
강성분포가 주기성을 갖는 구형셸의 형상계수에 따른 좌굴해석

Buckling Analysis of Spherical Shells With Periodic Stiffness Distribution According to Shape Parameter

박상훈* 석창목* 정환목** 권영환***
Park, Sang-Hoon Suk, Chang-Mok Jung, Hwan-Mok Kwon, Young-Hwan

Abstract

Researches on spherical shell which is most usually applied have been completed by many investigators already and generalized numerical formula was derived. But the existent researches are limited to those on spherical shell with isotropic or orthotropic roof stiffness, periodic distribution of roof stiffness that can be caused by spherical and latticed roof system is not considered.

Therefore, this paper is to develop a structural analysis program to analyze spherical shells that have periodicity of roof stiffness distribution caused by latticed roof of large space structure, grasp buckling characteristics and behavior of structure.

keywords : Spherical shells, Periodicity of Rigidity-Distribution, Buckling analysis

1. 서론

대공간 구조물의 구조시스템은 구조해석능력의 발전으로 인하여 연속체인 셸구조에서 이산체 격자 셸구조로 그 구조시스템이 변화하고 있다. 그러나, 이산체인 격자셸 구조시스템은 사용재료의 경량화 및 단면의 최소화로 불안정 현상인 좌굴이 발생한다. 이런 격자셸 구조물의 좌굴은 유한요소법을 이용한 상용프로그램으로 어렵지 않게 해석할 수 있지만 그 구조물의 거시적 관점에서의 거동파악에는 많은 시간과 노력이 따르게 된다. 대공간 지붕구조인 이산체 격자셸을 거시적 관점에서 그 거동 및 좌굴 하중의 직감적인 파악이 가능하여 설계초기단계에 형상을 다양하게 모델화해 볼 수 있다.

현재까지 이산체 격자돔의 연속체 셸해석에 의하여 좌굴하중 및 좌굴판정의 기준이 되는 변수에 대해서 몇 가지의 제안이 있어왔다. 그러나 기존의 연구^{2),3),5)}는 구형셸의 지붕강성이 등방성이거나 직교이방성인 경우에 한하며, 구형셸의 지붕시스템을 이산체인 격자시스템으로 함으로써 발생할 수 있는 지붕강성 분포의 주기성을 고려한 연구는 전혀 진행되고 있지 않다.

따라서, 본 연구에서는 2방향 그리드(Grid)에 의해 나타나는 강성의 주기성을 갖는 구형셸을 대상으로 하여 개발된 프로그램¹¹⁾을 이용한 이론해석으로 라이즈-스팬비를 변화시킨 6종류의 해석모델의 좌굴하중 및 변형특성을 파악하고, 그 형상계수에 따라서 주기성의 강성분포가 좌굴하중에 미치는 영향을 검토한다.

* 정회원 · 상주대학교 건축공학부 시간강사

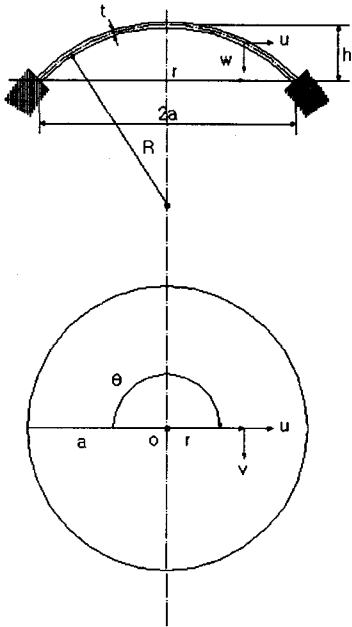
** 정회원 · 경동대학교 건축공학부 교수

***정회원 · 경북대학교 건축학부 명예교수

2. 형상 및 해석모델

2.1 형상모델

<그림 1>은 균일한 외압을 받는 양단고정의 구형셀의 형상을 나타낸다. 그림에서 R 은 곡률반경, a 는 셀의 저면반경, t 는 셀의 두께이고, h 는 셀의 높이이다. 그리고, 좌표계는 구형셀 저면의 중심을 원점으로 가지는 극좌표계(r, θ)를 설정하여, 연직방향 z 는 우수계를 정하기 위하여 하방향으로 한다. r, θ 와 z 방향의 변위성분은 각각 u, v 와 w 이다.



