반응표면법을 이용한 솔레노이드형 자기액추에이터의 치수 최적화 설계

소현준 • 유정훈*

Parameter design optimization of solenoid type magnetic actuator using response surface methodology

Hyunjun Soh and Jeonghoon Yoo

Key Words : Maxwell Stress Tensor Method(맥스웰 응력법), Response surface method(반응표면법)

Abstract

Solenoid type magnetic actuator is the device, which could translate the electromagnetic energy to mechanical force. The force generated by magnetic flux, could be calculated by Maxwell stress tensor method. Maxwell stress tensor method is influenced by the magnetic flux path. Thus, magnetic force could be improved by modification of the iron case, which is the route of the magnetic flux. Modified design is obtained by parameter optimization using by Response surface methodology.

1. 서 론

자기 액추에이터는 전기장의 변화를 기계적인 운동으로 바꾸어 주는 대표적인 전기 관련 부품의 하나로, 진공회로 차단기나 광디스크의 헤드등에 광범위하게 사용되고 있다. 최근의 개발 추세는 MEMS 기술과 결부되어 액추에이터의 소형화와 경량화와 더불어 성능향성을 위한 설계, 즉 공간적 제약하에서 에너지소모를 줄이면서 구동력을 향상시킨 액추에이터의 설계를 요구하고 있다.

자기 액추에이터를 설계하기 위해서는 자기장을 계산하는 전기적인 해석과 전기장에 의해 발생하는 힘에 의한 액추에이터의 구동을 예측하는 기계적인 해석이 필요하다. 코일에 흐르는 전류는 전자기적으로 자속을 생성하게 되고, 자속은 아마추어(Armature)에 기계적인 힘을 일으켜 궤적운동을 하게 한다. 자속에 의한 기계적인 힘은 구조물을 가상적으로 유한한 크기의 요소로 분할해서 구조물을 요소의 집합체로써 해석하는 방법인 유한요소법을 사용한다[1]. 유한요소법이 자기장영역의 해석에 사용된 것은 최근의 일로 자기응력을 계산하는 방법에는 크게 가상 일을 이용하는 방법과 저장된 에너지 변화를 이용하는 법, 그리고 맥스웰 응력 텐서를 이용하는 방법이 있다[2]. 이중 맥스웰 응력법은 해석결과가 유한요소의 크기에 크게 좌우되지 않는다는 장점이 있다[3]. 맥스웰 응력법은 자속 밀도의 미분으로 이루어진 체적력 밀도를 적분하여 얻게 되므로[4], 맥스웰 응력법의 결과는 적분경로에 민감하게 된다. 따라서, 적분경로를 따라 흐르는 자속의 방향을 적절히 설계해 줌으로써 공간적인 제약, 물리적 에너지 제약을 만족하면서 향상된 구동력을 얻을 수 있는 액추에이터의 설계가 가능하게 된다. 이에 따라 자속이 흐르는 액추에이터의 케이스는 설계 영역(Design Domain)으로 볼 수 있으며, 설계 영역의 치수 설계만으로도 향상된 결과를 기대할 수 있다.

최적의 치수를 얻기 위한 방법으로 많은 경우 반응표면법이 사용된다. 반응표면법은 국부적인 설계영역의 목적함수를 근사화하기 위한 방법으로 실험계획을 통한 실험점을 채택하여 통계적인 분석방법으로 근사식을 구성한다[5]. 실험계획의 방법은 근사식의 정확도를 높이고, 실험 횟수를 줄이기 위한 많은 방법들이 연구되었으며, 설계 변수가 적은 문제에서는 곡면의 특성을 잘 반영할 수

연세대학교 대학원
* 연세대학교 기계공학부

있는 중심합성계획을 사용한다[6 7].

본 연구에서는 구조가 간단한 솔레노이드형 자기 액추에이터를 대상으로 자속이 흐르는 자성체 케이스의 형상 치수를 반응표면 근사식의 극대값을 구해 최적화함으써 향상된 설계가 가능함을 보이고자 한다.

