

전개가능 구조물의 시공 과정 해석

An Analysis of the Construction Process for Deployable Structures

한 상 을*
Han, Sang-Eul

이 지 연**
Lee, Ji-Yeon

Abstract

Deployable structures are space frames consisting of straight bars that are linked together into bundle and can be deployed large, load bearing structures. Deployable structures are easy to set up, to assemble, to disassemble, to transport and to keep for the use. Also, reusability and flexibility are another important advantages for environmental matter. Since deployable structures have various advantages, they offer viable alternatives for a wide range of potential applications in the temporary construction industry as well as in the aerospace industry.

The purpose of this thesis is to decide on geometrical parameters of the design through the numerical analysis and create a final configuration of deployable structures using the geometrical parameters. The Multibody Dynamic Analysis that is dealt with mechanics and aeronautics is used for the method of analysis.

keywords : Deployable structure, Multibody Dynamic, snap through

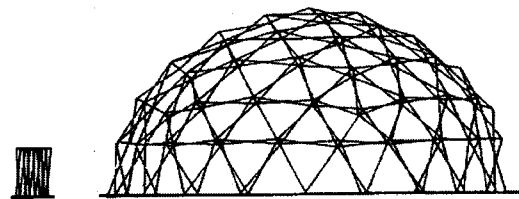
1. 서 론

전개가능 구조물(Deployable Structures)은 접혀진 초기 형상에서 하중을 안정하게 지지하는 최종 형상으로 전개될 수 있는 스페이스 프레임이다. 초기의 전개가능 구조물들은 구조물이 완전히 전개된 형태를 유지하기 위해서 구조물을 고정시킬 수 있는 추가적 고정 장치가 필요하였다. 하지만 Krishnapillai가 전개된 형상에서 응력이 발생하지 않는 구조물의 기하학적 형상을 제시한 이래로 전개가능 구조물에는 더 이상의 추가적 부재가 필요하지 않게 되었다. 따라서 전개가능 구조물은 외적인 고정 장치 없이 스스로 완성된 형태를 유지하는 구조물이라 정의할 수 있다.

이러한 구조물은 시공적 측면에서 설치, 조립, 이동 및 보관이 용이하고, 환경적 측면에서 재활용과 재사용이 가능하며, 다양한 이벤트(event)에 대처할 수 있는 유연성이 확보되는 장점이 있다. 이

러한 장점에도 불구하고 전개가능 구조물은 변형에 비해 변위가 상당히 크고, 피봇(pivot)절점에 대한 해석상의 어려움으로 다른 연구 분야에 비해 많은 발전이 이루어지지 못한 실정이다.

또한, 전개가능 구조물은 여타의 구조물과는 달리 전개된 형상의 해석과 전개과정에 대한 두 가지의 해석이 필요하다. 전개된 형상에서 사용하중에 대한 해석은 선형해석으로 비교적 수월한 해석일 수 있으나, 전개과정에 대한 해석은 전개 시 큰 변위가 발생하므로 매우 복잡한 비선형해석을 요구한다. 이러한 해석상의 어려움으로 과거 전개가능 구조물의 연구들은 주로 건축가의 디자인적 관점에서의 형상 접근과 직관에 의한 구조해석이 대부분이었다.