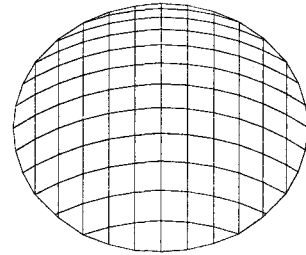
<그림 1> 구형셀의 형상

2.2 해석모델

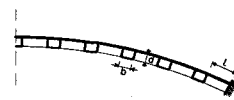
본 연구는 대공간 지붕구조를 형성하는 다른 격자형태보다 원주방향으로 현저한 강성의 주기성을 가진다고 보고되고 있는 2방향 그리드(Grid)에 의해 나타나는 강성의 주기성을 갖는 구형셀<그림 2(a)>을 연구대상으로 한다. <그림 2(b)>는 해석모델의 단면형상으로, b 는 격자부재의 단면폭, d 는 격자부재의 단면높이이며, L 은 격자의 대표부재길이를 나타낸다.

그리고, <표 1>은 형상계수(λ)에 따른 해석모델

의 형상을 나타낸다. 여기서, 형상계수 λ 는 강성분포가 주기성을 갖는 구형셀의 일반적인 형상계수가 제안되어 있지 않으므로 본 연구에서는 등방성 구형셀의 형상계수를 도입한다. 그 형상계수는 $a/R^2 \sqrt{K/D}$ 로, 곡률반경 R 을 변화시켜 표에서 보여지는 6종류의 형상에 대해서 좌굴해석을 행한다.



(a) 3차원 형상



(b) 단면형상

<그림 2> 본 연구의 해석모델

<표 1> 형상계수(λ)에 따른 해석모델의 형상

모델명	곡률반경(R) 부재길이(L)	형상계수(λ)	해석모델의 형상
L-1	1580mm 50.31mm	7.73	
L-2	1280mm 50.47mm	8.59	
L-3	880mm 51.02mm	10.36	
L-4	680mm 51.78mm	11.79	
L-5	580mm 52.55mm	12.76	
L-6	480mm 54.01mm	14.02	

2.3 강성의 모델화

<그림 2>에서 보여지듯이 이산체를 연속체로 하여 해석하기 위하여 다방향 그리드(Grid)를 가지는 이산체에 대한 日置의 등가강성식⁸⁾을 이용하여 면내·외강성을 구한다.

우선, 2방향 그리드(Grid)를 가지는 면내등가강성식 K^{ijkl} 은 다음과 같다.

$$K^{ijkl} = \sum_{n=1}^2 K_n \cos^{8-i-j-k-l} \theta_n \cdot \sin^{i+j+k+l-4} \theta_n$$

$$K_1 = K_2 = \frac{EA}{L}, \quad \theta_1 = 0^\circ, \quad \theta_2 = 90^\circ \quad (1)$$

2방향 그리드(Grid)를 가지는 日置의 면외강성식 D^{ijkl} 은 다음과 같다.

$$D^{ijkl} = \sum_{n=1}^2 D_n^{ijkl} \quad (2)$$

$$D_1 = D_2 = \frac{EI}{L} = D, \quad T = \frac{GI}{2L}$$

여기서, E는 탄성계수, A는 단면적, I는 단면2차 모멘트, L는 대표부재길이이며, G는 전단탄성계수이고, J는 비틀림상수이다.