2. 자기 액추에이터 모델

2.1 설계의 목적

자기 액추에이터는 전자기장의 변화를 기계적인 직선, 혹은 회전운동으로 바꾸어 주는 장치로 크게 영구자석과 전자석 코일 사이의 자속이 힘을 일으키는 형태와 영구 자석 없이 코일의 전자석이 자성체에 자속을 흘려 힘을 전달하는 솔레노이드 형태로 나뉘어진다. 본 논문에서 설계 대상으로 삼은 모델은 구조가 간단한 솔레노이드형 자기 액추에이터로 운동부에 작용하는 힘이 극대화 될 수 있도록, 자속의 경로가 되는 케이스의 외형을 설계 할 것이다. 이러한 자기 액추에이터의 설계 목적은 전압, 혹은 전류의 양에 제약이 가해진 조건 속에서 기자력이 되는 전류밀도의 증가 없이 외형의 변형만으로 액추에이터의 동력 성능을 극대화 시키기 위함이다.

2.2 모델의 구성

Fig. 1 과 같이 원통형으로 이루어진 솔레노이드형 자기 액추에이터는 자속을 일으키는 코일과, 힘을 받아 운동을 일으키는 아마추어(Armature), 그리고 자속이 흐르는 케이스로 이루어져 있다. 또한 부품과 부품 사이는 공기가 채워져 절연의 역할을 한다. 코일은 비자성체로, 자기 영역 다루는 물질 상수인 투자율이 자유공간에서의 투자율과 같다. 케이스와 아마추어는 자성체인 주철(Iron)로 이루어져 있으며, 투자율은 자계 강도에 따라 비선형적인 특성을 갖는다.

원통형 자기 액추에이터는 대칭 특성에 따라 절단면을 평면 2 차원 모델로 단순화 할 수 있다. 표현되는 모델은 자기 액추에이터의 구성부품 이외에 응력해석을 위한 공기층(Air gap)을 포함시킨다. 이것은 맥스웰 응력 해석 이론에 따라 공기층에 작용하는 응력을 적분하여 힘 해석을 하기 때문이다. 유한요소해석을 통하여 맥스웰 응력을 계산할 경우 해석 영역이 되는 공기층은 다른 물성을 갖는 부재로부터 떨어져 있도록 모델을 구성하여야 한다. 맥스웰 응력법은 해석의 초점이 각각의 요소가 아닌 요소의 절점에 있기 때문에 절점이 속한 재질이 모호할 경우 해석의 정확성이 떨어지기 때문이다

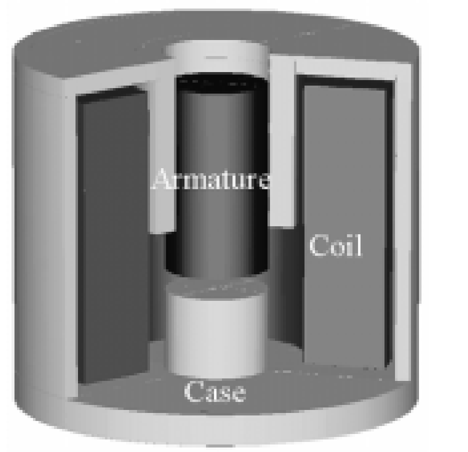


Fig. 1 Components of the magnetic actuator

2.3 개선된 설계모델과 설계변수

초기의 자기 액추에이터의 설계 모델은 Fig. 2 와 같다. 이중 자속 흐름의 경로가 되는 케이스 영역을 개선하여 자기력을 극대화 시킬 것이다. 설계영역은 외형 변화를 최대한 줄이기 위해 내부의 Fig. 2 에 표시된 A 영역과 B 영역만을 설계영역으로 정하려고 한다. B 영역은 자속이 응력해석 영역인 공기층으로 흐르기 직전에 통과하는 영역으로 응력해석 영역에 큰 영향을 줄 수 있는 영역이 된다. 따라서 Fig. 2 과 같이 공기층으로의 자속이 원활하게 흐를 수 있도록 B 영역을 확대하여 모델을 개선하였다. 또한 대칭축 부근에는 다른 영역에 비해 자속의 흐름이 적기 때문에 대칭축 부근에 홈을 두어 부피를 축소하도록 모델을 개선하였다. 따라서 전체적인 설계 변수는 A 영역의 l, B 영역의 t1,t2 모두 3 개이다. 그 외의 각 부의 치수 역시 Fig. 3 에 나타난 것과 같으며, 코일 영역에 흐르는 전류밀도는 1000 A/m^2 이다.

