

진동을 고려한 복합적층 외팔평판의 최적적층설계

구경민*, 노영희*, 김동영*, 홍도관*(동아대원)·안찬우†, 한근조, 박흥식(동아대)

Optimal Ply Design of Laminated Composite Cantilever plate Considering Vibration

K. M. Gu, Y. H. Noh, D. Y. Kim, D. K. Hong
and C. W. Ahn, G. J. Han, H. S. Park.

Key Words: Laminated Composite Plate(복합적층판), CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastic : 탄소섬유강화 플라스틱), Natural Frequency(고유진동수), Orthogonal Array(직교배열표), ANOVA(Analysis of Variance : 분산분석), Modal Testing(모달 테스트)

Abstract

On this study, we improved the efficiency applying algorithm that is repeatedly using orthogonal array in discrete design space and filling a defect of gradient method in continuous design space. we showed optimal ply angle that maximized 1st natural frequency of CFRP laminated composite cantilever plate by each aspect ratio. A finite element analysis on the CFRP laminated composite cantilever plate using orthogonal array is carried out, and the results are compared with those obtained by modal testing.

1. 서론

현재까지 기계구조물의 기본요소로 사용되는 사각형판의 정적, 동적해석이 수행되어져 왔으나, 기계구조물의 형상이 점점 복잡화되고 경량이 요구됨에 따라 가장 단순한 경우의 해를 먼저 구하고, 그 후 실제적이고 복잡한 설계로 발전시키는 공학적 접근방법이 필요하게 되었다.

섬유강화복합재료는 금속재료보다 높은 비강도와 비강성을 가지며 적층각도, 적층순서 및 경화방법에 따라서 원하는 강도와 강성 및 기계적 성질을 가질 수 있다. 특히 탄소섬유강화 플라스틱

(Carbon Fiber Reinforced Plastic, 이하 CFRP) 복합재료는 스포츠용품에서 최신항공기의 구조재료와 건축물의 보강재에 이르기까지 경량화 관점에서 기존의 재료를 대체해 나가고 있다.

Chao 등⁽¹⁾은 설계변수를 적층각으로 하여 평면하중에서 좌굴과 강도에 관하여 각 경우의 최적설계를 수행하였으며 Tauchert와 Adibhatla⁽²⁾는 적층각 및 두께를 설계변수로 두고서 Rayleigh-Ritz의 방법을 사용한 횡하중을 받는 적층판을 해석하여 최소의 변형률 에너지를 갖도록 하였다. 또한 Lia와 Thomson⁽³⁾은 보에서의 적층각을 설계변수로하여 보의 감쇠를 목적함수로 삼고 최적설계를 수행하였다.

본 연구에서는 CFRP 복합적층 외팔평판 구조물에 평판의 중횡비(Aspect ratio)에 따른 적층각을 인자(=설계변수)로 하고, CFRP 복합적층판의 1차 고유진동수를 목적함수로 최적설계를 수행하였다. 또한 실제 복합적층판을 이용한 모달 테스트

† 동아대학교 기계산업시스템공학부

E-mail : cwahn@daunet.donga.ac.kr

TEL : (051)200-7643 FAX : (051)200-7656

* 동아대학교 대학원

팅을 통하여 최적설계의 결과 값을 분석 및 고찰하였다. 1차 고유진동수만을 제어한 이유는 구조물의 진동에 있어서 가장 주요한 영향을 미치는 모드가 1차이기 때문에 1차 고유진동수의 최대화가 요구되어진다.

최적설계의 방법은 이산설계공간에서 실험계획법의 통계적인 방법으로 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하는 알고리즘을 사용하였으며, 먼저 인자와 수준수를 고려한 적절한 직교배열표를 선택하고 설계변수의 후보값들 중에서 초기 설계값을 기준으로 수준값을 선정하여 평균분석(ANOM)을 실시하고 분산분석(ANOVA)을 통해서 유의한 인자를 선정하고, 유의하지 않은 인자만을 연속설계공간에서의 경사도법을 이용하여 최적해를 찾는 방법을 이용하였다.

2. 유한요소해석

2.1 유한요소모델

2.2.1 유한요소모델의 구성

본 연구에서 사용된 모델은 CFRP 복합적층 외팔평판이며 모델의 재료로는 T700 탄소섬유 프리프레그(T700 carbon fiber prepreg)를 사용하였다. 또한 재료의 물성치와 치수는 Table 1~2에 나타내었다.