3. 해석프로그램의 정식화

3.1 기초방정식

3.1.1 변형도-변위 관계식

중립면의 변형 표현에서 비선형항을 가지고, 곡률의 변화에서는 선형을 가지는 근사 비선형 변형도-변위관계식은 다음과 같다.

$$e_r = \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2$$

$$e_\theta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + u \right) - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2$$

$$e_{r\theta} = \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial \theta}$$

$$\rho_r = - \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}$$

$$\rho_\theta = - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)$$

$$\rho_{r\theta} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial w}{r \partial \theta} \right) = - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \quad (3)$$

3.1.2 응력-변형도 관계식

본 연구에서의 2방향 그리드(Grid)를 갖는 구형셀의 면내응력-변형도의 관계식은 다음 식과 같이 표현하는 것이 가능하다.

$$n_{ij} = K_{ij} \cdot e_{ij} \quad (i, j = 1 \sim 3) \quad (4)$$

면내강성요소(K_{ij} , $i, j = 1 \sim 3$)는 원주방향의 강성변화를 고려하여 다음과 같이 θ 의 계수로 하여 나타낸다.

$$K_{ij} = K(K_{ij1} + K_{ij2} \cos 4\theta + K_{ij3} \sin 4\theta) \quad (5)$$

여기서, K는 강성평가축이 축방향일 때, 즉 θ 가 0일 때의 대표프레임의 축강성으로 EA/L 이다.

그리고, 2방향 그리드(Grid)를 갖는 구형셀의 면외응력-곡률변화의 관계식은 다음 식과 같이 표현가능하다.

$$m_{ij} = D_{ij} \cdot \rho_{ij} \quad (i, j = 1 \sim 3) \quad (6)$$

면외강성요소(D_{ij} , $i, j = 1 \sim 3$)는 원주방향 θ 의 강성변화를 고려하여 다음과 같이 θ 의 계수로 하여 나타낸다.

$$D_{ij} = D(D_{ij1} + D_{ij2} \cos \theta + D_{ij3} \sin \theta) \quad (7)$$

여기서, D는 강성평가축이 축방향일 때, 즉 θ 가 0일 때의 대표프레임의 휨강성으로 EI/L 이다.

3.1.3 비선형 평형방정식

가상일의 원리를 이용하여 셀의 비선형 평형방정식을 유도한다. 응력합 및 부분적분을 이용하고, 고차항을 무시하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial r} (rn_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (n_{r\theta}) - n_\theta = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (n_\theta) + \frac{\partial}{\partial r} (m_{r\theta}) - n_{r\theta} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r m_r) + 2 \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (m_{r\theta}) - \frac{\partial}{\partial r} (m_\theta) \\
& + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (m_\theta) + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (m_{r\theta}) + \frac{r}{R} (n_r + N_\theta) \\
& + \frac{\partial}{\partial r} (r n_r \frac{\partial w}{\partial r} + n_{r\theta} \frac{\partial w}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (n_{r\theta} \frac{\partial w}{\partial r} \\
& + n_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}) + q \cdot r = 0 \tag{8}
\end{aligned}$$

3.2 기초방정식의 무차원화

3.1절에서 유도한 구형셀의 기초방정식을 해석의 편이를 위해서 이 절에서는 무차원화하여 서술한다. 경선방향 r의 좌표는 구형셀의 반경 a에 의해 무차원화된 $\xi = r/a$ 로 표시한다.

무차원화된 변형-변위관계식은 아래 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_r &= \frac{\partial U}{\partial \xi} - 2W + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial \xi} \right)^2 \\
\varepsilon_\theta &= \frac{1}{\xi} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{U}{\xi} - 2W + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right)^2 \\
\varepsilon_{r\theta} &= \frac{\partial V}{\partial \xi} - \frac{V}{\xi} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial W}{\partial \xi} \frac{\partial W}{\partial \theta} \\
\gamma_r &= - \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} \\
\gamma_\theta &= - \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial W}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) \\
\gamma_{r\theta} &= - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) \tag{9}
\end{aligned}$$

그리고, 면내응력-변형도 관계식 및 면외응력-곡률변화 관계식은 다음과 같이 무차원화한다.

