

Non-smooth 중력 역산 패키지의 구성

박영수*, 임형래*, 임무택*, 구성본*, 정호준**

* : 한국지질자원연구원, yspark@kigam.re.kr

** : 휴먼앤어스

1. 서론

중력탐사는 탐사 비용이 저렴하며, 탐사 작업이 신속하고, 탐사심도가 깊으며, 탐사 기술의 적용 분야가 다양하다는 장점이 있는 반면에 분해능이 상대적으로 낮고 해석의 비유일성이라는 단점이 있어 개략탐사 혹은 광역탐사에 주로 이용되어 왔다. 그러나 1 μ Gal의 민감도(sensitivity)를 갖는 고정밀 중력계가 개발되면서 고정밀 중력 탐사(microgravity)가 가능하게 되어 지하 공동, 지반침하 등 천부 소규모 지질구조를 규명하는 데 이용되고 있다.

고정밀 중력탐사는 소규모의 단층, dike, 공동 및 연약대 등 지하의 소규모 지질 이상구조를 정밀하게 분해하여 영상화하는 것을 목적으로 하므로 모델 파라미터인 물성(밀도차)이 급격하게 변화하거나 불연속한 경계부를 뚜렷하게 구현해 주는 역산이 요구된다.

본 연구에서는 중력 탐사 축선 하부의 지하공간을 동일한 형태의 블록으로 나누어 각 블록의 밀도 분포를 영상화 할 수 있도록 2차원 non-smooth 역산 패키지를 구성하였다. 패키지는 사용 편의성과 확장성을 고려하여 MatLab을 기반으로 구축하였으며, 최소 길이(minimum length), 최대평활화(maximum smoothness), 전변동(total variation), 최소 받침(minimum support), 최소 변화율 받침(minimum gradient support) 등 5가지의 역산 방법 포함하여 경우에 따라 적절하게 선택하여 사용할 수 있도록 하였다.

2. non-smooth 역산

역산 방정식,

$$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{F}}\mathbf{m} \quad (1)$$

에서 중력탐사의 경우에는 \mathbf{d} 는 N_d 개의 측정 중력값에 해당하고 \mathbf{m} 은 N_m 개의 모델 파라미터, 즉 지하 공간의 밀도분포가 된다. $\hat{\mathbf{F}}$ 는 모델 파라미터와 측정값 사이의 관계식인 커널인데, 중력탐사에서는 공간 분포에만 의존하는 선형적인 식이 된다. 중력탐사뿐 아니라 대부분의 지구물리 역산 문제는 ill-posed하다.

ill-posed 문제는 Tikhonov parametric functional $P^\alpha(\mathbf{m})$ 을 최소화함으로써 풀어갈

수 있는데, 이것을 Tikhonov regularization이라고 한다.

$$P_{\alpha}(m) = | \hat{F}m - d |^n + \alpha S(m) \quad (2)$$

여기서, α 는 $\alpha > 0$ 인 regularization 파라미터이고 $S(m)$ 은 안정 범함수(stabilizing functional) 혹은 안정자(stabilizer)이다. $S(m)$ 에 어떤 제한을 부가하면 식 (2) 문제는 well-posed해진다. 안정 범함수 $S(m)$ 은 역산 문제에 사전 정보(prior information)를 집어넣는다. 안정자 $S(m)$ 의 선택이 해의 형태를 결정한다.

모델의 L_2 노름을 안정자 $S(m)$ 으로 선택하면

$$P_2(m) = | \hat{F}m - d |^2 + \alpha | m |^2 \quad (3)$$

와 같은 모양의 parametric functional을 얻는데, 이것을 최소화하는 것은 Levenberg-Marquardt법의 주개념이 된다.

선택된 모델과 사전 모델간의 차이의 최소 노름을 이용하는 안정자를 생각할 수 있다.

$$S_{L_2,appr}(m) = | m - m_{appr} |^2 = \min \quad (4)$$

이것을 모델 변수의 gradient에 적용하면 널리 알려진 최대 평활화 안정자가 된다.

$$S_{mzsm}(m) = | \nabla m |^2 = \min \quad (5)$$

이 안정자는 EM 자료해석을 위하여 개발된 많은 역산 알고리즘에 성공적으로 이용되었다. 그러나 이 안정자는 실제 지질 상황에서는 종종 볼 수 있는 날카로운 경계면을 잘 구현하지는 못하였으며, m 이 불연속인 경우에는 발산을 일으키기도 한다.

