컴플렉스법에 의한 직접구동형서보밸브의 진상-지상 제어기 설계

이 성래†

Lead-Lag Controller Design of Direct Drive Servo Valve Using Complex Method

Seong-Rae Lee

Key Words: Direct Drive Servo Valve(직접구동형 서보밸브), Lead-Lag Controller(진상-지상 제어기), Complex Method(컴플렉스법), Constrained Direct Search(제약직접탐색)

Abstract

Direct drive servovalve(DDV) is a kind of one-stage valve since the rotary motion of DC motor is directly transferred to the linear motion of valve spool through the link. Since the structure of DDV is simple, it is less expensive, more reliable and offers reduced internal leakage and reduced sensitivity to fluid contamination. However, the flow force effect on the spool motion is significant such that it induces large steady-state error in a step response. If the proportional control gain is increased to reduce the steady-state error, the system becomes unstable. In order to satisfy the system design requirements, the lead-lag controller is designed using the complex method that is one kind of constrained direct search method.

기호설명

B_{eq} :제한각 DC모터 회전체 등가점성감쇠계수

C_d :스풀밸브 오리피스 유량계수

C_v :스풀밸브 오리피스 속도계수

$e_1(t)$, $e_2(t)$:부하압력이 0일 때와 $20.7Mpa$ 일 때의 오차신호

$f(x)$: 목적함수

$G_c(s)$:제어기 전달함수

$G_{OL}(s)$:직접구동형 서보밸브 시스템의 개루프 전달함수

†정회원, 건양대학교 기계공학과
E-mail : srlee@konyang.ac.kr
TEL : 041-730-5191
FAX : 041-736-4079

$G_p(s)$:직접구동형 서보밸브 시스템의 개루프 전달함수(제어기 제외)

$G_{lf}(s)$:전단필터 전달함수

H_i :제한각 DC모터 루프 전류측정기이득

H_{po} :스풀변위 측정기 정상상태이득

i :제한각 DC모터의 코일전류

I_c :제어기 출력전류

J_{eq} :제한각 DC모터 회전체 등가관성

K_b :제한각 DC모터 역기전력상수

K_d :출력미분피드백 전달함수 이득

K_{der} :출력미분피드백 전달함수 상수

K_{eq} :제한각 DC모터 회전체 등가유체 회전스프링상수

K_{ga} :제한각 DC모터 루프 전방경로 증폭기 이득

K_p :비례제어이득

K_{pm} :진상-지상제어기의 파라미터
K_t :제한각 DC모터 토크상수
K_{sf} :스풀밸브의 유체력에 의한 직선 스프링상수
L :제한각 DC모터 코일 인덕턴스
P_L :스풀밸브의 부하압력
P_s :스풀밸브의 공급압력
r :제한각 DC모터 회전축과 스풀 중심축 사이의 거리
R :제한각 DC모터 코일 저항
T_m :제한각 DC모터 출력토크
$V_d(t)$:목적함수에서 사용된 기준신호
V_e :스풀위치 오차전압신호
V_m :제한각 DC모터 인가전압
V_r :스풀위치 기준전압신호
V_{sf} :전단필터의 출력신호
V_x :스풀위치 측정전압신호
$V_{s1}(t)$, $V_{s2}(t)$:부하압력이 0일 때와 $20.7Mpa$ 일 때의 출력신호
w :밸브오리피스 개구면적 대 스풀변위비
$w_1(t)$, $w_2(t)$:부하압력이 0일 때와 $20.7Mpa$ 일 때의 가중치함수
x :목적함수의 파라미터 벡터(K_{der}, K_{pm}, α, β, τ_{lag}, τ_{lead})
x_v :스풀밸브의 스풀변위
$\alpha, \beta, \tau_{lag}, \tau_{lead}$:진상-지상제어기의 파라미터
ζ_L, ω_L :스풀변위측정기 감쇠비 및 비감쇠 고유진동수
$\theta, \frac{d\theta}{dt}, \frac{d^2\theta}{dt^2}$:DC모터회전각, 각속도, 각가속도
τ_{der} :출력미분피드백 전달함수의 1차필터 시간상수

