

새로운 고장진단 기법을 이용한 불확실한 비선형 시스템의 고장 허용 제어

황영호, 송민철, 양해원  
한양대학교 전자전기제어계측공학과

Fault Tolerant Control of Uncertain Nonlinear Systems  
Using New Fault Diagnosis method

Young Ho Hwang, Min Cheol Song, Hai Won Yang  
Dept. of Elec. Elec. Con & Inst. Eng. Hanyang Univ.

**Abstract** - 본 논문에서는 불확실한 비선형 시스템에 대하여 새로운 고장진단 방법을 이용한 고장 허용 제어기를 설계한다. 잔류 신호는 비선형 관측기 구조를 이용하여 얻을 수 있다. 고장 성분은 neuro-fuzzy 근사기로 추정한다. 제안된 고장 허용 제어기는 강인 제어기와 고장 성분을 보상할 수 있는 보상제어기로 구성된다. 여기서 제안된 고장진단 방법은 고장으로 인해 발생하는 보상제어기의 크기로 고장을 진단함으로써 고장 전후의 강인 제어기의 특성을 계속유지 할 수 있게 설계 하였다. 본 논문에서 제안한 고장 허용 제어기의 성능은 컴퓨터 모의실험을 통하여 증명하였다.

1. 서 론

시스템 모델을 기본으로 상태 관측기를 설계하고 그 관측기를 통하여 고장성분의 정보(residual)를 얻는 방법은 지난 몇 년간 많이 연구 되었다[1], [2]. 이러한 잔류 신호는 고장을 감지하고 고장을 진단하는데 중요한 요소이다. 이러한 질 좋은 잔류 신호를 얻기 위하여 학습 알고리즘은 이용한 함수 근사방법이 제시되고 있다 [3]. 이러한 학습 알고리즘에는 신경망 학습과 퍼지 학습이 주로 이용되고 있다. 본 논문에서는 신경망과 퍼지의 장점을 갖는 neur-fuzzy 시스템을 이용하였다.

불확실한 비선형 시스템에서의 고장진단 방법은 불확실 성분의 상한값을 이용하여 해결하였다. 또한 이러한 상한값은 고장을 판단하는데 이용된다.

본 논문에서는 시스템의 불확실한 성분과 고장성분을 neuro-fuzzy 시스템[4]으로 통틀어 추정하였고 고장진단에 dead-zone을 이용하여 불확실한 성분과 고장성분을 분리하였다. 제안된 고장 허용 제어기는 강인 제어기와 고장성분을 보상할 수 있는 보상제어기로 구성된다. 보상제어기는 고장성분의 크기를 추정하여 상쇄시켜 주는 역할을 한다. 그러므로 보상제어기의 크기는 고장의 크기와 동일하게 된다. 또한 제안된 고장진단 방법은 고장으로 인해 발생하는 보상제어기의 크기로 고장을 진단함으로써 고장 전후의 강인 제어기의 특성을 계속유지 할 수 있게 설계 하였다.

2. 본 론

2.1 제어 대상 및 목적

제어대상은 n차 SISO 비선형 시스템으로 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x} = Ax + B(h(x) + g(x)u + \eta(x, t) + T(t - t_f)f(x, t))$$

$$y = C^T x \tag{1}$$

여기서,  $h(x)$ ,  $g(x)$ 는 알고 있는 비선형 함수이고,  $x = (x, x^{(1)}, \dots, x^{(n-1)})^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$  이 되는 시스템의 상태 벡터 이다.  $\eta(x, t)$ 는 모델의 불확실한

성분이며,  $f(x, t)$ 는 미지의 고장 성분이다. 그리고  $u \in \mathbb{R}$ ,  $y \in \mathbb{R}$ 은 각각 입력과 출력이다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

식(1)에서  $\eta(x, t) + T(t - t_f)f(x, t)$ 을  $\Delta(x, t)$ 라 놓으면 식(1)은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + B(h(x) + g(x)u + \Delta(x, t))$$

$T(t - t_f)$ 는 시간추이 대각행렬 함수로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T(t - t_f) = \text{diag}(\beta_1(t - t_f), \dots, \beta_n(t - t_f)). \tag{3}$$

각 시간추이 성분  $\beta_i$ 는 다음과 같은 형태로 가정한다.

$$\beta_i(t - t_f) = \begin{cases} 0, & \text{if } t < t_f \\ 1 - \exp(-\alpha_i(t - t_f)) & \text{if } t \geq t_f \end{cases}$$

여기서,  $\alpha_i > 0$  은 상태변수  $x_i$ 에서 고장이 전개되는 속도를 나타내는 미지의 상수이고  $t_f$ 는 고장이 발생된 시각이다.