최대 평활화 안정자는 모델 변수의 급격한 변화를 억제함으로써 해를 안정적으로 구할 수는 있었지만 그 이름이 암시하는 대로 이미지를 너무 부드럽게 만들어 실제 지질 구조에서 흔히 볼 수 있는 급격한 지질 경계를 명확하게 묘사하지 못한다. 고정밀 탐사는 천부의 소규모 이상 구조를 명확하게 분해하는 것을 목적으로 하므로, 물성이 급격하게 변화하는 경계부를 분명하게 구현할 수 있는 역산 방법이 필요하다. 본 연구에서는 이렇게 모델 파라미터가 급격히 변화하는 경계부를 안정적으로 영상화 할 수 있는 역산을 non-smooth 역산이라고 부르기로 하고, 이를 기반으로 하는 역산 루틴들을 개발하여 non-smooth 역산 패키지를 구성하였다.

Rudin et. al.(1992)은 잡음이 많고 희미한 영상을 재구성하는데 전변동 안정 범함수를 이용하였는데, 이것은 근본적으로 gradient의 L_1 노름이다. Acar and Vogel(1994)은 이것이 0에서 미분 불가능인 단점을 보완한 TV 안정자 범함수를 소개하였다.

TV 노름은 모델 파라미터에 불연속이 있어도 불리하지 않으므로, 급한 파라미터의 변화를 유지하면서도 발산을 막을 수 있다. 동시에 이 노름은 m 의 전변동에 한계를 부가한다. 그러므로 이 범함수는 블럭 구조의 영상화에서 최대 평활화 범함수보다 좋은 결과를 보인다. 그러나 TV 안정자도 모델 파라미터 변이의 한계를 줄이는 경향이 있으므로 여전히 실제 이미지를 평활화 하려고 한다.

평활화 효과를 더욱 억제하고 물성 대비를 보다 뚜렷하게 영상화하기 위한 안정자로서는 MS 범함수와 MGS 범함수가 제안되었다. MS 범함수는 이상 변수의 분포 중에서 최소 면적(체적)을 가지는 모델을 찾는다. MS 범함수를 이용한 역산은 Last and Kubik(1983)에 의하여 처음으로 제안되었는데, 자료에 부합하는 모델 중 최소 체적(minimum volume =

maximum compactness)을 가지는 밀도 분포를 정해로 추구한다. Guillen and Menichetti(1984)는 이를 약간 변형하여 어떤 중심점이나 축을 대한 관성모멘트(moment of inertia)를 최소화하는 범함수를 제안하였으며, Barbosa et. al.(1999)는 최소 모멘트법을 분자의 경계면을 구현하는데 유리한 방법을 제안하였다. Portniaguine and Zhdanov(1999)는 MS 범함수를 모델의 가장자리를 보다 뚜렷하게 표현할 수 있도록, 모델 파라미터의 편차가 강하고 불연속인 부분이 최소가 되도록 하는 MGS 범함수를 제안하였다.

$$TV : S_{TV}(\mathbf{m}) = (\|\nabla \mathbf{m}\|^2 + \beta^2)^{1/2} \quad (6)$$

$$MS : S_{MS}(\mathbf{m}) = \frac{\|\mathbf{m}\|^2}{\|\mathbf{m}\|^2 + \beta^2} \quad (7)$$

$$MGS : S_{MGS}(\mathbf{m}) = \frac{\|\nabla \mathbf{m}\|^2}{\|\nabla \mathbf{m}\|^2 + \beta^2} \quad (8)$$

3. 역산 패키지의 구성

이번 연구에서 구축한 중력역산 패키지는 MatLab기반으로 하였다. MatLab은 다양한 계산 툴을 제공하며 동시에 결과를 그림으로 다룰 수 있어서 다양한 과학계산에 응용되는 프로그램 툴이다. Fig 1의 중력 역산 패키지 구성도에서 보듯이 역산할 자료를 입력하고 역산 공간을 설정한 후 사용자가 적당한 역산 방법을 선택하여 역산을 수행한다. 각 역산 단계별

로 결과를 그림으로 출력하여 해의 변화 양상을 추적하면서 역산을 수행함으로써 의미있는 해를 추출할 수 있도록 하였다. 역산 패키지에서 제공하는 역산 루틴은 최소 길이(MNL), 최대평활화(MXS), 전변동(TV), 최소 받침(MS), 최소 변화율 받침(MGS) 등 5가지이고, 각각의 루틴에서 밀도의 상한과 하한 및 심도가중치를 사용자가 설정할 수 있도록 하였다. 현재 2차원역산이 완성되었고 이후 3차원 역산도 확장할 계획이다.