1. 서 론

직접구동형 서보밸브는 Fig. 1에 나타난 것처럼 밸브제어기, 제한각 DC모터, 회전운동을 직선운동으로 변환시키는 기구, 스풀밸브 및 위치센서

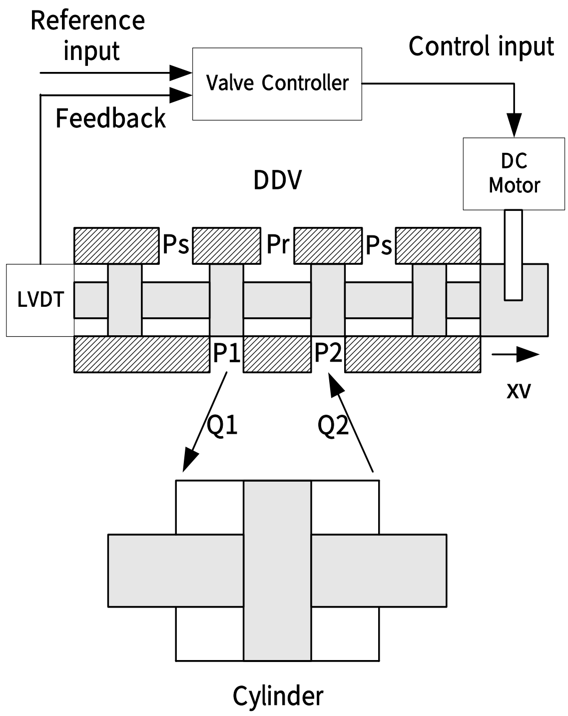

Fig. 1 Schematics of direct drive servo valve

(LVDT)로 구성되는 1단 밸브이다. 직접구동형 서보밸브는 직류전기모터의 회전토크를 이용하여 밸브스풀을 직접 구동시키므로 구조가 간단하고 값이 싸며 내부누유량이 적고 부품수가 적기 때문에 신뢰성이 증가한다. 반면에 1단밸브이기 때문에 밸브를 통과하는 유량의 크기에 따라 유체력이 밸브스풀에 크게 작용한다. 이에따라 비례제어를 적용한 경우 유체력이 작은 경우(부하압력이 최대)에는 스풀위치에 대한 정상상태오차가 작지만 유체력이 큰 경우(부하압력이 최소)에는 매우 큰 정상상태오차가 발생한다.

직접구동형 서보밸브의 설계요구조건인 주파수응답대역 120Hz 이상, 정상상태오차 2%이하 및 최대주파수응답크기비 3 dB이하를 만족시킬 수 있도록 여러종류의 제어기를 설계하였다. 가변구조제어기와 시간지연제어기는 모두 설계요구조건을 만족시켰으나 가변구조제어는 스풀변위센서 이외에 추가적으로 스풀속도센서 및 스풀가속도센서를 필요로 하는 단점이 있으며 시간지연제어는 샘플링 주기 1μs 이내에 많은 계산을 필요로 한다는 단점이 있다.[1] 비례제어기, 지상제어기,진상제어기, PID제어기로써는 설계요구조건을 만족시킬 수 없었으며 결국 전단필터와 진상-지상제어기를 적용함으로써 설계요구조건을 간신히 만

족시켰으나 적합한 제어기 파라미터 값을 찾는데 너무나 많은 시간이 소요되었다.(2)

본 논문은 적합한 진상-지상제어기의 최적 파라미터 값을 단 시간 내에 구하기 위해 직접탐색기법의 일종인 컴플렉스법(complex method)을 적용하였다.(3)

2. 직접구동형 서보밸브의 수학적 모델

2.1 제어기 및 전단필터

제어기는 스풀위치의 오차전압신호, V_e를 참고하여 적절한 제어전류, I_c를 출력시키며 이 제어전류는 제한각 DC모터를 구동시킨다.

$$I_c = G_c(s)\ V_e,\quad -3.69 \le I_c \le 3.69[A] \tag{1}$$

$$V_e = V_{rf} - V_x \tag{2}$$

아울러 시스템의 오버슈트를 감소시키기 위해 추가적인 앞섬보상을 적용하는 대신에 직접구동형 서보밸브시스템 루프 앞에 식(3)과 같은 1차 전단필터를 적용하였다.