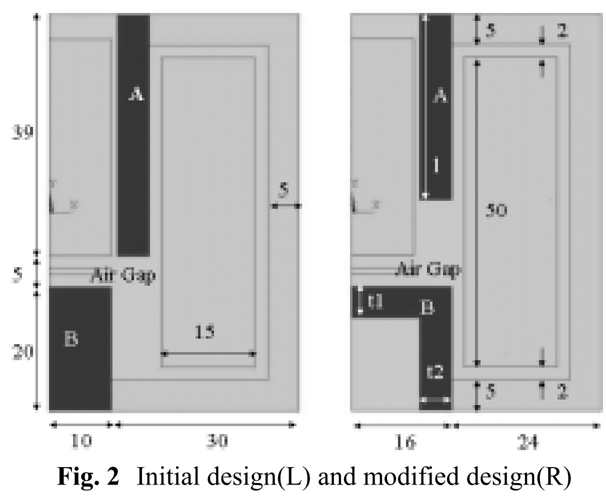


Fig. 2 Initial design(L) and modified design(R)

3. 맥스웰 응력법을 이용한 힘의 해석

3.1 맥스웰 응력법

맥스웰 응력법(Maxwell Stress Tensor Method)은 자속 밀도를 계산하여 그 값을 바탕으로 자기력을 계산하는 방법이다. 자속 밀도는 유한요소해석을 이용해서 구할 수 있으며, 선형과 비선형, 직교 등방성과 이방성질 재료 모두에 사용이 가능하다. 그러나 응력 텐서의 적분경로는 자유 공간에서의 자기 투과율 값을 갖는 요소에서 계산을 하여야 하며, 자기 투과율이 높은 철질 구조물에서 멀리 떨어진 요소를 선택하여 계산할수록 더욱 정확한 값을 얻을 수 있다. 이러한 조건을 만족시켜주면 만족할 만한 결과를 얻을 수 있으며 실제 실험 결과와도 잘 일치한다.

맥스웰 응력법은 앙페르(Ampere)의 힘의 법칙에서 국부 작용력 벡터를 구하는 것으로 시작한다. 국부 작용력 벡터(Local force vector)는 다음 식과 같이 표현된다.

$$d\mathbf{F} = \quad \times \mathbf{B} \tag{1}$$

J 는 전류 밀도(Current density)이며, B 는 자속 밀도(Magnetic flux density)이다. 국부 작용력 벡터는 다른 기호인 체적력 밀도(force density)로도 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{p}_v = \quad \times \mathbf{B} \tag{2}$$

$$\nabla \times \quad = \tag{3}$$

(2)와 (3) 식을 이용하여 체적력 밀도는 다음과 같이 표현할 수 있고

$$\mathbf{p}_v = (\nabla \times \quad) \times \mathbf{B} \tag{4}$$

자속밀도 B 와 자계강도인 H 의 관계인

$$\mathbf{B} = \mu \tag{5}$$

(5) 식을 (4) 식에 대입하여 최종적으로 (6) 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{p}_v = (\nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu}) \times \mathbf{B} \tag{6}$$

체적력 밀도는 각 방향 성분으로 분리하여 표현 할 수 있으며, 방향 체적력 밀도는 투자율과 자속밀도의 편미분으로 표현된다.

$$\mathbf{p}_x = \frac{1}{\mu}\ \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{B}_x^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\mathbf{B}_x\mathbf{B}_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\mathbf{B}_x\mathbf{B}_z) \tag{7}$$

내부 편미분항은 맥스웰 응력텐서 성분의 발산(divergence)를 이용하여 간단하게 표현할 수 있다.