Table 1 Mechanical properties of CFRP

Mechanical property	Description
	T300 carbon fiber prepreg
ρ [kg/mm ³]	1.480e-6
E_1 [MPa]	106,200
E_2 [MPa]	6,860
G_{12} [MPa]	3,570
ν_2	0.33

Table 2 Dimension of structure

Item list	Description (mm)
Length of structure (b)	150~300
Width of structure (a)	150
Thickness of plate	1

2.2.2 하중 및 경계조건

경계조건은 해석모델의 1변을 완전 고정하여 해석을 수행하였다. 모델링과 해석은 상용 유한

요소 해석 프로그램인 Ansys 7.1을 사용하였다. 해석에 사용된 요소는 6자유도 8절점 요소를 사용하였으며, 요소의 수는 종횡비에 따라서 1,600~2,000개이고 절점의 수는 4,960~6200개를 사용하였다. 총 적층판수는 6~10판을 사용하였으며, 대칭형태로 적층하였다.

2.2 진동해석

유한요소해석에서 비감쇠 자유진동에 관한 지배방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \tag{1}$$

선형계에 대해서 자유진동은

$$\{u\} = \{u_0\} \cos \omega t \tag{2}$$

형태의 조화거동을 보이고, 식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음과 같다.

$$([K] - \omega^2[M])\{u_0\} = \{0\} \tag{3}$$

식(3)이 유용해를 갖기 위해서는 식(4)와 같이 $\{[K] - \omega^2[M]\}$ 의 행렬식이 zero가 되어야 한다.

$$|[K] - \lambda[M]| = 0 \tag{4}$$

여기서 $\lambda = \omega^2$ 이고, 고유치 문제 식 (4)에서 고유치 λ 는 계의 고유진동수를 나타내고, 고유벡터 u 는 모드형상을 나타낸다.

$$D_{11} = \frac{E_1 t^3 (1 - \nu_{12} \nu_{21})}{12}, \quad D_{22} = \frac{E_2 t^3 (1 - \nu_{12} \nu_{21})}{12}$$

는 이방성재료의 굽힘강성으로 무차원 진동수매개변수는 다음과 같다.

$$\lambda_i = (\omega b^2 / 2\pi) \sqrt{\rho h / \sqrt{D_{11} D_{22}}} \tag{5}$$

여기서,

E_1, E_2 : 이방성재료의 탄성계수, t : 판의 두께

ν_{12}, ν_{21} : 프와송비, b 는 판의 길이, ρ 는 밀도

2.3 직교배열표를 이용한 실험계획법

직교배열표는 재현성, 최적조건 결정 및 안정성에 대한 평가와 함께 인자간에 교호작용을 기술적으로 생각하여 무시될 수 있는 것을 주효과와 교락(confounding)시켜 실험의 크기를 줄일 수 있는 방법이다.^(4,5) 본 논문에서는 이산설계공간에서의 보다 효율적인 최적설계를 수행하기 위하여 직교배열표를 도입하게 되었으며, 직교배열표를 사용하는 경우 인자의 조합에 대해 일부실시법을 사용하므로 최소한의 해석 횟수로 전조합 실시법과 유사한 계산결과를 얻을 수 있다. 따라

서 이산설계공간에서 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하고자 한다.⁽⁶⁾ 먼저 인자와 수준수를 고려한 적절한 직교배열표를 선택하고 설계변수의 후보값들 중에서 초기 설계값을 기준으로 수준값을 선정하여 행렬실험을 실시한다. 평균분석을 통해서 최적해를 구하고 행렬실험의 각 행의 결과와 비교하여 우수한 해를 최적해로 선정한다. 최적수준을 선정하기 위해서는 기본적으로 S/N비와 다원배치에 의한 분산분석을 이용하여 설계인자가 설계값에 미치는 영향을 분석하였다. S/N비는 이차식으로 주어지는 품질손실함수(quality loss function)로부터 유도된 값으로서 성능의 평균과 산포를 동시에 고려하는 척도인데 본 연구에서 적용한 방법은 고유진동수는 클수록 좋은 망대특성(larger-then-better type)분석에 준하여 실행하였다. 사용한 S/N비는 다음과 같다.

