

네트워크 불확실성을 고려한 NCS(Networked Control System)의 안정도 분석

정준홍*, 이종성**, 박기현*
 *성균관대학교 정보통신공학부, **부천대학 전자과

Stability Analysis of NCS(Networked Control System) with Network Uncertainties

Joonhong Jung*, Jongsung Lee**, Kiheon Park*
 *School of Information and Communication Eng., SungKyunKwan University
 **Electronics Eng., Bucheon College

Abstract - Network uncertainties can vary the stability property of networked control system. Therefore, the performance and the stability variation of networked control system due to network uncertainties must be considered first in designing networked control system. In this paper, we present a new stability analysis method of networked control system with data loss and time delay. The proposed method can determine maximum allowable time delay and allowable transmission rate that preserves stability performance of networked control system. The results of the simulation validate effectiveness of our stability analysis methods.

1. 서 론

네트워크를 기반으로 하는 제어시스템은 공간적으로 떨어져 있는 다양한 구성 장치들을 공유 매체(common bus)로 연결하여 제어 신호, 입출력 신호, 관리 정보 등을 교환하는 시스템을 말하며 이를 NCS(networked control system)이라 칭한다[1]~[6]. 네트워크 구조를 제어시스템에 적용하면 제어기, 센서, 액추에이터, 관리 장치 등의 연결에 필요한 배선을 최소화 할 수 있으므로 시스템의 설치 및 유지·보수에 소모되는 비용과 노력을 절감할 수 있다. 또한 전체 프로세서를 하나의 네트워크로 통합할 수 있기 때문에 시스템 관리를 체계화 할 수 있고 네트워크의 유연한 구조를 제어시스템에 접목함으로써 시스템의 확장성을 높일 수 있는 등 다양한 장점을 가진다. 그러나 네트워크를 피드백 경로로 사용하는 NCS에서는 시간 지연이나 데이터 손실 등과 같은 네트워크 불확실성에 의해 전체 시스템의 안정도가 크게 변화할 수 있으며, 이로 인해 시스템이 오동작할 경우 심각한 인적, 경제적 피해를 야기할 수 있다. 따라서, 더욱 신뢰할 수 있는 NCS를 설계하기 위해서는 두 가지 불확실성을 모두 고려하여 전체 시스템의 안정도 변화를 분석하는 과정이 반드시 선행되어야 한다[1]~[4].

본 논문에서는 시간 지연과 데이터 손실을 모두 고려한 NCS를 대상으로 전체 시스템의 안정도 변화를 분석할 수 있는 새로운 방법을 제안하고자 한다. 먼저, 시간 지연과 데이터 손실을 포함하는 NCS의 등가 모델을 비동기 시스템으로 표현하고 제어기의 샘플링 주기, 시간 지연, 그리고 데이터 전송률에 따라 변화하는 안정도를 판별할 수 있는 새로운 정리를 제안한다. 이후, 제안한 정리를 이용하여 NCS의 안정도를 보장하는 최대 시간 지연과 데이터 전송률의 범위를 결정할 수 있음을 보이고 시뮬레이션을 통해 이를 입증한다.

2. 본 론

2.1 NCS 등가 모델

아래와 같은 선형 시불변 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u(t) \\ y(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, $x_p(t) \in R^n$, $u(t) \in R^k$, $y(t) \in R^m$

위의 시스템을 안정화시키는 피드백 제어기는 식(2)와 같이 주어졌다고 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c u_c(t) \\ y_c(t) &= C_c x_c(t) + D_c u_c(t) \end{aligned} \tag{2}$$

여기서, $x_c(t) \in R^p$, $u_c(t) = w(t) - y(t)$, $y_c(t) = u(t)$

식(1)의 플랜트를 네트워크에 연결된 디지털 제어기로 안정화할 경우에는 제어기 방정식을 적절한 방법을 이용하여 이산화 하는 과정이 필요하다. 이 때, 플랜트, 센서, 액추에이터, 이산 제어기, 그리고 네트워크를 포함하는 전체 시스템의 블록선도는 그림 1과 같이 나타낼 수 있다[1]~[3].