$$\mathbf{p}_x = \nabla \bullet \mathbf{T}_x \tag{8}$$

y 및 z 방향에 대해서도 같은 방법으로 표현이 가능하며, 자속 밀도와 자유공간에서의 자속 밀도를 이용하여 다시 표현하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\mu_0}\begin{bmatrix} \mathbf{B}_x^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2 & \mathbf{B}_x\mathbf{B}_y & \mathbf{B}_x\mathbf{B}_z \\ \mathbf{B}_y\mathbf{B}_x & \mathbf{B}_y^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2 & \mathbf{B}_y\mathbf{B}_z \\ \mathbf{B}_z\mathbf{B}_x & \mathbf{B}_z\mathbf{B}_y & \mathbf{B}_z^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

즉 체적력 밀도는 맥스웰 응력텐서의 발산과 같으며,

$$\mathbf{p}_v = \nabla \bullet \mathbf{T} \tag{10}$$

체적력 밀도를 부피 적분한 전체 자기력은 맥스웰 응력텐서의 발산의 부피적분임을 알 수 있다.

$$\mathbf{F} = \int_v \nabla \bullet \mathbf{T} dv \tag{11}$$

3.2 유한요소모델의 해석 결과

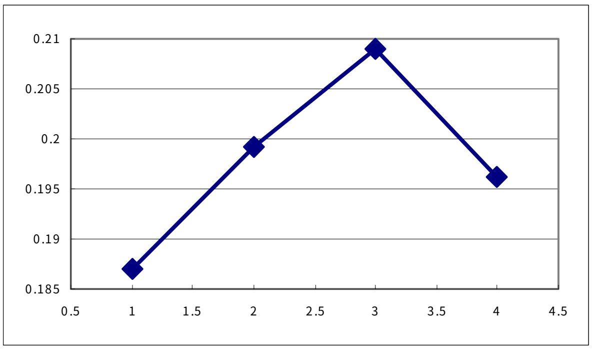
유한요소모델의 구성 및 그 해석은 자기영역의 해석에 많이 이용되는 상용프로그램인 ANSYS 의 6.1 버전을 사용했다.

실험의 구성은 설계변수 l 과 r,t 모두 각 4 수준으로 치수를 정한 후 표의 직교 배열구성에 따라 16 번의 실험을 하도록 구성하였다. 구성한 실험은 다시 평균 분석(ANOM)방법에 따라 각 변수의 치수별 결과를 분석하였다. 우선 설계변수의 치수는 변수가 변화 가능한 전체 영역으로 설계 반경을 설정하였다.

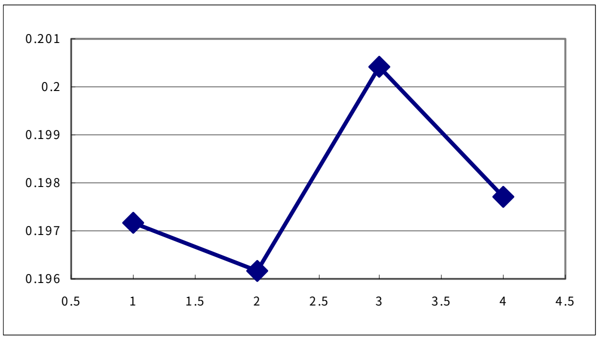
.

실험번호	l		t1		t2		결과값
	수준	치수	수준	치수	수준	치수	
1	1	20	1	5	1	5	1.8448E-01
2	1	20	2	9	2	8	1.8460E-01
3	1	20	3	13	3	11	1.9420E-01
4	1	20	4	17	4	14	1.8463E-01
5	2	25	1	5	2	8	1.9963E-01
6	2	25	2	9	1	5	1.9958E-01
7	2	25	3	13	4	14	1.9969E-01
8	2	25	4	17	3	11	1.9829E-01
9	3	30	1	5	3	11	2.0662E-01
10	3	30	2	9	4	14	2.0989E-01
11	3	30	3	13	1	5	2.0983E-01
12	3	30	4	17	2	8	2.0988E-01
13	4	35	1	5	4	14	1.9798E-01
14	4	35	2	9	3	11	1.9058E-01
15	4	35	3	13	2	8	1.9796E-01
16	4	35	4	17	1	5	1.9797E-01