$$\text{망대특성: } S/N = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right) \quad (6)$$

여기서 n 은 동일한 인자 수준조합에서의 반복 측정 회수이며, y_i 는 그 때의 각각의 해석값이다

Table 3 Level of factor

Factor \ Level	Level 1	Level 2	Level 3	Level 4
Angle A	-45°	0°	45°	90°
Angle B	-45°	0°	45°	90°
Angle C	-45°	0°	45°	90°
Angle D	-45°	0°	45°	90°
Angle E	-45°	0°	45°	90°

Table 3의 초기 직교배열표에서와 같이 각각 4 수준 인자인 3~5개의 적층판의 적층각을 Angle A-E라고 하고 각 수준에서의 값을 결정한 후 $L_{32}(2^1 \times 4^7)$ 를 이용하여 행렬실험을 수행하였다. 설계변수인 인자의 수준은 Table 3과 같이 설정하였으며, 초기 직교배열표를 이용하여 최적수준을 찾은 다음 직교배열표 $L_{18}(2^1 \times 3^7)$ 를 이용하여 앞에서 얻은 최적수준의 값 범위를 좁히면서 등간격으로 나누어서 해석을 반복적으로 수행하였다. 평균분석을 통해 최적해를 구하고, 다원배치법으로 분산분석을 통해서 유의한 인자와 유의

하지 않은 인자를 95% 신뢰구간으로 선정하여 유의한 인자는 최적해로 선정한다.

본 연구에서는 가장 최적의 해를 선정하기 위해서 다원배치에 의한 분산분석을 통해서 유의한 인자를 선정하고 유의하지 않은 인자만을 연속설계공간에서 사용되는 경사도법을 이용하여 최적해를 구하였다.

2.4 경사도법에 의한 최적설계

일반적인 연속설계공간에서 사용되는 Gradient-based 방법은 초기과정에 의한 탐색공간의 정보에 따라 최적값의 신뢰성이 크게 떨어진다는 단점이 있다. 그러나, 탐색공간에 대한 정보를 얻을 수 있다면 수렴속도를 향상시키면서 보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있고, 최적값의 정도를 향상시킬 수 있다. 즉, 이산설계공간에서 직교배열표의 반복 사용과 다원배치에 의한 분산분석을 통한 유의한 인자를 최적해로 두고, 보다 정확한 최적해를 얻기 위하여 유의하지 않은 인자에 대해서만 경사도법을 이용하여 최적해를 찾는다.

비제약 최적화 문제에서 최급강하법은 목적함수의 경사도를 계산하여 탐색방향을 구하는데 사용하며, 이 경사도 벡터는 점 x^* 에서 함수 $f(x)$ 의 최대 증가율 방향을 나타낸다. 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f(x^k)}{\partial x_i} \right] = c^{(k)} \quad (7)$$

여기서, i : 설계변수의 수
 k : 벡터의 계산 단계

이러한 경사도 벡터의 성질을 이용하여 비제약 최적화 문제에 대한 반복적 알고리즘의 진행과정은 참고문헌에 나타내었다.⁽⁷⁾

3. 해석 결과 및 고찰

3.1 평균분석

Table 4는 S/N비를 이용하여 각 설계변수에 대한 수준의 효과를 구하는데, 그 결과의 일레인 CFRP 복합적층 외팔평판의 망대특성인 특성치 1차 고유진동수에 대한 인자들의 효과와 편차

(deviation) 및 기여율(percentage contribution)을 나타낸 것이다. 수준차는 인자의 수준별 효과의 최대값과 최소값의 차이를 뜻하며 기여율은 전 수준의 합에 대한 백분율로 나타낸다.

Table 4 Factor affecting the 1st natural frequency of CFRP laminated composite cantilever plate(b/a=2.0, 10 plies)

Factor	Effect				Deviation	PC (%)
	1	2	3	4		
Angle A	4.79	3.65	4.77	8.95 *	5.29	44.8
Angle B	5.10	4.11	5.05	7.90 *	3.79	31.9
Angle C	5.14	4.85	5.36	6.82 *	1.97	16.5
Angle D	5.50	5.41	5.31	5.95 *	0.64	5.3
Angle E	5.53	5.47	5.65	5.52 *	0.18	1.5
Total					11.87	100