가정 1:  $\eta(x, t)$ 의 상한값  $\bar{\eta}(x, t)$ 은 알고 있다.

본 논문에서의 제어 목적은 시스템 출력  $y$ 가 기준신호  $y_r$ 을 추적하는 것이다.

2.2 Neuro-Fuzzy(NF) 시스템

NF 시스템은 기본적으로 IF-THEN 규칙과 fuzzy inference engine으로 구성되어 있다. i번째 IF-THEN 규칙은 다음과 같다.

$$R^{(i)}: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^i$$

$$\text{THEN } y^i = G^i \tag{4}$$

여기서,  $F_i^i, G^i$ 는 퍼지 집합이다.

Product inference engine, center-average 비퍼지화, singleton 퍼지화를 사용한 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같다.

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^M \bar{y}^i (\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j))}{\sum_{i=1}^M (\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j))} = \hat{\theta}^T \xi(x) \tag{5}$$

여기서,  $\mu_{F_j^i}(x_j)$ 는 입력측 멤버쉽 함수,  $M$ 은 IF-THEN 집합의 총수,  $\bar{y}^i$ 는 출력의 singleton 퍼지화 값이고,  $\hat{\theta} = [\bar{y}^1, \bar{y}^2, \dots, \bar{y}^M]^T$ 와  $\xi(x) = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M]^T$ 은 각각

조절 가능한 적응 파라미터 벡터, fuzzy basis function 벡터이다. 그리고 fuzzy basis function은 다음과 같다.

$$\xi_i(x) = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j)}{\sum_{i=1}^M \left( \prod_{j=1}^n \mu_{F_j}(x_j) \right)} \quad (6)$$

식(5)에서 소개된 NF 시스템은 다음 장에서 고장 관측기 설계에 이용된다.  
NF 시스템의 전체 구조는 다음과 같다.

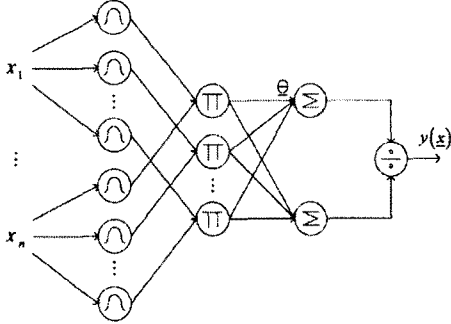


그림 1. Neuro-Fuzzy 시스템 구조

### 2.3 고장 관측기 설계

고장진단을 위한 정보를 얻기 위하여 다음과 같은 관측기를 고려해 보자.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B(h(x) + g(x)u + \hat{\eta}(x, t) + T(t-t_f)\dot{f}(x, t) + \Gamma(x - \hat{x})) \quad (7)$$

여기서,  $\Gamma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 은 positive definite 관측이득 행렬이다.  $\hat{\eta}(x, t) + T(t-t_f)\dot{f}(x, t)$ 을  $\hat{\Delta}(x, t | \hat{\theta})$ 라 놓으면 식(7)은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B(h(x) + g(x)u + \hat{\Delta}(x, t | \hat{\theta}) + \Gamma(x - \hat{x})) \quad (8)$$

관측기 오차  $\Psi$ 는 다음과 같다.

$$\Psi = x - \hat{x} \quad (9)$$

식(9)을 시간에 대하여 미분하고, 식(2)과 식(8)을 이용하면 다음과 같다.

$$\dot{\Psi} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = -\Gamma\Psi + (\Delta - \hat{\Delta}) \quad (10)$$

여기서, NF 시스템의 고장 근사기를 이용하면, 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta &= \theta^* T \xi(x) \\ \hat{\Delta} &= \hat{\theta} T \xi(x) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 최적의 파라미터 벡터  $\theta^*$ 는 다음과 같다.