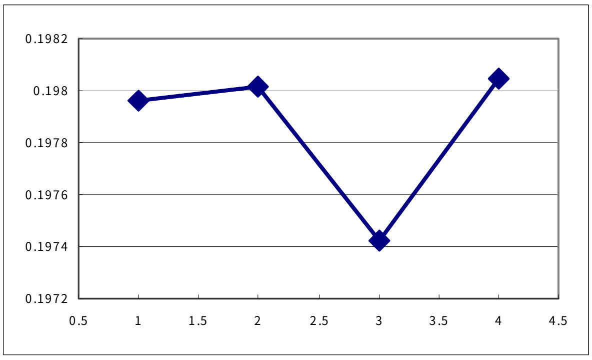
Fig. 3 Analysis of Mean (ANOM)



(a)



(b)



(c)

Fig. 4 ANOM chart (a) l (b) t1 (c) t2

직교배열 구성에 따른 각 설계변수의 치수 및 그 결과는 Fig. 3 와 같으며, 결과 값의 단위는 N/m 이다.

평균 분석에 따라 각 변수의 치수별 결과를 분석한 결과는 Fig. 4 와 같다. 평균 분석의 결과값이 높게 나온 영역은 최적해가 존재할 수 영역으로 해석할 수있으며, 이 결과를 바탕으로 반응표면 근사식 구성을 위한 실험을 새롭게 구성할 것이다.

4. 반응표면법

4.1 반응표면법

해석에 많은 시간이 소요되어, 해석 비용이 많이 소요되는 복잡한 시스템은 기존의 민감도에 기반한 최적설계 기법으로는 효율적인 결과의 처리가 어렵고, 잡음(Noise)이 존재할 경우 최적해로 수렴이 불가능한 경우가 발생하기도 한다. 기존 설계의 단점을 개선하기 위한 방법의 하나가 반응표면법을 이용한 근사 최적 설계법이다. 반응표면법은 1951 년 Box 와 Wilson 에 의해 처음 소개된 방법으로, 관심 있는 반응이 여러 설계 변수의 영향을 받을 때 설계 변수들에 대한 반응 표면을 근사 모델화 하여 해석하는 통계적 기술이다. 반응표면법이 소개된 이후, 반응표면을 근사화 하기 위한 적절한 설계 변수 집합을 선택하는 연구가 통계학을 바탕으로 발전하여 왔으며, 근사 반응함수를 생성하기 위한 방법으로 최소 자승법(Least square method)와 변수 선택법(Variable selection method), 근사화 된 함수를 평가하는 방법으로 분산 분석(ANOVA Analysis of variance), 또한 반응치를 구하기 위한 설계공간의 실험 점을 선택하는 실험계획법등으로 나뉘어 진다.

4.2 실험계획법

설계 공간상에서 적절한 실험점들을 선택하는 방법을 실험계획법이라고 한다. 실험점의 선택은 반응표면의 근사화 정확도와 실험의 비용에 가장 큰 영향을 준다. 따라서 최소의 점을 선택하여 가장 정확한 반응 표면 함수식을 얻어낼 수 있는가가 실험계획법의 핵심이다. 일반적으로 반응표면법에 사용되는 실험계획법은 무작위 추출법(Random design), 다원배치법(Full factorial design), 중심합성계획법(CCD Central Composition Design), D-Optimal 계획법 등이 많이 사용된다.

난수를 무작위로 추출하는 난수 추출법과 다원배치법은 필요한 실험점의 수가 많은 해석시간이 많이 필요한 단점이 있다. D-optimal 계획법은 다분야 통합 최적 설계와 같은 복잡한 문제에서도 적은 실험 횟수로도 만족할 만한 정확도를 얻을 수 있다는 장점이 있어 최근에 많이 이용되고 있다. 그러나 국소최적점이 많은 문제의 전역해를 찾기 어려운 단점이 있다. 중심합성계획법은 비교적 적은 횟수로 곡면적 특성을 잘 나타낼 수 있는 장점을 지니고 있지만, 설계변수가 증가함에 따라 실험점의 수가 크게 증가하므로, 다분야 통합 최적화 문제와 같이 설계 변수가 많은 복잡한 문제에는 부적합한 단점이 있다. 그러나 본 논문의 자기 액추에이터는 적은 설계변수의 단순한 구성이지만, 비교적 정확한 곡면 특성을 요구하므로, 중심합성계획법을 이용한 반응표면식을 구성한다.

