

# 가변 부호화 율을 가지는 LDPC 부호화된 V-BLAST 시스템

노민석, 김남식, 박현철  
 한국정보통신대학교 공학부  
 전화 : 042-866-6809

## A Variable Rate LDPC Coded V-BLAST System

Minseok Noh, Namsik Kim, Hyuncheol Park  
 School of Engineering  
 Information and Communications University

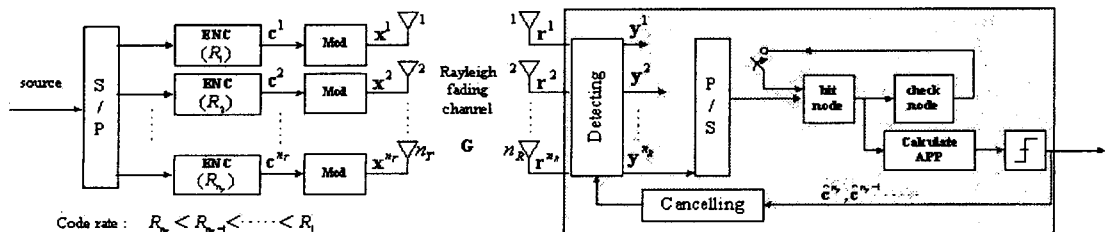
E-mail : msnoh@icu.ac.kr , nskim@icu.ac.kr, hpark@icu.ac.kr

### Abstract

This this paper, we propose vertical Bell laboratories layered space time (V-BLAST) system based on variable rate Low-Density Parity Check (LDPC) codes to improve performance of receiver when QR decomposition interference suppression combined with interference cancellation is used over independent Rayleigh fading channel. The different rate LDPC codes can be made by puncturing some rows of a given parity check matrix. This allows to implement a single encoder and decoder for different rate LDPC codes. The performance can be improved by assigning stronger LDPC codes in lower layer than upper layer because the poor SNR of first detected data streams makes error propagation. Keeping the same overall code rates, the V-BLAST system with different rate LDPC codes has the better performance (in terms of Bit Error Rate) than with constant rate LDPC code in fast fading channel.

### 1. 서론

무선 통신 환경에서 다중 송수신 안테나의 사용은 상당한 채널 용량 증가를 가져왔다. 이러한 채널 용량의 증가의 실현을 위해 Foschini에 의해 제안된BLAST (Bell Laboratory Layered Space-Time)[1] 방식은 송신 측과 수신 측에 각각 다수의 안테나를 사용하여 주파수효율 및 망 링크 용량의 획기적인 개선을 기대할 수 있다. BLAST 구조의 가장 간단한 형태인 Vertical-BLAST (V-BLAST) 구조는송신부의 각 안테나를 통해 서로 독립적인 데이터를 동시에 전송하는 방식이다[2]. 본 논문에서는 성능의 개선을 위하여 LDPC 부호를 사용하였다. 이러한 LDPC 부호는 1960년대Gallager에 의해 처음 제안되었고[4], Mackay와 Neal에 의해 재발견된 Low Density Parity Check (LDPC) 부호는 Shannon limit에 근접할수 있는 부호로서 최근 상당한 관심을 끌고 있다[5]. 이에 본 논문에서는 V-BLAST 구조에서 신호를 처리하는 방법 중 가장 간단한 방법인 QR 분해에 의한 간섭제거 및 간섭



<그림 1. 제안된 시스템 블록도>

억제 방식을 고려하고[2], 이의 성능을 향상시키기 위해 송신시 여러 개의 송신 안테나에 부호율이 다른 부호를 할당하는 가변 부호율을 가지는 LDPC 부호화된 V-BLAST 구조를 제안한다.

본 논문의 구성은 II장에서 LDPC 부호화된 V-BLAST 시스템 모델을 설명하고, III장에서는 가변 부호화율을 위한 LDPC 부호의 구성과 QR 분해에 의한 간섭제거 및 간섭억제 방식을 기술하고, 가변 부호화율을 가지는 LDPC 부호화된 V-BLAST 시스템을 설명한다. 제안한 시스템의 모의실험 결과는 IV장, 마지막 V장에서 결론을 맺는다.