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta \in M_*} [\sup_{x \in M_*} |\eta(x) - \hat{\eta}(x, \hat{W})|]$$

식(11)으로부터 식(10)은 다음과 같이 된다.

$$\dot{\Psi} = -\Gamma\Psi + B\hat{\theta} T \xi(x) \quad (12)$$

다음과 같이 Lyapunov 함수를 선택한다.

$$V = \frac{1}{2} \Psi^T P \Psi + \frac{1}{2\gamma} \hat{\theta}^T r \hat{\theta} \quad (13)$$

식(13)을 시간에 대하여 미분하고, 식(12)을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \{\Psi^T (-\Gamma^T P - P\Gamma)\Psi\} + \hat{\theta}^T T \xi(x) \Psi^T P B + \frac{1}{\gamma} \hat{\theta}^T r \dot{\hat{\theta}} \\ &= -\frac{1}{2} \Psi^T Q \Psi + \frac{1}{\gamma} \hat{\theta}^T (\gamma \xi(x) \Psi^T P B - \dot{\hat{\theta}}) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $-\Gamma^T P - P\Gamma = -Q$ ,  $P, Q$ 는 symmetric positive definite이다.

다음과 같이 적응칙을 선택하자.

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \xi(x) \Psi^T P B \quad (15)$$

식(15)을 이용하면, 식(14)은 다음과 같다.

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \Psi^T Q \Psi \quad (16)$$

식(16)은  $\dot{V} < 0$  임을 보여주고 있으므로, Lyapunov 안정도에 의하여  $\Psi$ 가 영으로 수렴함을 의미한다.

### 2.4 고장진단 및 고장허용 제어기 설계

추적 오차를 다음과 같이 정의 하자.

$$e = y_r - x \quad (17)$$

여기서,  $y_r = (y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(n-1)})$ ,  $e = (e, e^{(1)}, \dots, e^{(n-1)})$ 이다.

식(17)을 시간에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{e} = A_e e + B(y_r^{(n)} - (h(x) + g(x)u + \eta(x, t) + T(t-t_f)\dot{f}(x, t))) \quad (18)$$

식(1)의 equivalent 제어기는 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{g(x)} (-h(x) + y_r^{(n)} + K^T e - u_c) \quad (19)$$

여기서,  $u_c$ 는 보상 제어기이다.

식(19)을 식(18)에 대입하면 다음과 같이 유도 된다.

$$\dot{e} = A_c e + B(u_c - \Delta) \quad (20)$$

여기서,  $A - BK^T = A_c$ ,  $K^T = (k_n, k_{n-1}, \dots, k_1)$ 은  $A_c$ 가 Hurwitz가 되도록 선택한다.

식(20)에서  $u_c = \Delta(x, t)$ 이면 추적 오차는 영으로 수렴한다. 그러므로 보상 제어기는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_c = \hat{\Delta}(x, t) \quad (21)$$

고장진단을 위하여 dead-zone operator  $D[\cdot]$ 을 이용하고자 한다.

$$D[\cdot] := \begin{cases} 0, & \text{if } (|u_c| < \bar{\eta}) \\ u_c, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

$\bar{\eta}$ 는 불확실성 성분  $\eta$ 에 대한 상한값이다.

Dead-zone은 모델 불확실성에 대한 강인성을 높이기 위해 사용된다. 또한 불확실성 성분에 대한 잘못된 고장 정보를 줄이기 위해서도 이용된다.

### 2.5 모의실험

다음과 같은 역진자 시스템을 고려해보자.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (f + gu + \eta + T(t-t_f)\dot{f}) \quad (23)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f = \frac{mlx_2^2 \sin x_1 \cos x_1 - (M+m)g_v \sin x_1}{mL \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)}$$

여기서,

$$g = \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)}$$

$M$ 은 차체의 무게,  $m$ 은 막대의 무게,  $g_v$ 는 중력 가속도  $l$ 은 막대 길이의 반이다. 모의실험에서 이 값들을 다음과 같이 가정한다.

$$M = 1kg, m = 0.1kg, l = 0.5m, g_v = 9.8m/s^2$$

시스템의 불확실한 성분  $\eta(x, t)$ 는  $2.5x_1x_2 \sin(10t)$ 라 가정하였다.