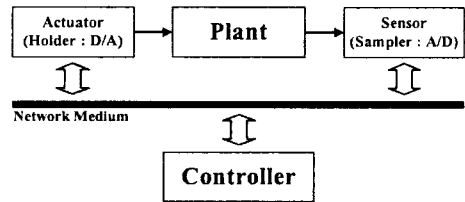


그림 1. NCS의 블록선도
 Fig. 1. Block diagram of NCS

그림 1의 NCS에서 시간 지연은 샘플링 시점을 기준으로 측정된 출력이 센서, 제어기, 그리고 액추에이터를 거쳐 실제 시스템의 제어 입력으로 인가될 때까지 소요되는 시간을 나타낸다. 이러한 시간 지연은 센서에서 제어기까지 출력 데이터가 전송되는데 걸리는 지연(센서 경로 시간 지연, τ_{sp})과 제어기에서 계산된 제어 데이터가 플랜트의 입력에 인가될 때까지의 지연(액추에이터 경로 시간 지연, τ_{ap})으로 구분할 수 있다. 여기서, 센서 경로에서 발생하는 시간 지연은 제어기의 지연 입력으로 작용하고 액추에이터 경로에서 발생하는 시간 지연은 플랜트의 지연 입력으로 작용한다고 볼 수 있으므로 식(3)과 같은 변형된 플랜트와 제어기를 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{x}_p(k+1) &= \bar{A}_p \bar{x}_p(k) + \bar{B}_p u(k) \\ y(k) &= \bar{C}_p \bar{x}_p(k)\end{aligned}\quad (3.a)$$

여기서, $\bar{x}_p^T(k) = [x_p^T(k) \quad u^T(k-1)]$,

$$\begin{aligned}\bar{A}_p &= \begin{bmatrix} e^{A_p h} & \int_{h-\tau_{sp}}^h e^{A_p s} B_p ds \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_p &= \begin{bmatrix} \int_0^{h-\tau_{sp}} e^{A_p s} B_p ds \\ I \end{bmatrix}, \bar{C}_p = [C_p \quad 0]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{x}_c(k+1) &= \bar{A}_c \bar{x}_c(k) + \bar{B}_c u_c(k) \\ y_c(k) &= \bar{C}_c \bar{x}_c(k) + \bar{D}_c u_c(k)\end{aligned}\quad (3.b)$$

여기서, $\bar{x}_c^T(k) = [x_c^T(k) \quad u_c^T(k-1)]$,

$$\begin{aligned}\bar{A}_c &= \begin{bmatrix} e^{A_c h} & \int_{h-\tau_{sp}}^h e^{A_c s} B_c ds \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_c &= \begin{bmatrix} \int_0^{h-\tau_{sp}} e^{A_c s} B_c ds \\ I \end{bmatrix}, \bar{C}_c = [C_c \quad 0], \bar{D}_c = D_c\end{aligned}$$

이제, 데이터 손실을 NCS에 반영하기 위해 아래와 같은 시스템 모델을 고려하자.

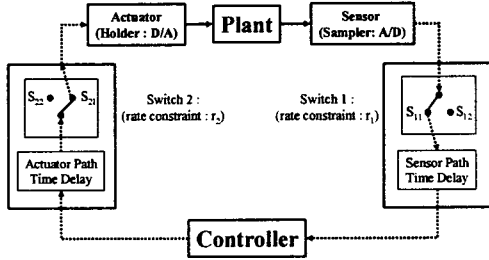


그림 2. 시간 지연과 데이터 손실을 고려한 NCS 모델
Fig. 2. NCS model with time delay and data loss

그림 2에서 플랜트의 출력은 스위치 1을 통해 제어기 입력으로 인가되고 제어기의 출력은 스위치 2를 통해 플랜트 입력으로 인가된다. 전체 시스템의 동적 특성은 플랜트와 제어기의 동작과 독립적인 스위치의 열림과 닫힘에 따라 달라지게 되며 이와 같이 독립적으로 발생하는 외부 사건(스위치 상태)에 의해 동적 특성이 변화하는 시스템을 비동기 시스템(asynchronous dynamical system)[5]이라 한다. 여기서, 스위치 1과 2를 각각 센서 경로와 액추에이터 경로의 데이터 전송 특성을 나타낸 것이라 하면 그림 2는 시간 지연과 데이터 손실의 두 가지 네트워크 불확실성을 동시에 고려한 새로운 구조의 네트워크 제어시스템 모델로 생각할 수 있다. 즉, 시간 지연과 데이터 손실을 모두 포함하는 NCS 모델은 그림 2의 블럭들이 모두 선형적으로 연결된 시스템(linear interconnected system)이라 생각할 수 있으며, 이러한 시스템의 등가 모델은 일반적인 선형 결합 시스템의 연구 결과를 적용할 때[2] 정리 1과 같은 비동기 시스템 형태로 유도할 수 있다.