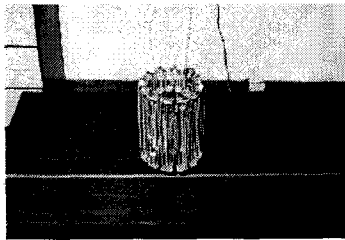


<그림 1> 돔(dome)의 접히고, 전개된 형상

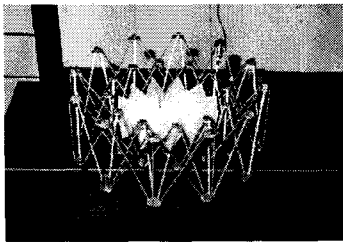
* 정희원 · 인하대학교 건축학부 교수

** (주)창·민우 구조컨설팅 사원

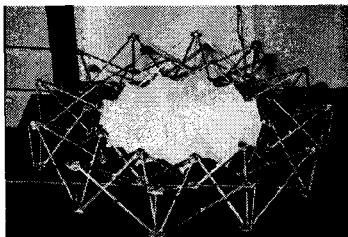
전개가능 구조물은 구조물이 접혀진 형상과 완전히 전개된 형상에서 외부의 고정 장치 없이 스스로 완성된 형태를 가질 수 있고(self standing), 그러한 두 형상에서는 응력이 존재하지 않는다(stress free). 그러나 전개되는 과정에서의 구조물은 스냅 스루(snap through)현상의 불안정한 구조 거동을 보이므로, 전개과정에 대한 해석은 보다 신중한 비선형 해석이 고려되어야 한다.



(a) 접혀진 상태



(b) 전개과정

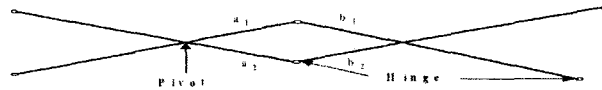


(c) 전개된 상태

<그림 2> 전개가능 구조물

2. 전개가능 구조물의 형상 결정

기하학적 디자인은 전개가능 구조의 전체 설계 과정에 있어서 무엇보다도 중요한 부분이다. 단지 얻고자 하는 전개된 형태의 형상을 결정하는 간단한 문제가 아니라 구조체로 조합이 될 것을 고려하여 단위모델을 구성하는 부재의 길이와 각도의 계산까지 포함하여야 하기 때문이다.



<그림 3> 가위부재의 기본조건

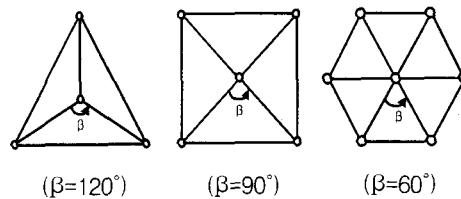
전개가능 구조물의 기본 요소는 그림 3과 같은 가위 모양의 부재이다. 구조물을 접고 전개하기 위한 디자인의 기본조건은 다음식과 같다.

$$a_1 + a_2 = b_1 + b_2 \quad (1)$$

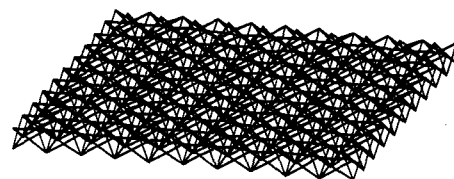
가위부재는 가운데 절점에 피봇으로 접합된 두개의 직선 부재로 구성되며, 피봇 절점은 두 부재로 구성되는 면에 수직인 축에 대해서만 회전이 가능하다. 두 부재의 단부 절점은 또 다른 가위부재의 절점과 힌지로 연결된다. 이러한 가위부재들이 서로 연결되어 평면, 곡면형의 단위모델을 구성하고, 이 단위모델들이 유기적으로 조합되어 전개 가능한 구조물을 형성한다.

2.1. 평면 다각형 구조물의 기하학적 디자인

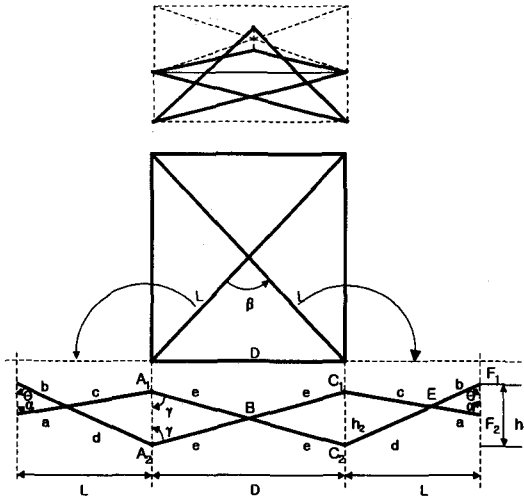
위에서 살펴본 가위부재를 조합하여 그림 4와 같은 세 가지 유형의 정다각형 단위모델을 구성할 수 있다. 다른 정다각형 단위모델을 전개가능 구조물로 구성할 경우에는 여러 단위모델들이 조합하여 이루는 접점의 사이각의 합이 360° 가 되지 않는다. 따라서 세 가지 유형의 단위모델을 제외한 다른 유형의 단위모델로는 전개가능 구조물을 형성할 수 없는 것이다. 그림 4와 같은 정다각형의 단위모델들을 조합하여 그림 5와 같은 평면형의 전개가능 구조물을 만들 수 있다.