$$\begin{aligned}
N_r &= C_{11}\varepsilon_r + C_{12}\varepsilon_\theta + C_{13}\varepsilon_{r\theta} \\
N_\theta &= C_{12}\varepsilon_r + C_{22}\varepsilon_\theta + C_{23}\varepsilon_{r\theta} \\
N_{r\theta} &= C_{13}\varepsilon_r + C_{23}\varepsilon_\theta + C_{33}\varepsilon_{r\theta} \tag{10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_r &= B_{11}\gamma_r + B_{12}\gamma_\theta + B_{13}\gamma_{r\theta} \\
M_\theta &= B_{12}\gamma_r + B_{22}\gamma_\theta + B_{23}\gamma_{r\theta} \\
M_{r\theta} &= B_{13}\gamma_r + B_{23}\gamma_\theta + B_{33}\gamma_{r\theta} \tag{11}
\end{aligned}$$

여기서, $C_{ij} = K_{ij}/K$, $B_{ij} = D_{ij}/D$ 이다. 비선형 평형방정식은 응력-변형관계식을 대입하여 다음과 같은 무차원화된 평형방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi N_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (N_{r\theta}) - N_\theta = 0 \\
& \frac{\partial}{\partial \theta} (n_\theta) + \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi N_{r\theta}) + N_{r\theta} = 0 \\
& \frac{4}{\lambda^4} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\xi M_r) + \frac{8}{\lambda^4} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \theta} (M_{r\theta}) + \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \theta} (M_{r\theta}) \right\} \\
& + \frac{4}{\lambda^4} \frac{1}{\xi} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (M_\theta) + 2(N_r + N_\theta)\xi \\
& + \frac{\partial}{\partial \xi} (\xi N_r \frac{\partial w}{\partial \xi} + N_{r\theta} \frac{\partial w}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (N_{r\theta} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\
& + N_\theta \frac{1}{\xi} \frac{\partial w}{\partial \theta}) + 32 \frac{1}{\lambda^2} Q\xi = 0 \tag{12}
\end{aligned}$$

여기서, Q 는 q/q_0 이며, q_0 는 기준이 되는 좌굴하중값으로 $\frac{4}{R^2} \sqrt{KD}$ 이다. 그리고, λ 는 형상계수로써 $\frac{a}{\sqrt{R^2}} \sqrt[4]{\frac{K}{D}}$ 이다.

3.3 가정변위함수

이 절에서는 Galerkin법에 의하여 해석과정을 정식화함에 앞서 변위함수를 가정한다. 변위함수 W 의 기저함수에 있어서 멱급수의 표현은 여러 가지 생각될 수 있으나, 원주방향파수 m_1 을 갖는 항에 대해서 $\xi^{m_1}(1-\xi^2)^2$ 되는 항을 시점으로써 최저차수항으로 하고, 순차 ξ^2 씩 차수를 올리는 방법을 선택하고 있다.

$$\begin{aligned}
W &= \sum_r \sum_g A_{rg}^w \xi^{r+2g-2} (1-\xi^2)^2 \cos r\theta \\
V &= \sum_r \sum_g A_{rg}^v \xi^{r+2g-1} (1-\xi^2) \sin r\theta \\
U &= \sum_r \sum_g A_{rg}^u \xi^{r+2g-1} (1-\xi^2) \cos r\theta \tag{13}
\end{aligned}$$

여기서, A_{rg} 는 미정계수인 진폭, r 은 원주방향 파수, g 는 원주방향 파수에 관계되며 경선방향의 자유도를 넓히는데 관계된다. 이와 같은 가정변위함수는 $\xi=1$ 일 때, 양단고정의 경계조건을 만족한다.