## II. 시스템 모델

이 논문에서 고려하고 있는 시스템의 블록도는 그림 1과 같다. 이는 flat Rayleigh 페이딩 채널에서  $n_T$  개의 송신 안테나와  $n_R$  개의 수신 안테나를 가지는 MIMO system을 바탕으로 한다. 각각의 채널을 uncorrelated Rayleigh 페이딩 채널이라고 가정하고, 채널은 수신측에서 안다라고 가정한다. 또한 송신측에서의 송신 전력의 총합은  $P$  이고 이는 각각의 송신 안테나에 동등하게 나누어진다. 따라서 수신된 신호는 아래와 같은 수식 (1)과 같이 표현될 수 있다.

$$r = \sqrt{\frac{P}{n_T}} Gx + n \quad (1)$$

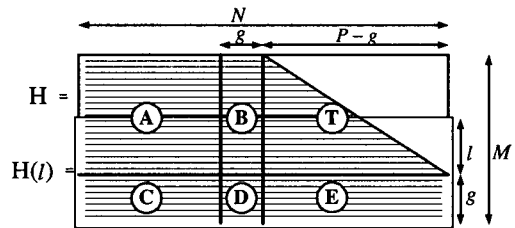
여기서  $G$  는 각각의 elements가 complex이고, 평균이 0 이고, 1의 분산률 가지는  $n_R \times n_T$  크기의 채널 행렬이고,  $n$  은  $n_R$  차원의 평균이 0 이고 분산이  $N_0$  인 complex 가우스 잡음이다. 그림에서 보는 바와 같이 신호의 간섭제거 과정에서 error 전파를 방지하기 위해, LDPC 부호의 복호화 과정이 신호의 간섭제거 과정 이전에 수행된다.

## III. 가변 부호화율을 가지는 LDPC 부호에 기반한 V-BLAST 시스템

### 3.1 가변 부호화율 LDPC 부호의 구성

LDPC 부호의 복호화 과정에, Belief Propagation (BP) 알고리즘이 가장 일반적으로 사용되어진다. 이 알고리즘은 extrinsic 정보를 가지고 반복적으로 확률값을 갱

신하는 과정을 수행한다. 만약 parity check 행렬의 행 또는 열의 Hamming weight가 2보다 적게 되면 BP 알고리즘은 그러한 행렬에 의해 발생된 부호에는 사용될 수 없다. 그래서 이 논문에서는 행과 열의 가중치가 2보다 크거나 같은 parity check 행렬  $H$ 의 submatrix를 사용함으로써 여러 LDPC 부호를 구성한다. 일반적으로 이러한 LDPC 부호는 같은 블록 크기  $N$ 을 가지는 irregular LDPC 부호이다. 다른 부호화율을 가지는 LDPC 부호는 아래 그림 2와 같이 주어진 parity check 행렬의 행을 puncturing 함으로써 만들 수 있다.



<그림 2. 가변 부호화율 LDPC 부호의 구성>

그림 2에서  $l$  은 부호를 조정하는 변수이고,  $P$  는 codeword에서 parity 부분의 길이이다.  $H$ 에 대한 submatrix  $[CDE]$ 의 모든 행은 2 이상의 weight를 가진다고 가정한다.  $0 < l \leq M - g$ 에 대해  $H$ 의 submatrix  $H(l)$ 은 그림 2와 같이 정의할 수 있고,  $H(l)$ 에 의해 만들어지는 LDPC 부호의 부호화율은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$R(l) = \frac{N - (g + l)}{N} \quad (2)$$

### 3.2 가변 부호화율을 가지는 LDPC 부호가 결합된 QR 분해에 의한 간섭제거 및 억제 방식

한 codeword의 길이를  $N$ 이라고 하면, 각 안테나에서 송신되는 데이터의 길이는  $L = N / \log_2 K$  이고, 여기서  $K$  는 성상도의 개수 이다. 그래서 송신측으로부터 전송되는 신호는  $x = [x^1 \ x^2 \ \dots \ x^{n_T}]^T$  과 같이 표현될 수 있다. 여기서 블록 크기  $L$ 을 가지는  $x^k$  는  $k$  번째 안테나에서 송신되는, 부호화율  $R_k$  를 가지는 송신 신호를 나타낸다. 따라서 송신 신호는 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$[x_0^1 x_1^1 \ \dots \ x_{L-1}^1, x_0^2 x_1^2 \ \dots \ x_{L-1}^2, \dots, x_0^{n_T} x_1^{n_T} \ \dots \ x_{L-1}^{n_T}]^T \quad (3)$$

V-BLAST 수신기에서 신호처리는 신호검출과 간섭제거로 구성된다. 앞에서 언급했던 것과 같이 수신 신호가  $r = \sqrt{P/n_r}Gx + n$  이면,  $\sqrt{P/n_r}G$  은 QR 분해에 의해  $Q^H R$  로 분해된다. 여기서  $Q$  행렬은 unitary 행렬이고,  $R$  은 upper triangular 행렬이다.