<그림 4> 평면형의 정다각형 단위모델



<그림 5> 평면 구조물의 전개된 형상 (정사각형)



<그림 6> 평면 정사각형 단위모델의 기하학적 변수

전개에 이르는데 필요한 기하학적 구속조건을 유도하기 위해서 그림 6과 같은 전개된 형상의 평면 정사각형 단위모델을 고려한다.

정다각형의 두 대각선 부재의 사이각 β 로 인해 설계하고자하는 다각형의 유형을 결정할 수 있다.

$$\beta = \frac{360^\circ}{n} \quad (2)$$

여기서 n 은 다각형을 이루는 변의 수이다.

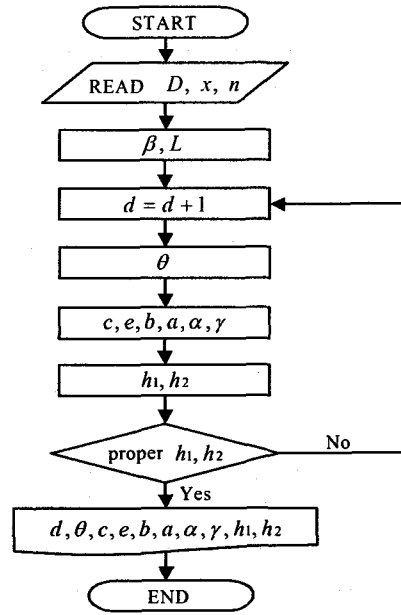
그림 6에서 보는 바와 같이 접혀진 상태에서 응력이 영(zero)이 되는 구조물이 되게 하기 위한 가위부재의 기본조건은 다음식과 같다.

$$c + d = e + e = 2e \quad (3)$$

여기서 β, L, D 는 설계변수이고 x 는 기하학적 매개변수로 설계의 요구에 의해 정할 수 있는 부재 길이의 비이다. x 의 값은 다음과 같다.

$$x = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (4)$$

D, x, n 의 선택 후에는 다음과 같은 과정에 의해 평면형 전개가능 구조물의 기하학적 형상 치수를 구할 수 있다. 기하학적 구속조건을 고려한 기하학적 형상 치수를 정리하면 다음과 같다.



<그림 7> 평면 구조물의 형상 알고리즘

$$\theta = \tan^{-1} \frac{D}{2h_1 \sin \frac{\beta}{2}} \quad (5)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{D}{h_2} \quad (6)$$

$$e = \frac{D}{2 \sin \gamma} \quad (7)$$

$$d = \frac{4e^2 - h_2^2}{2(2e - h_2 \cos \theta)} \quad (8)$$

$$c = 2e - d \quad (9)$$

$$b = \frac{h_1}{\cos \theta} - d \quad (10)$$

$$a = \frac{bc}{d} \quad (11)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{d \sin \theta}{c} \quad (12)$$

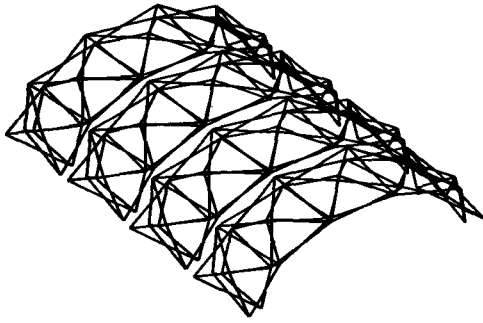
$$h_1 = (b + d) \cos \theta \quad (13)$$

$$h_2 = c \cos \alpha + d \cos \theta \quad (14)$$

2.2. 곡면 다각형 구조물의 기하학적 디자인

이번 절에서는 그림 8과 같은 곡면형 구조물을 살펴보도록 한다.