$$G_{sf}(s) = \frac{1}{\tau_{sf}s+1},\quad \tau_{sf} = \frac{1}{2\pi \cdot 200}\ \text{sec} \tag{3}$$

2.2 DC모터 및 스풀밸브

DC모터에 인가된 제어기 출력전류는 식(4)에 나타난 것처럼 DC모터 코일에 흐르는 전류와 비교되어 증폭기를 거쳐 DC모터 인가전압, V_m으로 변환된다.

$$V_m = K_{ga} \cdot (I_c - H_i i),\ -24 \le V_m \le +24[V] \tag{4}$$

제한각 DC모터 전기회로에 대한 전압법칙은 식(5)와 같으며 제한각 DC모터의 회전출력토크는 식(6)과 같다.(4)

$$V_m = L \cdot \left(\frac{di}{dt}\right) + R \cdot i + K_b \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right) \tag{5}$$

$$T_m = K_t \cdot \cos\left(\frac{N\theta}{2}\right),\ N=4 \tag{6}$$

제한각 DC모터의 회전운동은 반지름이 r 인 미끄럼링크에 의해 밸브스풀의 직선운동으로 변환된다.

$$x_v = r \cdot \sin(\theta) \tag{7}$$

이에따라 제한각 DC모터의 회전축을 기준으로 하는 등가 회전 운동방정식은 다음과 표현된다.

$$T_m = J_{eq}\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) + B_{eq}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) + K_{eq}\theta \tag{8}$$

$$K_{eq} = r^2 \cdot K_{vf} \tag{9}$$

여기서 K_{vf}는 스풀밸브의 유체력에 의한 직선스프링상수이며 다음식으로 표현된다.(5)

$$K_{vf} = 2C_v C_d \cos(69^\circ)\, w(P_s - P_L) = 0.43w(P_s - P_L) \tag{10}$$

2.3 스풀변위 측정기

스풀변위 측정기로서 LVDT가 사용되며 사용중인 LVDT와 LVDT 신호처리장치의 카탈로그에 나타난 주파수응답곡선을 참고하여 다음의 2차 전달함수로 가정한다.

$$G_L(s) = \frac{V_x(s)}{x_v(s)} = \frac{H_{fo}}{\frac{s^2}{\omega_L^2} + \frac{2\zeta_L s}{\omega_L} + 1} \tag{11}$$