정리 1 : 그림 2의 NCS와 등가인 비동기 시스템은 식(4)와 같이 나타낼 수 있다(단, $s=1$: 전 경로 데이

터 전송, $s=2$: 센서 경로 데이터 손실, $s=3$: 액추에이터 경로 데이터 손실, $s=4$: 전 경로 데이터 손실).

$$\begin{aligned}x_i(k+1) &= \Phi_i x_i(k) + \Gamma_i w(k) \\ z(k) &= [0 \quad 0 \quad \bar{C}_p \quad 0] x_i(k)\end{aligned}\quad (4)$$

여기서,

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & -\bar{B}_c \bar{C}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_p \bar{C}_c & 0 & \bar{A}_p - \bar{B}_p \bar{D}_c \bar{C}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \\ \bar{B}_p \bar{D}_c \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Phi_2 &= \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & 0 & -\bar{B}_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{B}_p \bar{C}_c & 0 & \bar{A}_p & -\bar{B}_p \bar{D}_c \\ 0 & 0 & \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_2 = \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ 0 \\ \bar{B}_p \bar{D}_c \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Phi_3 &= \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & -\bar{B}_c \bar{C}_p & 0 \\ \bar{C}_c & 0 & -\bar{D}_c \bar{C}_p & 0 \\ 0 & \bar{B}_p & \bar{A}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_3 = \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ \bar{D}_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Phi_4 &= \begin{bmatrix} \bar{A}_c & 0 & 0 & -\bar{B}_c \\ \bar{C}_c & 0 & 0 & -\bar{D}_c \\ 0 & \bar{B}_p & \bar{A}_p & 0 \\ 0 & 0 & \bar{C}_p & 0 \end{bmatrix}, \Gamma_4 = \begin{bmatrix} \bar{B}_c \\ \bar{D}_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

2.2 NCS 안정도 분석

데이터 손실이 발생하지 않았을 때 즉, 시간 지연 요소만을 고려한 NCS에 대한 안정도는 정리 2를 통해 판별할 수 있다.

정리 2 : 센서 경로 시간 지연 τ_{sp} 와 액추에이터 경로 시간 지연 τ_{ap} 가 상수라고 가정하자. 이 때, 모든 경로에서 데이터 손실이 발생하지 않는다면, NCS가 안정하기 위한 필요충분조건은 식(5)와 같다.

$$|\lambda_i(\bar{\Phi})| < 1, \quad i=1,2, \dots, n+p+m+k \quad (5)$$

$$\text{여기서, } \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{A}_c & -\bar{B}_c \bar{C}_p \\ \bar{B}_p \bar{C}_c & \bar{A}_p - \bar{B}_p \bar{D}_c \bar{C}_p \end{bmatrix}$$

시간 지연과 데이터 손실을 모두 고려한 NCS는 정리 1과 같이 서로 다른 네 가지의 이산 상태를 가지는 비동기 시스템으로 표현할 수 있다. 이 때, 전체 시스템의 안정도는 일반적인 비동기 시스템의 안정도 정리를 이용하여 판별할 수 있으며[5],[6], 이는 쌍일차 행렬 부등식(bilinear matrix inequalities)의 해를 구하는 문제로 귀결된다. 그러나 이를 직접 풀기 위해서는 상당한 계산 시간이 소요되며 플랜트나 제어기의 차수가 높아질수록 이러한 계산 시간이 더욱 증가되는 단점이 있다. 따라서, 본 논문에서는 정리 3을 이용하여 NCS의 안정도를 보장할 수 있는 전송률의 범위를 구한다.

정리 3 : 정리 2를 만족하는 NCS에 대하여 센서 경

로의 데이터 전송률과 액츄에이터 경로의 데이터 전송률이 같다고 가정하자($r_1=r_2=r$). 이 때, 전체 NCS는 식(6)과 같은 전송률의 범위에서 안정하다.

$$\frac{\log \lambda_{\max}^2(\Phi_1)}{\log \lambda_{\max}^2(\Phi_1) - \log \lambda_{\max}^2(\Phi)} < r \leq 1 \quad (6)$$

단, $|\lambda_{\max}(\Phi_1)| > 1$

3. 시뮬레이션

참고문헌 [2]의 플랜트와 제어를 대상으로 시간 지연에 따른 NCS의 안정도 변화를 분석하기 위해 정리 2를 적용하여 시뮬레이션 하였다.

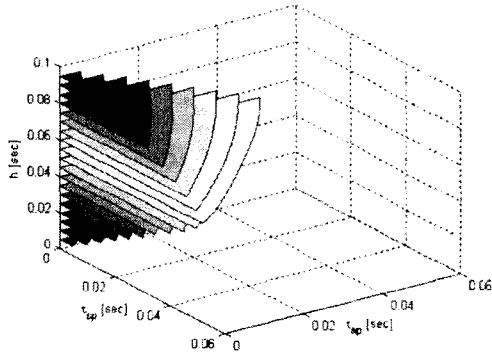


그림 3. 시간 지연에 따른 NCS의 안정 영역
Fig. 3. Stability regions of NCS with time delay

그림 3은 NCS의 샘플링 주기를 0.005[sec]씩 증가시키면서 안정도가 보장되는 시간 지연 영역을 나타낸 것이다. 예를 들어, 센서 경로 시간 지연이 $\tau_{sp}=0.04[sec]$ 일 때 안정도를 보장하는 액츄에이터 경로 최대 시간 지연은 $\tau_{ap}=0.011[sec]$, 반대로 액츄에이터 경로 시간 지연이 $\tau_{ap}=0.04[sec]$ 일 때 안정도를 보장하는 센서 경로 최대 시간 지연은 $\tau_{sp}=0.0078[sec]$ 임을 시뮬레이션 결과로부터 결정할 수 있다.