수신신호에  $Q$  행렬을 곱함으로써 검출된 신호  $y$  는 아래 수식 (4)와 같이 표현된다.

$$y = Q \cdot r = R x + v \quad (4)$$

$Q$  가 unitary 행렬이므로 noise 부분(즉,  $v = Q \cdot n$ ) 의 통계적 특성은 변하지 않고, 길이  $L$  을 가지는  $y$  의  $n$  번째 subvector는 아래 수식(5)와 같다.

$$y_i^n = R_i^{n,n} x_i^n + v_i^n + \sum_{i=n+1}^{n_r} R_i^{n,i} x_i^i \quad (5)$$

여기서  $R^{k,i}$  는 행렬  $R$  의  $(k,i)$  번째 element이다. QR 분해에 의해 검출된 신호  $y$  는 현재 검출하기 원하는 신호와 다른 안테나로부터 간섭신호, 그리고 noise 신호가 포함되어 있다. 일반적으로 수식(5)로부터,  $n$  번째 안테나로부터 송신된 신호의 추정 값은 아래 수식으로 주어진다.

$$\hat{x}_i^n = h \left\{ \left( y_i^n - \sum_{i=n+1}^{n_r} R_i^{n,i} \hat{x}_i^i \right) / R_i^{n,n} \right\}, \hat{x}^n = [\hat{x}_0^n \ \hat{x}_1^n \ \dots \ \hat{x}_{L-1}^n] \quad (6)$$

여기서  $h(t)$  는  $t$  의 hard decision이다.

본 논문에서는 LDPC 부호화된 V-BLAST 시스템에 있어서 QR 분해에 의한 간섭제거 및 간섭억제시 신호를 결정하기 위한 hard decision 방식 대신에 BP(Belief Propagation) 알고리즘을 사용한LDPC의 복호기를 사용한다.

$$\hat{x}_i^n = Q \left\{ \left( y_i^n - \sum_{i=n+1}^{n_r} R_i^{n,i} \hat{x}_i^i \right) / R_i^{n,n} \right\} \quad (7)$$

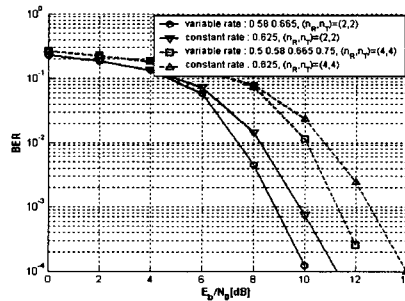
여기서  $Q(\cdot)$  는 LDPC 복호 함수이다.  $R$  이 upper triangular matrix 이므로  $y^n$  는 간섭성분이 없고, 단지 페이딩에 의한 영향만을 가진다. 따라서 먼저 간섭제거 과정이 요구되지 않는  $y^n$  의 검출이 수행되고,  $y^n$  의 decision statistics가 LDPC 복호기에 의해 계산된 후,  $x^n$  가 추정된다. 이렇게 추정된 값으로 다음 검출하고자 하는 신호의 간섭제거가 이루어지고, 다음으로  $y^{n-1}$  의 검출이 순차적으로 수행되고  $x^{n-1}$  가 추정된다. 이러한 간섭제거의 과정에서 처음 검출되는 데이터 스트림의 낮은 신호 대 잡음비로 인해 error 전파가 생

기게 된다. 그리고  $n$  이 증가함에 따라 QR 분해에 의한  $R$  행렬대각값의 자유도가 감소한다. 따라서 동일한 throughput 하에서 상위 계층보다 하위 계층에 에리 정정 능력이 뛰어난, 즉 부호화 율이 낮은 LDPC 부호를 할당할 경우 error 전파를 줄이게되어 시스템의 성능을 향상 시키게 된다.