4.3 중심합성계획법

중심합성계획법은 설계 영역의 중심인 0 수준의 실험점을 중심으로 일정한 크기의 반경을 갖는 위치에 존재하는 실험점들을 선택하는 실험계획법이라고 할 수 있다. 중심합성계획법은 두 수준에서의 실험점만을 선택하여 곡면적인 반경의 감지 및 회귀모형 제곱항의 계수 추정이 어려운 2k 요인 실험법의 단점을 보완하기 위해 만들어졌다. 따라서 기존의 2k 요인실험법에서 사용한 요인실험점에 중심점과 축점을 더한 것으로 이루어져 있다. 중심합성계획의 각지점을 표현한 도식화된 그림은 아래와 같다. 중심점은 설계 수준의 중심으로 예상되는 최적점 부근의 위치를 지정하는 것이 일반적이다. 요인실험점은 두 수준의 실험점 전체를 다원배치로 나타낸 것으로, 중심점을 기준 위치로 생각할 때, 실험값의 격차는 변수간의 교호작용의 정도를 나타낸다 할 수 있다. 축점은 각 실험변수의 독립적인 영향을 나타내는 실험점으로 축점의 위치는 중심점과 요인실험점사이의 절대값을 각 축상에 나타내는 것으로 한다. 즉 실험변수의 수에 제곱근값이 된다.

4.4 치수수준 결정에 따른 해석결과

평균분석을 통한 각 변수의 치수 결과를 검토할 때, 변수 l 과 t1,t2 각 변수는 에서 영역에서 가장 높은 자기력을 얻을 수 있으며 각 영역의 상한과 하한을 1 수준과 -1 수준으로 중심합성계획을 사용한 실험구성을 할 수 있다. 각 변수의 수준별 치수는 표와 같으며 또한 반응표면 근사식을 얻기 위한 실험 구성 및 그 결과는 Fig. 5 와 같다. 표의 k 는 축점의 위치로 그 값은 1.732 이다.

	l		t1		t2		
실험번호	수준	치수	수준	치수	수준	치수	결과값
1	-1	28	-1	11	-1	6.5	1.9533E-01
2	-1	28	-1	11	1	9.5	2.2112E-01
3	-1	28	1	15	-1	6.5	1.9536E-01
4	-1	28	1	15	1	9.5	2.2113E-01
5	1	33	-1	11	-1	6.5	1.9587E-01
6	1	33	-1	11	1	9.5	2.2340E-01
7	1	33	1	15	-1	6.5	1.9590E-01
8	1	33	1	15	1	9.5	2.2341E-01
9	-k	26	0	13	0	8	1.9832E-01
10	k	34	0	13	0	8	1.9854E-01
11	0	30	-k	9.5	0	8	2.0985E-01
12	0	30	k	17	0	8	2.0988E-01
13	0	30	0	13	-k	5.4	2.0631E-01
14	0	30	0	13	k	11	2.0776E-01
15	0	30	0	13	0	8	2.0987E-01

Fig. 5 Design of experiments by CCD

5. 치수 최적화 결과

5.1 중심합성계획을 통한 목적함수식 구성

반응표면법은 설계자가 최적화하고자 하는 설계 변수의 전체 설계 영역(Design bound)을 하나의 목적 함수식으로 구성하여 표현해내기보다, 최적값이 존재할 것으로 예상되는 국부적인 설계 영역만을 다루기 때문에 간단한 다항식을 사용하는 것이 일반적이다. 대체로 목적함수의 형태가 선형적인 특성에 가까울 경우 1 차 다항식으로 표현하며 비선형적인 특성을 표현하고자 할 때는 2 차 다항식을 사용하는 것이 일반적이다. 그리고 두개 이상의 변수가 상호작용을 일으키는 경우 교호항을 추가하여 전체적으로 2 차 이내의 다항식을 많이 사용한다.

