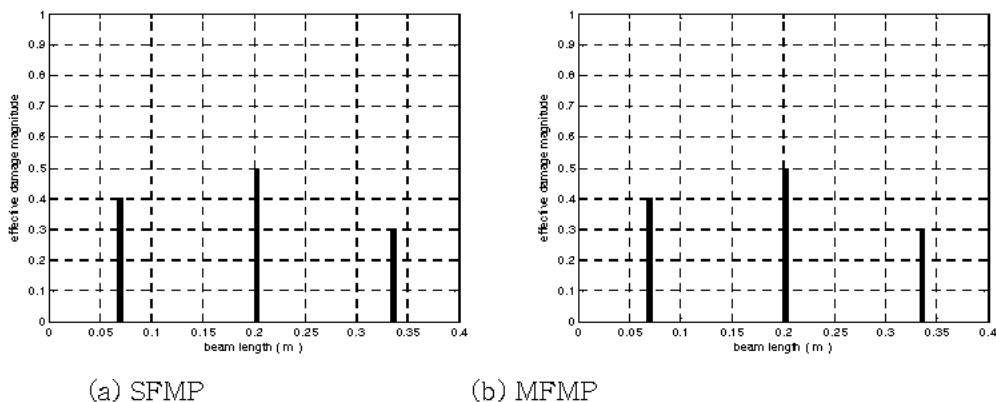


Fig. 3 Damage identification results by Using the structurally damped spectral element model