#### IV. 모의실험결과

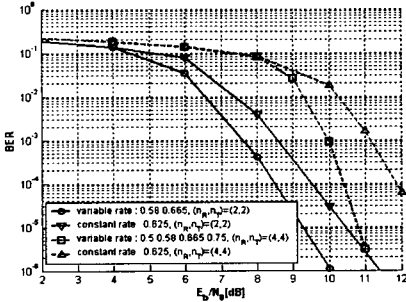
본 논문에서는 빠른 페이딩 환경에서 각각의 안테나에 다른 부호화 율을 가지는 LDPC 부호를 할당하고, QR 분해에 의한 간섭제거 및 간섭억제 방식을 사용하는 V-BLAST구조에 대한 실험 결과를 나타낸다. 또한 이는 위와 같은 데이터 throughput을 가지고 각 안테나에 일정 부호화 율을 가지는 V-BLAST구조와 비교된다. 본 논문에서는 random 하게 만들어진 LDPC 부호를 사용하였다.[6] 일정 부호화 율을 가지는 구조에 대해서 0.625의 부호화 율을 가지는 regular LDPC 부호가 사용되었다. 가변 부호화 율을 가지는 구조에 대해서  $(nT, nR)=(2,2)$ 인 경우, 상위 계층의 안테나 1에 0.665를 하위 계층의 안테나 2에 0.58의 부호화 율을 할당하였고,  $(nT, nR)=(4,4)$ 의 경우, 상위계층 안테나 1에 0.75, 안테나 2에 0.665, 안테나 3에 0.58 그리고 하위계층 안테나 4에 0.5의 부호화 율을 할당하였다.

그림 3에서는 codeword의 길이가 200인 부호의 경우, 일정 부호화 율을 가지는 구조와 가변 부호화 율을 가지는 구조의 비트 오류율(BER)에 대해 송수신 안테나가 각각 (2,2)인 경우와 (4,4)인 경우를 비교하였다. 가변 부호화 율을 가지는 구조의 경우가 BER 10<sup>-4</sup>을 기준으로 Eb/N0에 대해 1.2[dB] 성능이 개선됨을 알 수 있다.



<그림 3. 블록크기가 200일 경우 가변 부호화 율과 일정 부호화 율을 가지는 LDPC 부호화된 V-BLAST의 BER 곡선>

이와 유사하게 codeword의 길이가 1008인 부호의 경우, BER 10<sup>-4</sup>을 기준으로 가변 부호화율을 가지는 구조가 Eb/N0에 대해 1.4[dB] 성능이 개선되었음을 그림 4를 통하여 알 수 있다.



<그림 4. 블록크기가 1008일 경우 가변 부호화율과 일정 부호화율을 가지는 LDPC 부호화된 V-BLAST의 BER 곡선>

### V. 결론

본 논문에서는 QR 분해에 의한 간섭제거 및 간섭억제 방식을 사용하는 가변 부호화율을 가지는 LDPC 부호화된 V-BLAST 구조를 flat 페이딩 채널에서 실험하였다. QR 분해에 의한 간섭제거 및 간섭억제 방식에 있어서 간섭제거 시 먼저 검출된 신호에 의한 error전파를 막기 위해 가장 하위 계층에 부호화율이 가장 낮은 부호를 할당하고, 점차적으로 부호화율이 높은 부호를 할당함으로써 검출된 신호의 신뢰도를 높일 수 있다. 이의 검증은 동일한 전송률 하에, 가변 부호화율을 각 계층에 할당한 구조와 일정 부호화율을 할당한 구조를 모의 실험하였을 때 앞서 IV장에서 설명한 것과 같이 가변 부호화율을 가지는 구조의 성능이 개선됨을 확인하였다.

### References

[1] G. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," Bell Labs Technical Journal, vol.1, no.2, pp.41-59, 1996

[2] G.D. Golden, G.J. Foschini, R.A. Valenzuela and P.W. Wolniansky, "Detection algorithm and initial laboratory results using the V-BLAST space-time

communication architecture," Electronics Letters, vol. 35, no.1, pp.14-15, Jan. 1999

[3] B. Vucetic, J. Yuan, Space-Time Coding, John Wiley, 2003

[4] R.G. Gallager, Low-Density Parity-Check Codes. Cambridge, MA : M.I.T. Press, 1963

[5] D.J.C. Mackay and R.M. Neal, "Near Shannon limit performance of low density parity check codes", Electron. Lett., vol.32, pp.1645-1646, Aug. 1996

[6] D.J.C. Mackay, "Good error-correcting codes based on very sparse matrices," IEEE Trans. Inform. Theory, vol.45, pp.399-431, Mar. 1999

[7] T. Richardson, A. Shokrollahi, and R. Urbanke, "Design of capacity-approaching irregular low-density parity check codes." IEEE Trans. Inform. Theory, vol.47, pp. 619-637, Feb. 2001