고장성분  $f$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 0 < t \leq 5 : f &= 0, & 5 < t \leq 10 : f &= 0.1 \\ 10 < t \leq 15 : f &= 0, \\ 15 < t \leq 25 : f &= -0.1 + 0.1 \exp(-0.5(t-15)), \\ 25 < t : f &= 0.1 \end{aligned}$$

FN 시스템의 Membership 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{F_1^+}(x_i) &= 1/(1 + \exp(5 \times (x_i + 2.5))) \\ \mu_{F_1^-}(x_i) &= \exp(-(x_i + 1.5)^2) \\ \mu_{F_2^+}(x_i) &= \exp(-(x_i + 0.5)^2) \\ \mu_{F_2^-}(x_i) &= \exp(-x_i^2) \\ \mu_{F_3^+}(x_i) &= \exp(-(x_i - 0.5)^2) \\ \mu_{F_3^-}(x_i) &= \exp(-(x_i - 1.5)^2) \\ \mu_{F_4^+}(x_i) &= 1/(1 + \exp(-5 \times (x_i - 2.5))) \end{aligned} \quad (23)$$

설계 파라미터들은 각각  $\Gamma = \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$ ,  $\gamma = 300$ ,  $K = (4 \ 4)$ 이다.

그림 2는 기준신호와 그것을 추적하는 실제 막대의 각도를 보여주고 있다. 고장성분과 시스템 불확실 성분은 존재 함에도 불구하고 추적오차를 임의의 작은 값으로 수렴시킬 수 있는 고장허용 강인 제어기의 특성을 보여주고 있다.

그림 3은 실제 고장성분과 그 성분의 추정치를 보여주고 있으며 보는바와 같이 고장성분을 잘 추정하고 있다. 고장성분을 완벽히 추정하지 못하는 이유는 내부 시스템의 불확실성 때문이다. 또한 그림 3에서 15초 때 고장 진단의 지연 현상은 고장성분이 느리게 발생하는 것에 기인한다.

### 3. 결 론

본 논문에서는 불확실한 비선형 시스템에 대한 고장성분을 근사화 하기 위하여 neuro-fuzzy 근사기를 이용하였다. 제시된 고장진단 방법은 기존의 방법과는 다르게 보상제어기의 크기를 이용하였다. 그러므로 제안된 고장허용 제어기는 고장 전후 모든 시간에 불확실 성분과 고장성분에 대하여 강인한 특성을 계속유지 할 수 있었다. 이와 같은 성능을 수학적 증명과 컴퓨터 모의실험을 통하여 보여주었다.

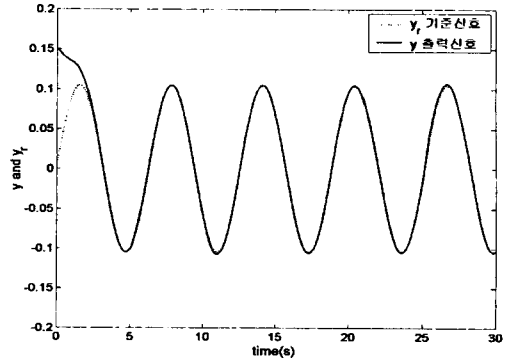


그림 2. 기준 신호  $y_r$ 과 출력  $y$

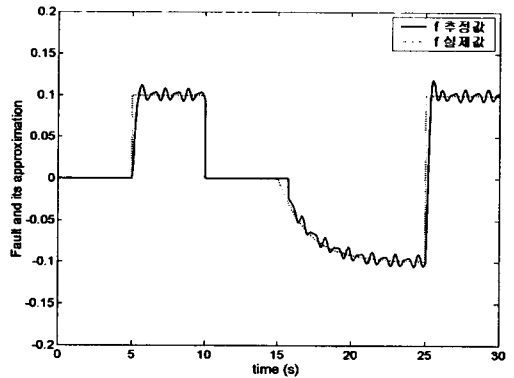


그림 3. 실제 고장성분과 추정된 고장성분

### [참 고 문 헌]

- [1] Jie Chen, Ron J.Patton, "Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems", KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 1999
- [2] Silvio Simani, Cesare Fantuzzi, and Ron J. Patton, "Model-based Fault diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques", London: Springer Verlag, 2003
- [3] M.M. Polycarpou and A.J. Helmicki, "Automated fault detection and accommodation: a learning systems approach", IEEE Trans. Syst., vol.25, Issue. 11, pp.1447-1458, Nov. 1995
- [4] A. Wu and P. K. S. Tom, "Stable Fuzzy Neural Tracking Control Systems Based on Fuzzy Hierarchy Error Approach", IEEE Trans. on Fuzzy Syst., vol.10, No. 6, Dec. 2002