3.4 수치해석과정

Galerkin법에 의해 정식화한 방정식은 하중계수 Q 를 변수에 포함하고 M 개의 미정계수 A_{rg} 에 관한 연립방정식으로 주어진다. 수식의 구체적인 계산은

〈표 2〉 형상계수(λ)에 따른 좌굴하중

모델	b (mm)	d (mm)	a (mm)	R (mm)	L (mm)	K (kg/mm)	D (kg·mm)	λ	Q	q ₀ (g/mm ²)	q _{CP} (g/mm ²)
L-1	3.5	3.3	300	1580	50.31	75.8	68.8	7.73	0.206	0.116	0.024
L-2	3.5	3.3	300	1280	50.47	75.5	68.5	8.59	0.206	0.176	0.036
L-3	3.5	3.3	300	880	51.02	74.7	67.8	10.36	0.200	0.368	0.074
L-4	3.5	3.3	300	680	51.78	73.6	66.8	11.79	0.187	0.607	0.114
L-5	3.5	3.3	300	580	52.55	72.5	65.8	12.76	0.183	0.822	0.150
L-6	3.5	3.3	300	480	54.01	70.6	64.0	14.02	0.177	1.167	0.206

b : 부재단면폭 d : 부재단면높이 a : 셀의 저면반경

R : 곡률반경 L : 대표부재길이

K : 대표축강성(EA/L) D : 대표휨강성(EI/L) λ : 형상계수($\frac{a}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{K}{D}}$)

Q : 무차원화 좌굴하중(q_{CP}/q_0) q₀ : 기준하중($\frac{4}{R^2} \sqrt{KD}$) q_{CP} : 좌굴하중

실행하기 위하여 미정계수 A_{rg}의 2개의 첨자 r, g에 가상미지수 x_i을 대응시켜 다음과 같은 방정식으로 표현한다.

$$L_i(Q, x_i) = \sum_j \sum_k \sum_l Y3_{ijkl} \cdot x_j \cdot x_k \cdot x_l + \sum_j \sum_k Y2_{ijk} \cdot x_j \cdot x_k + \sum_j Y1_{ij} \cdot x_j + Y0_i \cdot Q = 0 \quad (14)$$

식(14)에서, 하중증분 및 Newton-Raphson법의 반복 과정에 의하여 구속조건을 만족하는 방정식의 해인 미정계수 A_{rg} 및 하중 Q를 계산한다.

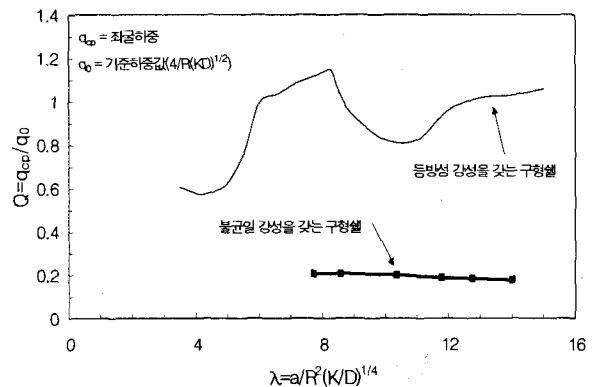
4. 해석결과

4.1. 좌굴하중

〈표 2〉는 〈표 1〉에서 보여지는 형상계수(λ)에 따른 해석모델의 좌굴하중을 나타낸다. 표에서 보여지듯이 형상계수에 따른 무차원화 좌굴하중 Q는 각각 0.206, 0.206, 0.200, 0.187, 0.183과 0.177로 작아지지만, 그 차이는 미소하다.

〈표 2〉의 무차원화 좌굴하중 Q를 형상계수에 따라 도식화한 것이 〈그림 3〉이다. 그림에서 보여지듯이 형상에 매우 민감하게 반응하는 등방성 강성을

갖는 구형셀과 달리 강성분포가 주기성을 갖는 구형셀은 형상계수에 따라 거의 일정한 값을 가진다. 이는 형상보다는 강성의 주기성이 좌굴하중에 크게 영향을 미치고 있다는 것을 알 수 있다.



〈그림 3〉 강성분포가 주기성을 갖는 구형셀의 형상계수에 따른 무차원 좌굴하중

4.2. 변형분포

〈그림 4〉~〈그림 9〉는 면외방향의 변형분포(a) 및 θ방향이 0°축(b) 및 45°축(c)의 변형모드를 나타낸다. 그림은 면외방향의 변형분포를 원주방향 θ로 동일한 변위를 갖는 위치를 연결한 선, 즉 등고선 형식으로 나타내고, 부재 축방향(θ = 0°)과 부재 축방향에서 45°일 때의 변형모드를 표시하고 있다.