2.4 출력미분피드백 전달함수

직접구동형 서보밸브의 전기모터 회전부위나 스풀밸브의 직선운동부위에는 점성마찰이 매우

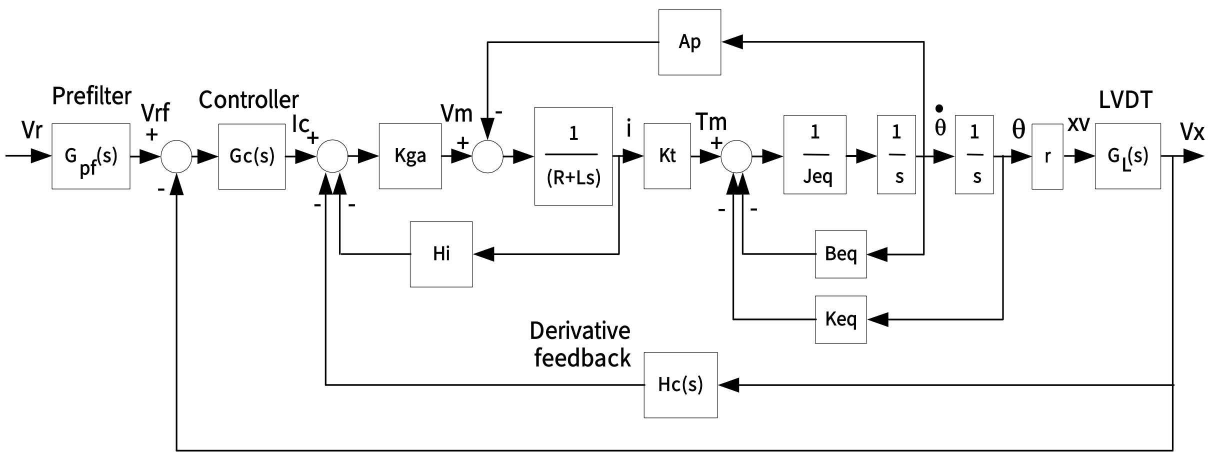

Fig. 2 The block diagram of direct drive servo valve

작기 때문에 기계적인 등가 점성감쇠계수는 거의 0 에 가까우며 이에따라 밸브시스템의 안정성을 증가시키기 위해 Fig. 2의 블록선도에서 피드백 경로에 출력미분피드백을 적용한다. 출력미분피드백전달함수는 식(12)와 같다.

$$H_c(s) = \frac{K_{der} \cdot (\tau_{der} s)}{\tau_{der} s + 1}, \quad K_d = K_{der} \cdot \tau_{der} \qquad (12)$$

2.5 시스템 개루프 전달함수

직접구동형 서보밸브의 수학적모델을 선형화시켜 블록선도를 작성하면 Fig. 2와 같이 나타난다. Fig. 2에 나타난 블록선도를 참고하여 직접구동형 서보밸브 시스템의 개루프 전달함수를 구하면 식(13)과 같다.

$$G_{OL}(s) = \frac{V_x(s)}{V_e(s)} = G_c(s) \cdot G_p(s) \qquad (13)$$

$$G_p(s=0) = \frac{K_{ga} \cdot K_t \cdot r \cdot H_{po}}{(R + K_{ga} \cdot H_i) \cdot K_{eq}}, \text{ if } K_{eq} \neq 0 \quad (14)$$

식(9)과 식(10)에서 부하압력이 0 인 경우에는 유체력이 최대가 되며 이에따라 등가유체회전스프링상수, K_{eq} 값은 최대가 된다. 부하압력이 공급압력과 같은 경우에는 유체력이 0 이 되며 등가유체회전스프링상수, K_{eq} 값은 0 이 된다는 것을 알 수 있다. 아울러 K_{eq} 값이 0 이 되면 식(13)에서 직접구동형 서보밸브시스템의 개루프 전달함수에 적분인자 1개가 발생한다.

식(13), 식(14), 표1을 참고하여 비례제어기, $G_c(s) = K_p$ 를 사용한 경우 직접구동형 서보밸브시스템의 단위계단입력에 대한 정상상태오차식은 식(15)와 같이 표현되며 부하압력이 0에서 $K_p = 1$ 인 경우 $e_{ss} = 18.3\%$, $K_p = 12$ 인 경우 $e_{ss} = 1.8\%$ 가 된다.

$$e_{ss} = \frac{(R + K_{ga} H_i) \cdot K_{eq}}{(R + K_{ga} H_i) \cdot K_{eq} + K_p K_{ga} K_t r H_{po}} \qquad (15)$$

Table 1 System constants of direct drive servo valve

$B_{eq} = 0,\ H_i = 1[A/A],$
$H_{po} = 101.04[V/cm],$
$J_{eq} = 5.6054e-4[N-cm-s^2/rad],$
$L = 4.5e-3[H],$
$K_b = 0.177[V/(rad/s)],$
$K_{eq} = 56.628[N-cm/rad]$
$(at\ \ P_L = 0,\ K_{ga} = 50[V/A],$
$\omega_{nLVDT} = 3000[Hz],\ \zeta_{LVDT} = 1$

3. 제어기 설계 및 컴퓨터 시뮬레이션 결과

3.1 해석적 Bode 방법에 의한 진상-지상제어기

해석적 Bode 방법은 주어진 보상 전의 개루프 전달함수에 1차 보상전달함수를 추가하여 보상 후의 개루프전달함수가 원하는 위상여유(PM)와 게인교차주파수를 갖도록 1차 보상전달함수의 영점과 극점을 구하는 것이다.[6] 단 1차 보상전달함수의 게인은 정상상태 오차 요구조건을 만족시키도록 사용자가 미리 결정해야 한다.