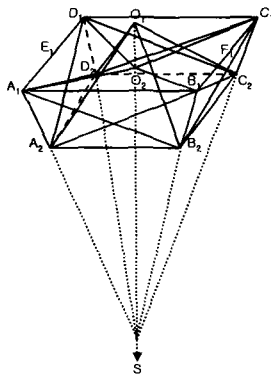
곡면형 전개가능 구조물의 단위모델은 그림 9와 같으며, 동일 곡률을 가진 아치(arch)와 돔(dome)에 적용할 수 있다. 그림 10은 곡면 구조물의 기하학적 변수를 보여주기 위해 바깥쪽과 안쪽의 가위부재를 전개한 그림이다.



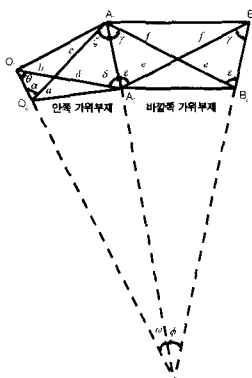
<그림 8> 곡면 구조물의 전개된
형상(정사각형)

아치나 돔의 곡면 단위모델의 크기는 설계의 요구에 의해 정할 수 있는 값으로 $\psi = \angle E_1 S F_1$,
 $\phi = \angle A_1 S B_1$, $\omega = \angle A_1 S O_1$ 가 되고, 설계변수이자 곡면 전개가능 구조물의 기하학적 매개변수는 $O_1 O_2$, $A_1 A_2$, $A_2 B_2$ 이다.

n , ψ , ϕ , ω , $O_1 O_2$, $A_1 A_2$, $A_2 B_2$ 의 선택 후에는 다음과 같은 과정에 의해 곡면형 전개가능 구조물의 기하학적 형상 치수를 구할 수 있다.

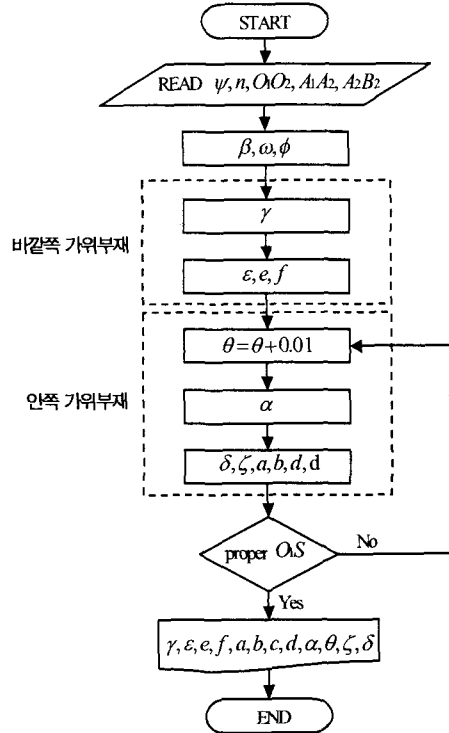


<그림 9> 곡면 구조물의
단위모델



<그림 10> 바깥쪽과
안쪽의 가위부재

기하학적 구속조건을 고려한 기하학적 형상 치수를 정리하면 다음과 같다.



<그림 11> 곡면 구조물의 형상 알고리즘

$$\gamma = \tan^{-1} \left[\frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2} + \frac{A_1 A_2}{A_2 B_2}} \right] \quad (15)$$

$$\epsilon = \gamma + \theta \quad (16)$$

$$e = \frac{A_2 B_2}{2 \sin \left(\gamma + \frac{\theta}{2} \right)} \quad (17)$$

$$f = \frac{(A_2 B_2) \sin \left(\gamma + \theta \right)}{2 \sin \gamma \sin \left(\gamma + \frac{\theta}{2} \right)} \quad (18)$$

$$\left[\frac{(A_2 B_2)}{2 \sin \theta \sin \frac{\beta}{2}} - \frac{e+f}{1 + \frac{\sin \theta + \tan \omega \cos \theta}{\sin \alpha - \tan \omega \cos \alpha}} \right] \frac{\sin (\theta + \alpha)}{\sin \alpha} = (O_1 O_2) \quad (19)$$