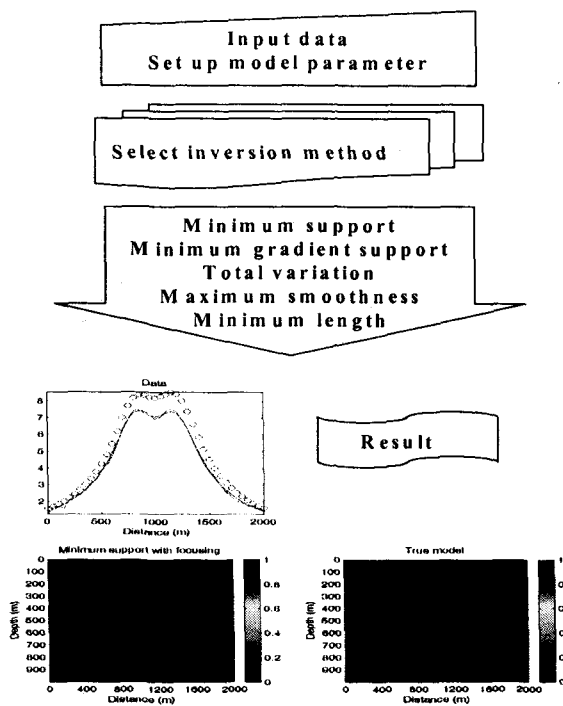


Fig. 1. Diagram of gravity inversion package

4. 시험 모델링

하나의 간단한 모델, 복잡한 형태의 모델, 두 개의 이상체 모델, 밀도가 다른 모델 등의 다양한 경우에 대하여 역산을 수행하여 각각의

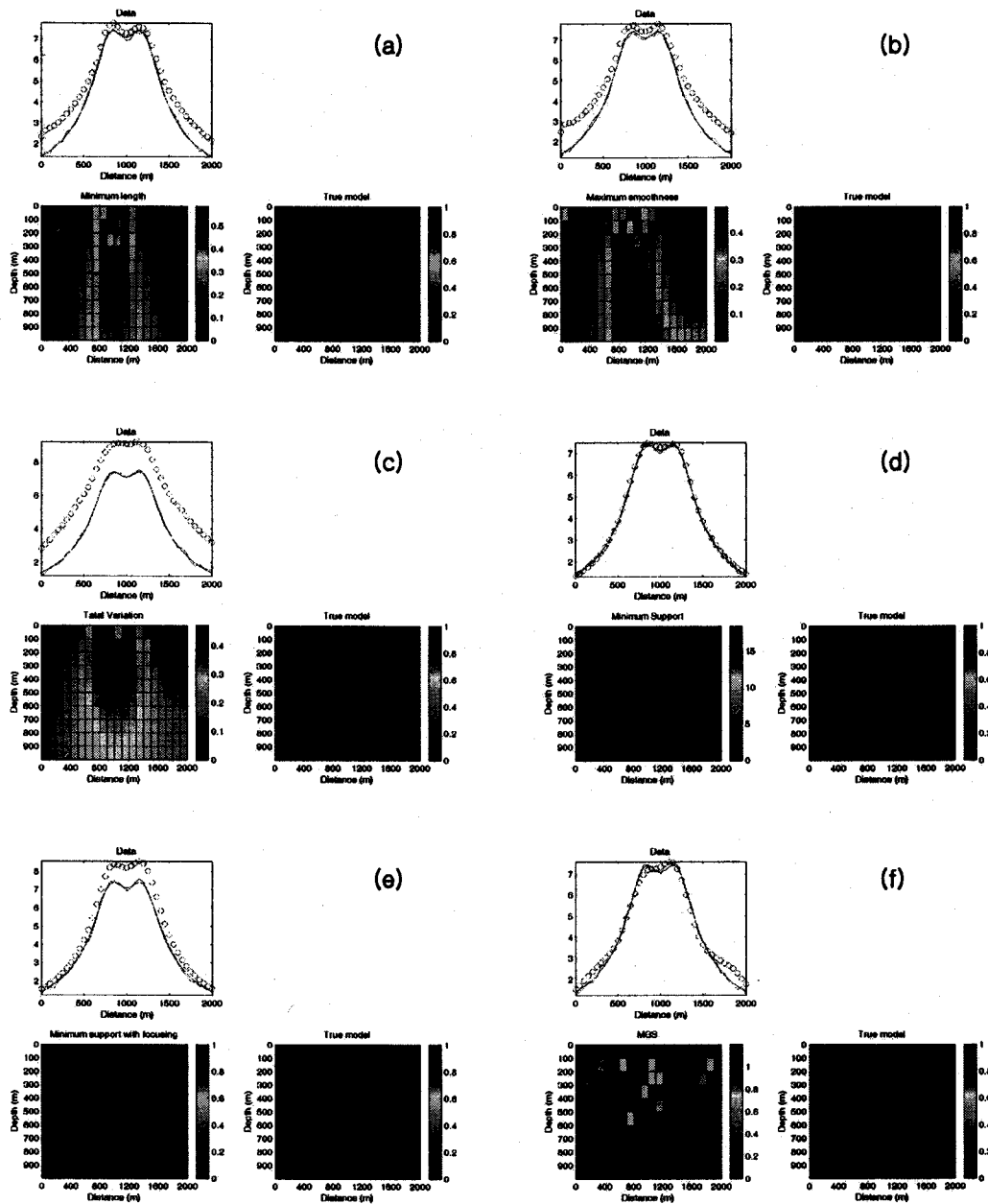


Fig. 2. Inversion results of each method. (a) Minimum length, (b) Maximum smoothness, (c) Total variation, (d) Minimum support without focusing, (e) Minimum support with focusing, (f) Minimum gradient support.

방법들의 역산 결과를 비교, 검토하였다. Fig. 2는 상당히 깊은 연장을 가지는 밀도가 같은 두 개의 프리즘 모델에 대한 역산 결과이다. 최소 길이, 최대 평활화, 전변동 역산들은 두 개의 이상체를 분해하지 못하고 하나의 이상체로 모이는 경향이 강하게 나타난다(a, b, c). 최소 받침과 최소 변화율 받침의 non-smooth 역산은 두 개의 이상체를 비교적 잘 분해하여 보여준다(e, f). 그러나 밀도의 상한이 너무 크게 설정되면 밀도를 상한값에 이르도록 집중

시키게 된다(d). 이것이 non-smooth 역산의 약점으로써, 실제 역산에서는 지하 구조와 밀도에 대한 사전정보에 따라 적합한 역산 루틴을 선택하고 밀도에 대한 상·하한을 최대한 근접하게 설정하여야 할 것이다.

5. 결론

이번 연구에서는 고정밀 중력탐사 자료의 고분해 영상화를 위하여 non-smooth 역산 패키지를 구성하였는데, 최소 반침 역산 등 5가지 2차원 역산 루틴을 포함한다. 패키지는 MatLab 라이브러리를 이용하여 계산과 결과 출력을 동시에 수행하도록 설계하였고, 이후 확장이 용이하도록 모두 모듈 형태로 구성하였다.

참고문헌

- Acar, R., Vogel, C.R., 1994, Analysis of total variation penalty methods; Inverse problems, v. 10, pp. 1217-1229.
- Berete-Aguirre, H., Cherkaev, E., and Oristaglio, M, 2002, Non-smooth gravity problem with total variation penalization functional; Geophys., J., Int., v. 149, pp. 499-507.
- Guillen, A. and Menichetti, V., 1984, Gravity and magnetic inversion with minimization of a specific functional; Geophysics, v. 49, pp. 1354-1360.
- Hansen, P. C., 1992, Regularization tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems; <http://www.imm.dtu.dk/~pch>.
- Last, B. J. and Kubik, K., 1983, Compact gravity inversion; Geophysics, v. 48, pp. 713-721.
- Portniaguine, O. and Zhdanov, M. S., 1999, Focusing geophysical inversion images; Geophysics, v. 64, pp. 874-887.
- Silva, J. B. C., Medeiros, W. E., and Barbosa, V. C. F., 2001, Potential-field inversion: Choosing the appropriate technique to solve a geologic problem; Geophysics, v. 66, pp. 511-520.
- Yule, D. E., Sharp, M. K., and Butler, D. K., 1998, Microgravity investigations of foundation conditions; Geophysics, v. 63, pp. 95-103.