* : optimal level, PC : percentage contribution

Main effects plot for S/N Ratios

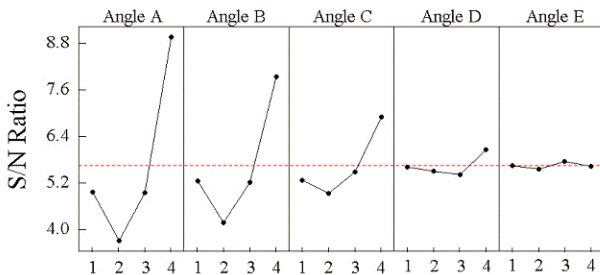


Fig. 1 Laminated composite cantilever plate

3.2 다원배치에 의한 분산분석

Table 5는 CFRP 복합적층 외팔평판의 적층각을 인자로 한 다원배치에 의한 분산분석의 결과를 나타낸 것으로 분산의 차이가 없다는 귀무가설과 차이가 있는 대립가설을 설정하여 분석 결과 Angle A, B, C의 수준의 P값이 0.00이고, 0.05 보다 작음으로 대립가설이 성립된다. 그러나, Angle D, E의 경우 P값이 0.52, 0.99로써 대립가설이 성립되지 않는다.

따라서 Angle A, B, C 적층각의 변화에 따른 분산의 차이가 나타나 1차 고유진동수에 미치는 영향이 아주 크지만, Angle D, E는 1차 고유진동수에 미치는 영향이 아주 작으며 수준간의 차이가 거의 없음을 알 수 있다. Angle A, B, C가 유의하며 지배적인 인자가 되며, 유의하지 않은 인

자 Angle D, E는 임의의 값이라도 큰 차이가 없다

Table 5 ANOVA for CFRP laminated composite cantilever plate(b/a=2.0, 10 plies)

Source	S	ϕ	V	F	P
Angle A	23.239	3	7.746	73.85	0.000
Angle B	9.746	3	3.248	30.97	0.000
Angle C	2.521	3	0.840	8.01	0.002
Angle D	0.245	3	0.081	0.78	0.523
Angle E	0.008	3	0.002	0.03	0.994
Error	1.678	16	0.104		
Total	37.438	31			

3.3 경사도법에 의한 최적설계

더 정확한 최적해를 찾기위하여 분산분석에서 유의하다고 판단된 인자는 최적해로 두고, 유의하지 않은 인자에 대해서 경사도법을 이용하여 최적해를 찾았다.

Table 6 Optimal ply angle of CFRP laminated composite cantilever plate

CFRP laminated composite cantilever plate		
Aspect ratio	No. of plies	Optimal ply angle
1	6	[90°/90°/90°] _s
	8	[90°/90°/90°/90°] _s
	10	[90°/90°/90°/90°/90°] _s
1.5	6	[90°/90°/90°] _s
	8	[90°/90°/90°/90°] _s
	10	[90°/90°/90°/90°/90°] _s
2	6	[90°/90°/90°] _s
	8	[90°/90°/90°/90°] _s
	10	[90°/90°/90°/90°/90°] _s

Table 6은 CFRP 복합적층 외팔평판의 최적 적층각을 나타내었으며 종횡비(b/a)가 1, 1.5, 2일 때 모두 적층판수에 무관하게 모든 적층판이 90°에서 최적의 값이 나타났다.

4. 고유진동수 측정

4.1 시험편

본 논문에서는 앞 절의 수치해석 결과의 신뢰성을 검토하기 위하여 모달 테스트를 수행하였다. 실험에 사용된 복합적층판은 (주)한국화이바

에서 생산 시판되는 것으로서 프리프래그 T700을 에폭시 수지를 사용하여 기지를 만들고 탄소섬유를 혼입하여 반경화 상태로 가공한 것이다. 실험에 사용된 복합적층판 모델은 1차 고유진동수가 최대가 되는 $[90^\circ/90^\circ/90^\circ/90^\circ/90^\circ]_s$ 의 적층구조와 종횡비(b/a)가 1, 적층두께가 1 mm, 적층수가 10 개인 외팔평판에 대해서만 실험을 실시하였다. Fig 2는 복합적층판 시험편과 지그를 나타낸다.