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \left[\frac{\cos \frac{\theta}{2} \left(\frac{e+f}{A_1 A_2} \right) - \cos \left(\frac{\theta}{2} + \omega \right)}{\sin \frac{\theta}{2} \left(\frac{e+f}{A_1 A_2} \right) + \sin \left(\frac{\theta}{2} + \omega \right)} \right] \quad (20)$$

$$\zeta = \alpha - \omega \quad (21)$$

$$\delta = \theta + \omega \quad (22)$$

$$a = \left[\frac{(A_2 B_2)}{2 \sin \theta \sin \frac{\beta}{2}} - \frac{(e+f)}{1 + \frac{\sin \delta}{\sin \zeta}} \right] \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \quad (23)$$

$$b = a \frac{\sin \alpha}{\sin \theta} \quad (24)$$

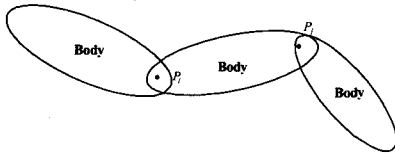
$$c = \frac{e + f}{1 + \frac{\sin \zeta}{\sin \delta}} \quad (25)$$

$$d = c \frac{\sin \zeta}{\sin \delta} \quad (26)$$

3. 다물체계 동역학 해석 알고리즘

전개가능 구조물의 전개과정에 대한 해석은 기계, 항공, 자동차등의 해석에 주로 사용되는 다물체계 동적해석(multibody dynamic analysis)을 사용하였다. 여기서 다물체계 동적해석이란 여러 개의 강체로 연결된 시스템의 동적 특성을 다루는 해석으로서, 전개가능 구조물과 같은 대변위-소변형 문제(large displacement and small strain problem)에 적합한 해석방법이다.

3.1. 운동방정식



<그림 12> 다물체계(multibody)

이 장에서는 다물체계(multibody)의 전개과정 해석 시 사용한 동역학의 해석 알고리즘을 소개한다.

그림 12에서 보는 바와 같이 여러 개의 물체가 절점에 의해 연결되어 계를 이루는 구조물은 물체들을 연결하는 절점의 구속식과 운동방정식에 의해 위치, 속도, 가속도 및 힘을 구할 수 있다.

물체들을 연결하는 절점에 대한 기구학적 관계의 구속조건은 다음 식과 같다.

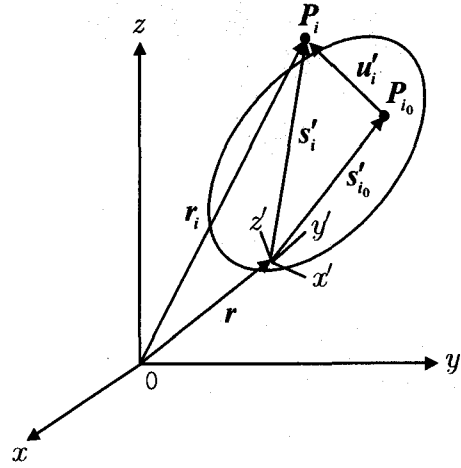
$$\Phi(q, t) = 0 \quad (27)$$

여기서 q 는 변위 벡터이고, q_i 는 각각의 물체에 대한 i 절점에서의 변위 벡터이다.

$$q = [q_1^T, q_2^T, \dots, q_{nb}^T]^T \quad (28)$$

$$q_i = [r_i^T, \phi_i^T]^T$$

또한 여기서 r_i 는 i 절점에서의 이동 변위 벡터, ϕ_i 는 i 절점에서의 회전 변위 벡터이다.



<그림 13> 물체의 좌표계 및 기구학

그림 13은 다물체계의 좌표 및 기구학을 정의하기 위하여 전체좌표계 x, y, z 와 다물체계를 구성하는 단위 요소의 국부좌표계 x', y', z' 의 기하학적 관계를 보여준다.