해석적 Bode 방법을 적용한 결과 진상-지상제어기의 파라미터는 다음과 같이 구해졌다. 결과적으로 제어기의 전달함수는 식(16)과 같다.[2]

$$G_c(s) = \frac{K_{pu}\alpha(\tau_{lag}s+1)(\tau_{lead}s+1)}{(\alpha \cdot \tau_{lag}s+1)(\frac{\tau_{lead}}{\beta}s+1)} \qquad (16)$$

$$K_P = K_{pu} * \alpha \ \ , K_{pu} = 6, \alpha = 2.4, \beta = 11.6,$$

$$\tau_{lead} = 1/(2\pi \times 182), \tau_{lag} = \frac{1}{(2\pi \times 12)}, K_{du} = 0$$

Fig. 3은 전단필터가 적용된 진상-지상제어시스템의 비선형성을 모두 고려한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 시뮬레이션 소프트웨어로서는 SIMNON을 사용하였다.[7]

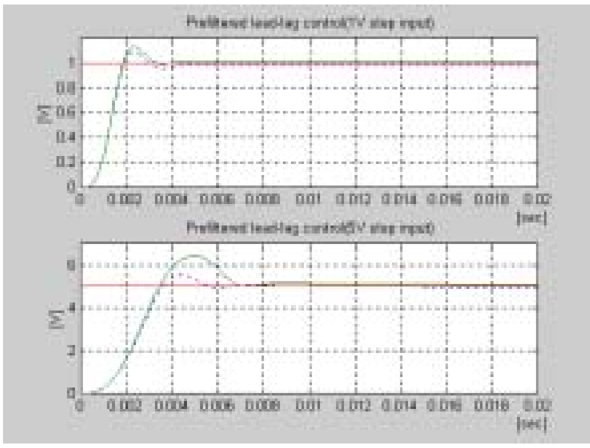

Fig. 3 Step response, $V_x(t)$ of lead-lag control system with prefilter(dotted line: $P_L = 0$, solid line: $P_L = 20.7MPa$, $1V = 0.099mm$) : $K_{pu} = 6\ A/V$, $\alpha = 2.4$, $\beta = 11.6$, $K_{der} = 0$, $\tau_{sf} = \frac{1}{2\pi \cdot 200}$ sec, $\tau_{lag} = \frac{1}{2\pi \cdot 12}$ sec, $\tau_{lead} = \frac{1}{2\pi \cdot 182}$ sec

Fig. 3에서 위 그림은 기준입력이 1V인 경우의 계단응답을 나타내며 부하압력이 $0MPa$ 인 경우는 점선으로 표시하고 부하압력이 $20.7MPa$ (3000psi)인 경우는 실선으로 표시하였다. 아래 그림은 기준입력이 5V인 경우의 계단응답을 나타냈다. Fig. 3에서 응답속도는 충분히 만족할만하며 부하압력이 $0MPa$ 인 경우t=0.02초에서 오차가 1.67%(기준입력 1V) 및 0.82%(기준입력 5V)로서 설계요구조건 2%를 만족한다. 부하압력이 $20.7MPa$ 인 경우 시간 t=0.02초에서 오차는 -0.41%(기준입력 1V) 및 -1.18%(기준입력 5V)로서 설계요구조건 2%를 만족한다. 그러나 부하압력이 $20.7MPa$ 이고 기준입력이 5V인 경우에는 28.4%의 오버슈트가 발생한다.

3.2 컴플렉스법에 의한 진상-지상제어기

컴플렉스법(complex method)은 제약직접탐색법(constrained direct search method)의 일종으로서 목적함수의 도함수를 필요로 하지 않기 때문에 비선형성이 심한 목적함수를 최소화시키는 파라미터를 구하는데 적합하다. 컴플렉스법의 알고리즘을 간단히 설명하면 다음과 같다.[3]

1) P 개의 유용한 점들(feasible points)을 구한다. 각 점은 N 개의 원소로 구성되며 N은 파라미터의 개수를 의미한다. 일반적으로 $P=2N$ 이다. 유용한 점이란 그 점의 모든 원소들이 상한경계와 하한경계 사이에 있고 또한 그 점에 대한 제약함수값이 제약함수의 상한경계와 하한경계 사이에 있어야 한다.