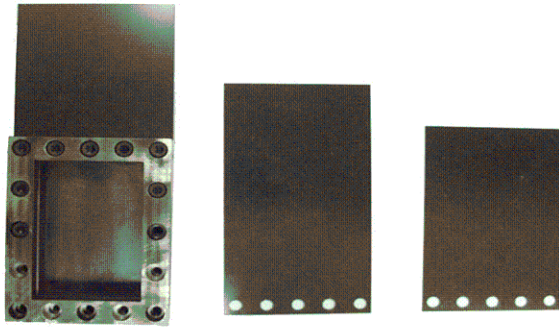


Fig. 2 CFRP laminated composite cantilever plate and jig

4.2 모달 테스트

모달 테스트에 사용된 FFT 분석장비로는 Pulse (B&K, type2827), 입력장치로는 충격망치(Impact Hammer - RION, PH-51), 출력장치인 모달용 가속도센서(Modal accelerometer - RION, PV-90B), 신호 증폭기(Amplifier - RION, VP-38)이 사용되었으며 Fig 3은 실험장치의 개략도를 나타낸다.

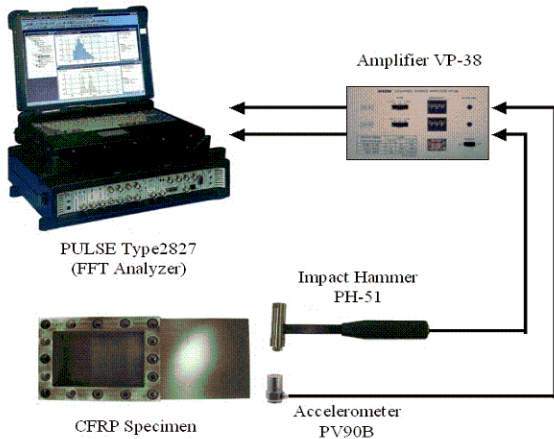


Fig. 3 Schematic diagram for modal testing

실험방법으로는 먼저 외팔평판 시편을 지그에 고정하여 출력장치인 모달용 가속도센서를 시편에 부착한 후 입력장치인 충격망치를 이용하여 가진한다. 신호증폭기에서 증폭된 입출력 신호를 Pulse(FFT analyzer)에 연결하여 입출력 전달함수인 FRF(Frequency Response Function : 주파수응답함수)를 이용하여 크기(magnitude)와 위상(phase)을 구하였다.⁽⁸⁾ 그리고, 가진방법은 외팔평판 위에 모달용 가속도 센서를 한곳에 부착하고 충격망치로 가진 위치를 변경하는 다점가진법으로 수행하였다.

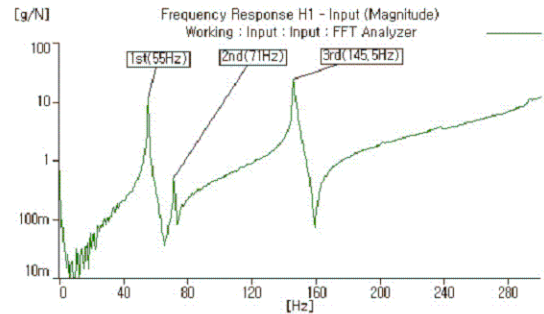


Fig. 4 Magnitude

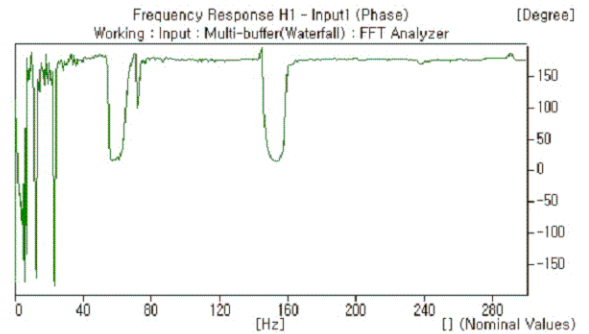


Fig. 5 Phase

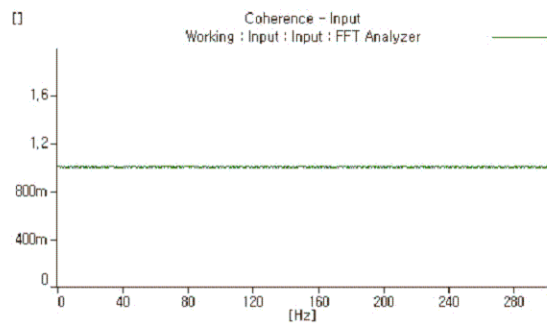


Fig. 6 Coherence

Fig. 4~6은 $[90^\circ/90^\circ/90^\circ/90^\circ/90^\circ]_s$ 의 적층구조와 종횡비(b/a)가 1, 적층두께가 1 mm, 적층수가 10개인 CFRP 복합적층 외팔평판 모델에 대한 모달 테스트 결과를 나타낸다.