변형 전 국부좌표계에 의해 s'_i 로 정의되는 절점 P_i 가 물체의 변형에 의해 u_i 만큼 이동했다면, 변형 후 절점 P_i 의 전체좌표계에 대한 위치 벡터 r_i 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r_i &= r + s_i \\ &= r + B s'_i \\ &= r + B(s'_i + u_i) \end{aligned} \quad (29)$$

여기서 B 는 전체좌표계에 대한 국부좌표계의 회전행렬이다. 한편 운동방정식을 유도하기 위해서는 해밀턴(Hamilton)의 원리를 적용하였으며, 라그랑주 함수(Lagrange Equation)의 형태는 식 (30)과 같다.

$$L = T - \Pi \quad (30)$$

주어진 시간 간격(t_1, t_2)에 일어나는 물체의 실제 운동 경로는 라그랑주 함수의 시간 적분이 되므로 물체의 운동에 관련된 범함수는 다음 식과 같다.

$$I = \int_{t_1}^{t_2} (L) dt \quad (31)$$

운동에너지는

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (32)$$

퍼텐셜에너지는

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} - \mathbf{q}^T \mathbf{F} \quad (33)$$

로 주어진다. 여기서, \mathbf{M} 은 질량 행렬, \mathbf{K} 는 강성 행렬, \mathbf{F} 는 외력 벡터이다.

또한 식 (31)의 일차변분 δI 는 동적 평형상태에서 정류값을 가지므로 그 값을 영(zero)으로 하면, 변분식에 의한 운동방정식은 다음 식과 같은 형태가 된다.

$$\delta \mathbf{q}^T \{ \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q} \} = 0 \quad (34)$$

여기서 \mathbf{Q} 는 각각의 물체에 작용하는 외력 벡터와 물체의 탄성 변형력 벡터가 합해진 일반화 외력 벡터이고, $\ddot{\mathbf{q}}$ 는 가속도 벡터이다.

물체의 기구학적 구속은 물체 사이의 기구학적 관계를 기술하는 비선형 대수식들의 집합으로써 식 (27)과 같고, 가상변위 $\delta \mathbf{q}$ 에 대하여 다음의 식을 만족해야 한다.

$$\Phi_q \delta \mathbf{q} = 0 \quad (35)$$

여기서 Φ_q 는 기구학적 구속식의 전체좌표에 대한 자코비안 행렬이다.

식 (35)는 식 (34)를 만족하는 모든 전체좌표계의 가상변위에 대해서 성립하여야 하므로, 라그랑주 승수이론(Lagrange multiplier theorem)¹⁰⁾에 따라 다음의 식을 만족하는 라그랑주 승수 λ 가 존재하게 된다.

$$\delta \mathbf{q}^T \{ \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \lambda - \mathbf{Q} \} = 0 \quad (36)$$

$\delta \mathbf{q}$ 는 임의의 값을 갖는 가상변위이므로 다음과 같은 방정식을 유도할 수 있다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \lambda - \mathbf{Q} = 0 \quad (37)$$

기구학적 구속의 가속도식은 식 (27)을 시간에 대해 두 번 미분하여 구할 수 있으며 다음 식과

같이 표현된다.

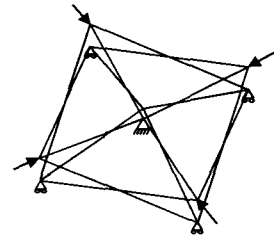
$$\Phi_q \ddot{\mathbf{q}} = -(\Phi_{q\dot{\mathbf{q}}})_q \dot{\mathbf{q}} - 2\Phi_{q\dot{\mathbf{q}}} \dot{\mathbf{q}} - \Phi_{tt} \equiv \boldsymbol{\gamma} \quad (38)$$

따라서 구속된 다물체계의 운동방정식은 식 (38)과 (39)를 조합하여 식 (3.14)와 같이 구할 수 있다.