2) P 개의 점 중에서 함수값이 최대인 점을 찾고 그 점의 함수값이 최대값보다 작아질 때까지 그 점을 점진적으로 이동시키며 이동된 점이 유용한 점이 아니면 유용한 점으로 만들면서 이동시킨다.

3) 종료조건을 조사한다. 종료조건이 만족되지 않으면 2)로 간다.

컴플렉스법에 사용된 목적함수는 식(17)과 같으며 오차신호의 절대치에 가중치 함수를 곱한 것을 적분한 것이다. 여기서 두개의 오차신호와 두개의 가중치 함수가 존재하는 것은 직접구동형 서보밸브 시스템의 개루프 전달함수가 부하압력이 하한치 0과 상한치 $20.7MPa$ 에서 매우 다르더라도 제어기는 이를 극복하고 설계요구조건을 만족시켜야 하기 때문이다. 식(18)과 식(19)에 나타난 $e_1(t)$, $e_2(t)$, $V_{s1}(t)$, $V_{s2}(t)$는 각각 부하압력이 0일 때와 $20.7Mpa$ 일 때의 오차신호와 출력신호를 나타내며 식(21)과 식(22)에 나타난 $w_1(t)$, $w_2(t)$는 각각 부하압력이 0일 때와 $20.7MPa$ 일 때의 가중치함수를 나타낸다. 오차신호에서 비교되는 기준신호는 $V_r(t)$대신에 식(20)에 나타난 3차 전달함수를 통과한 신호 $V_d(t)$로 하였다.

목적함수:

$$f(x) = \int_0^{t_f} w_1(t) \cdot |e_1(t)| dt + \int_0^{t_f} w_2(t) \cdot |e_2(t)| dt \quad (17)$$

$$e_1(t) = V_d(t) - V_{s1}(t) \quad (18)$$

$$e_2(t) = V_d(t) - V_{s2}(t) \quad (19)$$

$$\frac{V_d(s)}{V_r(s)} = \frac{1}{(\tau_d s+1)(\frac{s^2}{\omega_d^2} + \frac{2\zeta_d s}{\omega_d} + 1)} \quad (20)$$

$$\tau_d = 0.001\,\mathrm{sec},\ \zeta_d = 0.5,\ \omega_d = 2\pi \cdot 150\ rad/\mathrm{sec}$$

$$w_1(t) = 2 \cdot (t_f - t) \quad (21)$$

$$w_2(t) = t \quad (22)$$

목적함수를 최소화시키기 위해 총 6개의 파라미터값을 변화시켰으며 해당 파라미터는 식(16)에 나타난 진상-지상제어기의 $K_{pm}, \alpha, \beta, \tau_{lag}, \tau_{lead}$ 와 식(12)에 나타난 출력미분피드백 전달함수의 K_{der} 이다. 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 탐색 결과 최적 파라미터값은 다음과 같다.

$$K_{pm} = 6.41\ A/V, \quad \alpha = 15.15, \quad \beta = 21.26,$$

$$\tau_{lag} = \frac{1}{2\pi \cdot 3.65}\ \mathrm{sec}, \quad \tau_{lead} = \frac{1}{2\pi \cdot 166.36}\ \mathrm{sec}$$

최적 파라미터값을 적용하여 직접구동형 서보밸브의 계단응답을 구한 결과가 Fig. 4에 나타나 있다.

Fig. 4에서 응답속도는 충분히 만족할만하며 부하압력이 $0MPa$ 인 경우 t=0.02초에서 오차가 1.70%(기준입력 1V) 및 0.66%(기준입력 5V)로서 설계요구조건 2%를 만족한다. 부하압력이 $20.7MPa$ 인 경우에도 시간 t=0.02초에서 오차는 0.66%(기준입력 1V) 및 -1.90%(기준입력 5V)로서 설계요구조건 2%를 만족한다. 그리고 부하압력이 $20.7MPa$ 이고 기준입력이 5V인 경우에는 17%의 오버슈트가 발생한다. Fig. 3에 나타난 해석적 Bode방법에 의한 제어기 설계 결과와

Fig. 4에 나타난 컴플렉스법에 의한 제어기 설계 결과를 비교하면 응답속도나 정상상태오차는 비슷하게 나타나지만 오버슈트 면에서는 컴플렉스법에 의한 제어기 설계가 더 양호하다는 것을 알 수 있다.