Fig. 4는 FRF의 크기이며, 3개의 피크는 1차~3차 고유진동수를 나타낸다. Fig. 5는 위상을 나타내며, 고유진동수에서 1차와 3차는 out-phase가 잘 나타나고 2차는 in-phase가 잘 나타남을 알 수 있다. Fig. 6은 코히어런스 값이 noise가 없는 경우인 1에 가깝게 나타나므로 입력과 출력 신호사이의 선형 관계가 높음을 알 수 있다.

5. 해석과 실험의 비교

5.1 고유진동수 비교

해석과 실험으로 구해진 CFRP 복합적층 외팔평판의 고유진동수를 Table 7에 비교하였다. 실험과 해석의 오차가 3.5~6.6% 이내로 고유진동수가 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 대표적인 오차의 원인으로는 센서의 질량이며 이는 실험에서 센서의 질량 증가로 인한 모델의 질량 증가로 고유진동수가 낮아진 것으로 생각된다.

Table 7 Comparison natural frequency of analysis and experiment

Mode	Analysis(Hz)	Experiment(Hz)	Error(%)
1	57	55	3.5
2	76	71	6.6
3	153	145.5	5

6. 결론

본 연구에서는 이산설계공간에서 실험계획법의 통계적인 방법으로 직교배열표를 반복 사용하여 최적화를 수행하는 알고리즘을 사용하여 CFRP 복합적층 외팔평판에 적용한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 직교배열표를 반복 사용하는 알고리즘을 적용하고, 분산분석을 통해서 유의한 인자와 그렇지 않은 인자를 분석하여 유의한 인자는 최적해로 두고, 유의하지 않은 인자에 대한 최적해를 찾을 수 없는 단점과 설계영역의 정보를 얻지 못하거나 국부적인 최적해에 빠질 가능성이 높은

연속설계공간에서의 경사도법 알고리즘에 대한 단점을 보완하여 알고리즘의 효율을 개선시킬 수 있었다.

2. CFRP 복합적층 외팔평판 모델의 1차 고유진동수가 최대가되는 최적적층각은 적층수에 상관없이 모두 90° 임을 알 수 있었다.

3. CFRP 복합적층 외팔평판 모델의 고유진동수에 대한 실험과 해석의 오차가 3.5~6.6%이내로 잘 일치하였다.

참고문헌

- (1) Chao, C. C., Koh, S. L., and Sun, C. T., 1975, "Optimization of Buckling Yield Strength of Laminated Composites", Journal of AIAA, Vol. 13, pp. 1131~1132.
- (2) Tauchert, T.R., and Adibhatla, S., 1984, "Design of Laminated Plates for Maximum Stiffness", Journal of Composite Materials, Vol. 18, pp. 58~69.
- (3) Lia, D. X., Sung, C. K., and Thomson, B. S., 1986, "The Optimal Design of Symmetric Laminated Beams Considering Damping", Journal of Composite Materials, Vol. 20, pp. 485~501.
- (4) Phadke, M. S., 1989, "Quality Engineering using Robust Design", Prentice-Hall.
- (5) M. E. Kim., D. H. Lee., 1999, "Analysis and Improvement of Interior Noise in a Passenger Car using Taguchi Orthogonal Array", Journal of KSNVE, Vol. 9, No. 5, pp. 998~1004.
- (6) Taguchi, G., 1999, "Robust Engineering : Learn how to Boost Quality while Reducing Cost & Time to Market", McGraw-Hill.
- (7) D. K. Hong., S. C. Choi., C. W. Ahn., 2003, "Robust Optimization Design of Crane with Constraint using the Characteristic Functions", Journal of KSPE, Vol. 20, No. 3, pp. 50~57.
- (8) M. H. Cho., H. I. Jung., 2001, "Verification of the Finite Element Model of an Automotive Exhaust System Using Modal testing", Autumn Annual Conference of KSNVE, pp. 665~670.