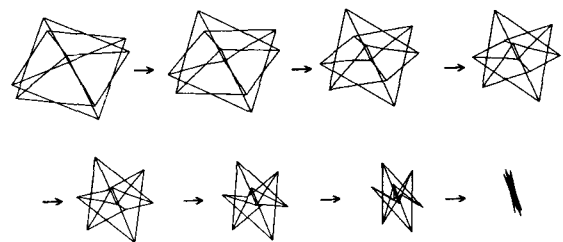
$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{Q} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{Bmatrix} \quad (39)$$

4. 전개과정의 구조 해석

전개과정 해석 시 구조물의 초기형상은 모든 절점이 이론적으로 한 직선에 모이게 되어 형상결정에 어려움이 생기므로 전개과정의 해석을 최종형상에서 접는 과정의 해석으로 대체한다.



<그림 14> 전개가능 구조물의 해석조건



<그림 15> 단위모델의 접는 과정

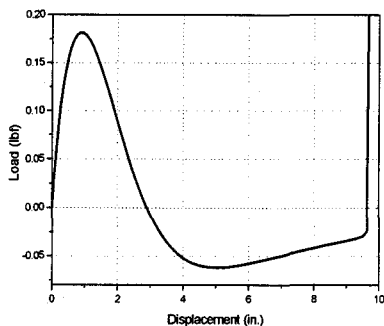
그림 14에서 보여 지는 바와 같이 전개가능 구조물의 해석은 구조물 전체의 가운데 절점을 고정 한 후 구조물의 단부 위쪽 절점 4방향에 힘을, 그리고 아래쪽 4개의 절점은 절점들이 이루는 면에 대하여 수평방향 이동만을 가능하게 한다. 그림 15는 표 1의 부재 재원을 사용한 평면 사각형 단위 모델의 전개과정에 대한 해석 결과를 보여준다. 정

밀한 해석을 위해 부재들은 모두 티모센코 빔으로 사용하였으며, 각각의 부재들은 피봇 역할의 레볼루트 조인트(revolute joint)와 힌지 역할의 슈페리컬 조인트(spherical joint)로 연결하였다. 여기서 레볼루트 조인트란 두 부재가 이루는 면의 수직방향 축에 대한 회전은 가능하되 그 외의 모든 자유도를 구속하는 조인트이며, 슈페리컬 조인트란 위치는 구속하되 회전을 자유롭게 하는 조인트이다. 수치해석은 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 사용하여 변위를 100스텝으로 나누어 진행하였다. 그림 15는 해석모델을 10초의 시간간격으로 포착한 접는 과정에서의 변형된 형상이다.

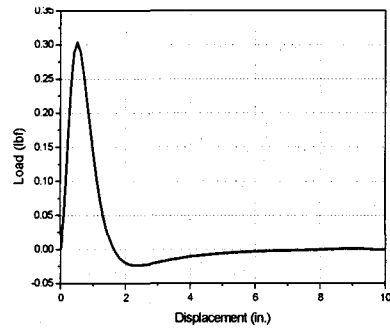
그림 14의 해석결과를 통해 전개과정의 구조적 거동이 스냅스루(snap through)형태임을 확인할 수 있고, 단위모델 조합인 2x2 모델에 대한 해석은 단위모델 하중의 2배가 필요함을 알 수 있다(그림 15).

<표 1> 단위모델의 접는 과정

A(in. ²)	E(ksi)	ν	\mathcal{I}	D(in.)	h ₁ (in.)	h ₂ (in.)
0.35x0.35	110,000	0.40	0.90	30.00	10.64	9.10
안쪽 부재 (in., degree)					바깥쪽 부재 (in., degree)	
a	b	c	d	α	Θ	γ
6.50	7.23	14.85	16.50	83.34	63.37	15.68



<그림 16> 단위모델의 해석결과



<그림 17> 2x2의 해석결과

또한, 앞의 단위모델을 대상으로 전개과정 시 발생하는 부재의 응력을 살펴보았다.