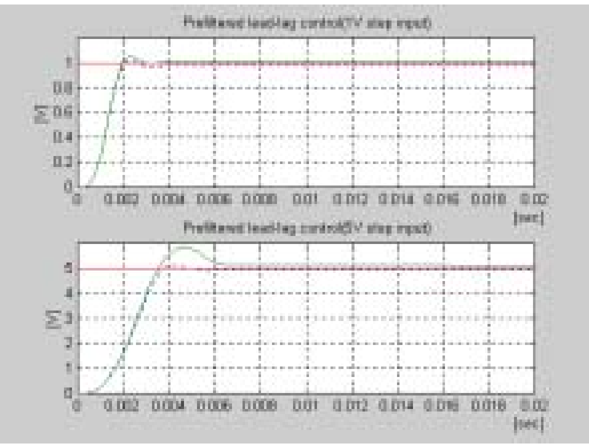

Fig. 4 Step response, $V_x(t)$ of lead-lag control system with prefilter(dotted line: $P_L=0$, solid line: $P_L=20.7MPa$, $1V=0.099mm$): $K_{pu}=6.41A/V$, $\alpha=15.15$, $\beta=21.26$, $K_{der}=0.25$, $\tau_{sf}=\frac{1}{2\pi \cdot 200}$ sec, $\tau_{lag}=\frac{1}{2\pi \cdot 3.65}$ sec, $\tau_{lead}=\frac{1}{2\pi \cdot 166.36}$ sec

4. 결 론

직접구동형 서보밸브의 설계요구조건인 정상상태오차 2% 이하와 주파수 응답대역 120 Hz이상을 만족시킬 수 있도록 전단필터가 적용된 진상-지상 제어기를 설계하였으며 적절한 제어기 파라미터값을 구하기 위해서 직접탐색방법인 컴플렉스법을 적용하였다.

해석적 Bode방법에 의해 진상-지상 제어기를 설계하는 경우에는 선형화된 전달함수를 기준으로 제어기를 설계하기 때문에 비선형성이 심한 시스템에 적용할 때 많은 시행착오와 경험을 필요로 한다.

해석적 Bode방법에 의한 제어기 설계와 컴플렉스법에 의한 제어기 설계를 비교한 결과 응답속도나 정상상태오차는 비슷하게 나타났으나 오버슈트 면에서는 컴플렉스법에 의한 제어기 설계가 더 양호하다는 것을 알 수 있었다. 아울러 제어기의 설계 기간에서도 컴플렉스법에 의한 제어기 설계 기간이 훨씬 단축되었다.

참고문헌

(1) Lee, S. R., Kim, J. Y., Kim, C. B., 2000, “Study for the Controller Design of a Direct Drive Servo Valve," Proceedings of the 15th KACC, CD 179rd.hwp

(2) Lee, S. R., Choi, H. Y., Moon, E. J, 2002, “Classical Controller Design of Direct Drive Servo Valve Using Analytical Bode Method,” Transactions of the KSME, Vol.26, No.4, pp.754~763.

(3) Reklaitis, G. V., Ravindran, A., Ragsdell, K., 1983, M., *Engineering Optimization Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Inc.

(4) Fleisher, W. A., 1989, "Brushless Motors for Limited Rotation," Machine Design, December 7.

(5) Merritt, H. E., 1967, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley and Sons, Inc.

(6) Shahian, B., Hassul, M., 1993, *Control System Design Using MATLAB*, Prentice Hall.

(7) Elmqvist, H., Astrom, K. J., Schonthal, T., Wittenmark, B., 1990, *SIMNON User's Guide for MS-DOS Computers*, SSPA Systems.