샘플링 주기가 $h=0.06[sec]$ 일 때 NCS의 안정도가 보장되는 데이터 전송률과 시간 지연의 범위는 정리 3을 적용하여 구하였으며, 그 결과는 그림 4와 같다.

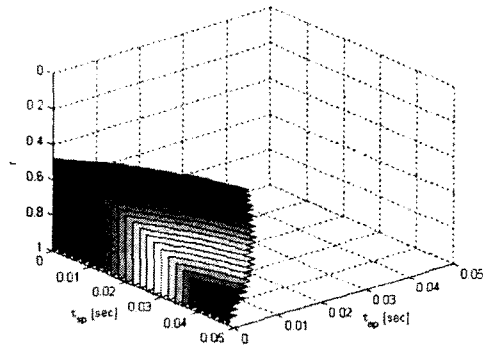


그림 4. 시간 지연과 데이터 손실에 따른 NCS의 안정 영역
Fig. 4. Stability regions of NCS with time delay and data loss

데이터 손실이 발생하지 않을 때(전송률 $r=1$) 안정도를 보장하는 시간 지연 영역은 그림 3일 때와 같은 결과를 보이며 전송률이 낮아질수록 허용 가능한 시간 지연의 범위가 점점 작아짐을 확인할 수 있다. 만약, 센서 경로의 시간 지연이 $\tau_{sp}=0.015[sec]$, 액츄에이터 경로의 시간 지연이 $\tau_{ap}=0.01[sec]$ 라면 안정도를 보장하는 전송률의 범위는 정리 3으로부터 $0.69 < r \leq 1$ 로 계산된다.

이상의 시뮬레이션 결과로부터, 본 논문에서 제안된 정리는 데이터 손실과 시간 지연에 따른 NCS의 안정도 변화를 분석할 수 있는 효과적인 방법임을 알 수 있다.

4. 결 론

NCS의 성능이나 신뢰도를 높이기 위해서는 시간 지연과 데이터 손실의 두 가지 불확실성을 모두 고려하여 전체 시스템의 안정도 변화를 분석하는 과정이 반드시 선행되어야 한다. 본 논문에서는 시간 지연과 데이터 손실을 동시에 고려한 NCS의 등가 모델을 유도하고 이로부터 전체 시스템의 안정도를 판별할 수 있는 새로운 정리를 제시하였다. 또한, NCS의 샘플링 주기가 결정되었을 때 전체 시스템의 안정도를 유지할 수 있는 최대 시간 지연과 데이터 전송률의 범위를 구해낼 수 있음을 보였으며, 이를 시뮬레이션에 적용하여 분석한 결과 제안한 정리들의 타당성을 입증할 수 있었다.

본 논문에서 제안된 NCS의 안정도 분석 방법은 향후 네트워크를 적용할 수 있는 다양한 제어시스템 응용 분야-원격 시스템, 대규모 시스템, 분산형 시스템, 공장·빌딩·택내 자동화 등-에 직접적으로 적용될 수 있으리라 기대된다.

[참 고 문 헌]

- [1] "Special Section on Networks and Control," IEEE Control Sys. Mag., vol. 21, no. 1, pp. 22-99, Feb. 2001.
- [2] 정준홍, 최수영, 박기현, "CAN을 이용한 발전계통의 제어 및 모니터링 기법 연구," 대한전기학회논문집, vol. 52D, no. 5, May 2003.
- [3] Michael S. Branicky, Stephen M. Phillips, and Wei Zhang, "Stability of Networked Control Systems : Explicit Analysis of Delay," Proc. Amer. Control Conf., Chicago, IL, pp. 2352-2357, June 2000.
- [4] Feng Li Lian, James Moyne, and Dawn Tilbury, "Modelling and optimal controller design of networked control systems with multiple delays," Int. J. Control, vol. 79, no. 6, pp. 591-606, June 2003.
- [5] Arash Hassibi, Stephen P. Boyd and Jonathan P. How, "Control of Asynchronous Dynamical Systems with Rate Constraints on Events," Proc. 38th Conf. on Decision & Control, Phoenix, AZ, pp. 1345-1351, Dec. 1999.
- [6] Alexandre Rabello and Amit Bhatta, "Stability of Asynchronous Dynamical Systems with Rate Constraints and Applications," Proc. Amer. Control Conf., Anchorage, AK, pp. 1284-1289, May, 2002.