형상계수(λ)가 7.73인 L-1모델의 〈그림 4(a)〉에

서 보여지듯이 돔의 정점이 \ominus 방향의 솟아오르는 원주방향으로 4파의 주기성을 가지는 변형모드를 가지는 것을 알 수 있다. <그림 4(a)>의 a-a'단면, 즉 θ 방향이 0° 일 때의 변형모드<그림 4(b)>는 ξ 방향에 대해서 돔의 중앙부를 경계로 하여 정점이 상방향이고 경계가 하방향인 돔의 직경에 대해 미소하지만, 1.5파의 모드를 표현하고 있다. 그리고 <그림 4(a)>의 b-b'단면, 즉 θ 방향이 45° 일 때의 변형모드<그림 4(c)>는 돔의 정점이 상방향이고, 경계부분에서 거의 변형이 발생하지 않고 있다. 이와 같이 θ 가 0° 인 모드와 45° 인 모드의 차이가 있는 것은 면내·외 등가강성의 주기성 영향이다.

<그림 5>에서 알 수 있듯이 L-2 모델도, 돔의 정점이 솟아오르는 원주방향으로 4파의 주기성을 가진 변형분포<그림 5(a)>를 나타낸다. 0° 의 변형모드<그림 5(b)>는 돔의 중앙부분을 경계로 하여 정점은 상방향으로 경계는 하방향으로 돔의 직경에 대해서 1.5파의 모드를 표현하고 있다. 45° 의 변형모드<그림 5(c)>는 돔의 정점은 상방향으로, 경계부는 거의 변위를 발생시키지 않고 있다. 그 외의 모델에 대한 변형분포 및 변형모드인 <그림 6>~<그림 9> 모두 거의 유사한 결과를 보이고 있다는 것을 알 수 있다. 따라서, 2방향 그리드(Grid)를 갖는 구형셀에 대한 변형분포는 돔의 정점이 솟아오르는 원주방향에 따라서 4파의 주기를 가지고 있는 것을 보여주고 있으며 참고문헌⁹⁾에서 보여지는 결과와 좋은 일치를 보여주고 있다.

5. 결 론

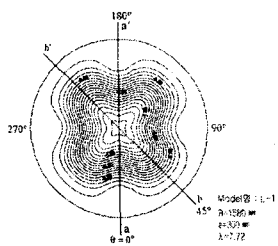
대공간 구조물의 구형지붕 격자형태에 의해 나타나는 지붕강성분포가 주기성을 가지는 구형셀에 대한 거동 및 좌굴특성을 개발된 프로그램을 사용하여 검토한 결과는 다음과 같다.

형상에 대하여 매우 민감하게 반응하는 등방성 강성을 갖는 구형셀과 달리 2방향 그리드(Grid)를 갖는 격자셀은 곡률반경의 변화에 의한 격자셀의 형상에 관계없이 거의 일정한 무차원 좌굴하중값 Q 파 정점이 솟아오르는 4파의 주기를 갖는 변형분포를

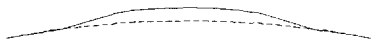
가진다. 이는 형상보다는 강성의 주기성이 격자셀의 좌굴특성에 커다란 영향을 미치고 있다는 것을 나타낸다.