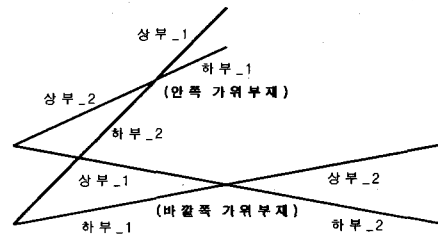
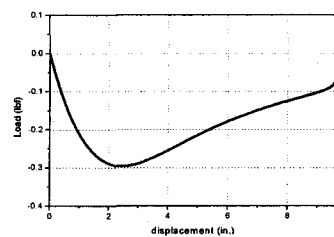
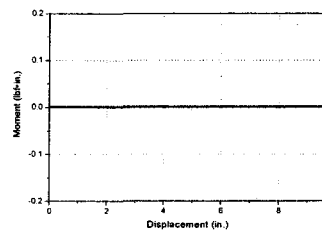


그림 16과 17은 위 그림의 상부_2에 해당하는 바깥쪽과 안쪽 가위부재의 응력곡선을 보여준다. 바깥쪽 가위부재(outer scissor like elements)에는 압축력만이 작용하였고 안쪽 가위부재(inner scissor like elements)에는 큰 모멘트가 발생하였다. 따라서 부재내의 응력해석을 통해 안쪽 가위부재는 보의 사용이, 바깥쪽 가위부재는 트러스의 사용이 적합함을 알 수 있다.



(a) 축방향력

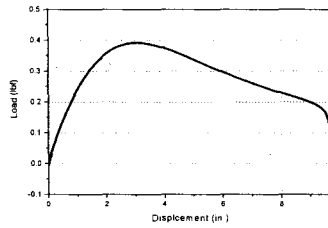


(b) 모멘트

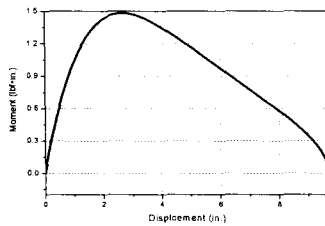
<그림 18> 바깥쪽 가위부재

참고 문헌

1. Pinero, E P., A Reticular Movable Theatre, The Architects' Journal for August 30, 1961, p. 299.
2. Zeigler, T. R., Collapsible self-supporting structures, US Patent No. 4,437,275, 1984 (filed August 7, 1981)
3. Clarke, R. C., The Kinematics of a Novel Deployable Space Structure System, third International Conference on Space Structures, H. Nooshin, Ed., University of Surrey, U.K., Elsevier Applied Science Publishers, London, pp. 820-822.
4. Escrig, F., Expandable Space Structures, Space Structures Journal, vol. 1, No. 2, pp. 79-91, 1985.
5. Krishnapillai, S., and Zalewski, W. P., The Design of Deployable Structures, Unpublished Research Report, Department of Architecture, MIT, Cambridge, Massachusetts, Oct. 1985.
6. Gantes, C. J., Deployable Structures, National Technical University of Athens, Greece, Wit Press, U.K., 2001.
7. Bathe, K-J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.
8. Jalon, J. G., and Bayo, E., Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems, The Real-Time Challenge, Springer-Verlag, New York, 1994.
9. Haug, E. J., Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Volume I: Basic Methods, Allyn and Bacon, 1989.



(a) 축방향력



(b) 모멘트

<그림 19> 안쪽 가위부재

5. 결 론

본 연구를 통해 다물체 동적해석기법이 전개 과정에 대한 해석의 적용으로 타당함을 입증하였고, 전개과정의 구조적 거동이 스냅스루 유형임을 확인할 수 있었다. 또한, Gantes가 정식화한 전개 가능 구조물의 평면, 곡면의 형상 알고리즘을 정밀한 수치해석이 가능하도록 하였으며, 단위모델의 응력해석을 통해 바깥쪽 가위부재와 안쪽의 가위부재에 생기는 응력이 동일하지 않음을 알 수 있었다.

단위모델을 조합하여 평면 구조물을 구성하여, 4개의 단위모델이 조합된 2x2 모델의 경우에는 단위모델의 2배의 하중이, 9개의 단위모델이 조합된 3x3 모델의 경우에는 단위모델의 약 3배 정도의 하중이 발생함을 알 수 있었다. 따라서 여러 단위모델로 구성된 구조물은 해석 시 많은 시간과 경비가 소요되므로 하중이 증가하는 양상을 참고하여 구조물의 거동을 예측할 수 있다.