2 차 다항식으로 표현한 반응표면 근사식의 분석 결과가 정확성이 떨어지거나 근사 모델을 좀더 개선하고자 할 때 3 차 이상의 다항과 역수항의 형태를 추가한 개선 모델을 사용할 수도 있다. 그러나 역수항을 포함한 근사 모델의 경우 상대적으로 분산 분석의 신뢰도 지수(R-square)가 높은 값을 갖는 반응식을 얻을 수 있는 장점이 있지만 설계 변수의 수준이 0 근처에서 발산하여 최적점을 찾지 못하는 결과를 초래하기 때문에, 단순 역수항을 추가하는 것에는 신중을 기해야 한다.

본 논문에서는 근사식의 정확성을 향상시키기 위하여 3 차 다항식으로 표면 근사식을 구성하였다. 통계적 분석을 위해서는 상용 통계 분석 프로그램인 SAS 를 이용하여, 신뢰도가 높은 항을 추출하여 최종적으로 다음과 같은 목적함수 식을 구성하였다.

$$F = -0.00295a^2 + 0.00087292b^2 \\ -0.00648c^3 + 0.01980c + 0.20940 \quad (12)$$

본 식의 R-square 값과 Adjust-R-Square 값은 각각 0.9654 와 0.9516 으로 충분히 신뢰할 수 있는 표면 근사식이 된다.

5.2 최적 결과 및 검증

식(12)의 표면 근사식의 극대점은 a 의 수준이 0, b 의 수준이 -1, c 의 수준이 1 인 지점에 존재하며 그 값은 2.2359E-01 이다. 이것은 모델의 치수 1 의 값이 30, t1 의 값이 11, t2 의 값이 9.5 에서의 값이며, 치수를 다시 ANSYS 프로그램을 통해 검증할 경우 자기력의 결과는 2.1210E-01 이며, 약 5.1%의 오차를 갖는다.

6. 결 론

설계 변수 최적화를 통하여 설계를 완성한 자기 액추에이터에서 발생하는 자기력은 2.4095E-01로 초기 설계 모델 (그림 2 참조) 의 자기력 4.1871E-02 에 비하여 약 475 %의 향상된 결과를 보여준다. 이와 같이 구조물의 치수 최적화를 통한 동력증가를 저전력 소모를 요구하는 MEMS 구조물의 요소 설계에 적용할 경우 상당히 고무적인 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각 된다. 본 논문에서는 성능 향상을 얻을 수 있을 것이라 기대하는 형상을 미리 정하여 몇 가지 치수의 변형만을 가해 전체적인 구조 최적화에는 미흡한 부분이 있을 것으로 생각된다. 넓은 설계 영역의 형상을 개념 설계에서 시작하는 위상최적설계, 형상최적설계를 맞물려 진행한다면 더욱 좋은 결과가 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 학술진흥재단 (KRF-2002-신진교수지원-D00012)의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

(1) Matthew N.O. Sadiku, 2001, Numerical Techniques in Electromagnetics , CRC press
(2) Hong-Seok Ko and Kwang-Joon Kim, 2000, Analytical Analysis of Cogging Torque in Motors of Permanent Magnetic Type , KSME Journal Vol.24 No.7, pp. 1795 1800
(3) Jeonghoon Yoo, 2001, Topology Optimization of a Structure under Harmonic Excitation caused by Magnetic Fields , KSME Journal Vol.25 No.10, pp. 1613 1620
(4) S.J.Salon, 1995, Finite element analysis of electrical machines , Kluwer academic publishers
(5) Raymond H. Myers and Douglas C. Montgomery , 1995, Response Surface Methodology : Process and product optimization using designed experiments , Wiley
(6) Kyung-Jin Hong, Kwang-Ki Jeon, Young-Suk Cho, Dong-Hoon Cho and Se-Jung Lee, 2000, A study on the construction of Response surface for Design Optimization , KSME Journal Vol. 24 No. 6, pp. 1408 1418
(7) 박성현, 1995, 현대실험계획법 , 민영사