참 고 문 헌

1. Brush, D. O. and Almroth, B. O., Buckling of Bars, Plates, and Shells, McGraw-Hill, 1975
2. Tillman, S.C., "On the Buckling Behavior of Shallow Spherical Caps under a Uniform Pressure Load", Int. J. Solids and Structures, vol.6, 1970
3. Huang, N. C., "Unsymmetric Buckling of Thin Shallow Spherical Shells", J. Appl. Mech., vol. 31, 1964, pp.447-457
4. Teng, J. G., "Buckling of thin shells:Recent advances and trends", Appl. Mech. Rev., vol. 49, no. 4, April 1996, pp.263-274
5. Yamada, M., "An approximation of the buckling analysis of orthogonally stiffened and framed spherical shells under external pressure", Proceedings of the IASS Symposium on Shell and Spatial Structures, Rio de Janeiro, 1984, pp.173-193
6. 山田大彦, "單層ラチスト-ムの安定解析-その現狀と問題占- 4章. 連續體近似による單層ラチスト-ムの座屈耐力評價について", 日本建築學會シェル空間構造運營委員會, 1989, pp.191-254
7. 山田大彦, "補剛扁平球殼の外壓による座屈とその近似解析法に關する研究 I", 日本建築學會學術演講概集, 昭和54年, pp.943-944
8. 日置興一郎, 스페스프레-ム(立體格子構造)의設計·解析·施工, 昭和57年度文部省科學研究費補助金 總合研究(B) 研究報告書, 1983
9. 鄭煥穆, 四角形ネットワーク單層ラチスト-ムの座屈特性に關する研究, 東北大學博士學位論文, 1992
10. 권택진, 셀 구조론, 한국전산구조공학회, 1998
11. 박상훈, 강성분포가 주기성을 갖는 구형셀의 좌굴해석, 경북대학교박사학위논문, 2002



(a) 변형분포

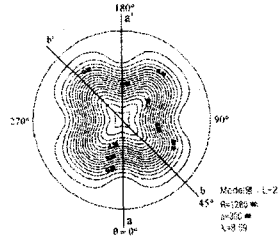


(b) 변형모드($\theta=0^\circ$)

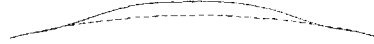


(c) 변형모드($\theta=45^\circ$)

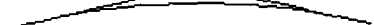
<그림 4> 변형분포 및 변형모드($\lambda = 7.73$)



(a) 변형분포

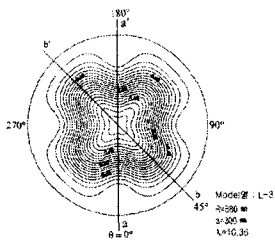


(b) 변형모드($\theta=0^\circ$)

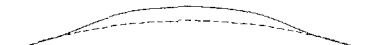


(c) 변형모드($\theta=45^\circ$)

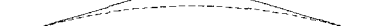
<그림 5> 변형분포 및 변형모드($\lambda = 8.59$)



(a) 변형분포

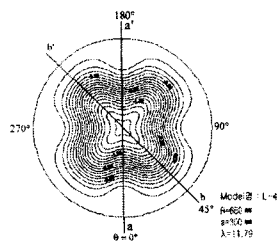


(b) 변형모드($\theta=0^\circ$)



(c) 변형모드($\theta=45^\circ$)

<그림 6> 변형분포 및 변형모드($\lambda = 10.36$)



(a) 변형분포

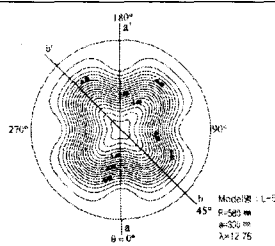


(b) 변형모드($\theta=0^\circ$)

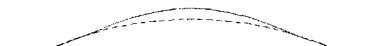


(c) 변형모드($\theta=45^\circ$)

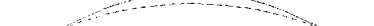
<그림 7> 변형분포 및 변형모드($\lambda = 11.79$)



(a) 변형분포

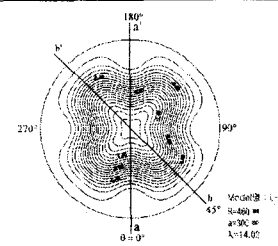


(b) 변형모드($\theta=0^\circ$)



(c) 변형모드($\theta=45^\circ$)

<그림 8> 변형분포 및 변형모드($\lambda = 12.76$)



(a) 변형분포



(b) 변형모드($\theta=0^\circ$)



(c) 변형모드($\theta=45^\circ$)

<그림 9> 변형분포 및 변형모드($\lambda = 14.02$)