

# 위상최적화를 이용한 압전형 마이크로 액츄에이터의 구조설계

채진식<sup>†</sup> · 민승재<sup>\*</sup>

## Structural Design of Piezoelectric Microactuator Using Topology Optimization

Jinsic Chae and Seungjae Min

**Key Words :** Topology Optimization(위상최적설계), Piezoelectric Microactuator(압전형 마이크로 액츄에이터), Homogenization Design Method(균질화설계법), Mean Transduction(평균변환량)

### Abstract

In this study, the topology optimization is applied to the design of a piezoelectric microactuator satisfying the specific mean transduction ratio(MTR). The optimization problem is formulated to minimize the difference between the specified and the current mean transduction ratio. In order to analyze the response of the piezoelectric-structure coupled system, both the structural and the electric potential are considered in the finite element method. The optimization problem is resolved by using Sequential Linear Programming(SLP) and the results of test problems show that the design of a piezoelectric microactuator with specified mean transduction ratio can be obtained.

### 1. 서론

압전형 마이크로 액츄에이터는 입력전압에 대하여 압전소자의 변위를 출력변위로 변환하고 증폭시키는 기구로, 기존의 전자 구동 액츄에이터와 비교하여 발열량 및 소음이 적고 빠른 응답속도의 실현과 소형 경량화가 가능한 장점을 갖고 있어 그 수요가 늘어나는 추세이다.

압전형 마이크로 액츄에이터의 설계는 압전소자와 연결된 구조물의 탄성거동의 복잡성으로 인하여 초기 설계단계부터 설계자의 직관 및 경험에 의존하게 된다. 따라서 반복 설계과정이 필요하며 여기에 추가적인 시간과 노력이 소모된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 압전형 마이크로 액츄에이터의 체계적인 설계방법에 대한 연구가 진행되어 왔다. Xu<sup>(1)</sup> 등은 간단한 해석적 모델과 실험적 기법을 사용하여 압전형 액츄에이터의 연결 구조물을 개발하였다. 그 후 Onitsuka<sup>(2)</sup> 등

은 액츄에이터의 형상파라미터를 최적화하는 연구를 수행하였으며, 출력변위 및 발생력 응답곡선을 얻기 위하여 유한요소법을 이용하였다. 그러나 이 경우 특정한 위상을 가진 연결 구조물을 미리 선택하였기 때문에 치수최적화 문제로 제한될 수 밖에 없었다. 한편 Silva<sup>(3,4)</sup>와 Nishiwaki<sup>(5)</sup> 등은 Bendsøe 와 Kikuchi<sup>(6)</sup>가 제안한 균질화설계법을 적용하여 압전형 마이크로 액츄에이터의 위상최적화를 수행하였다. 이들은 압전형 마이크로 액츄에이터의 출력변위의 정식화를 위하여 평균변환량(mean transduction)을 정의하였고 이를 최대화함으로써 탄성 구조물의 유연성을 고려한 압전형 마이크로 액츄에이터의 구조 설계방법을 제안하였다. 그러나 이들이 제안한 방법은 평균변환비를 고려하지 않고 평균변환량만을 최대화하여 압전형 마이크로 액츄에이터를 설계하였기 때문에 압전소자의 입력부분과 출력부분의 변위비에 따라 액츄에이터에 초과응력이 발생하거나 의도한 기능을 수행하지 못할 수 있다.

따라서 본 연구에서는 설계자가 원하는 특정 평균변환비를 만족하는 압전형 마이크로 액츄에이터의 설계방법을 제안하고자 한다. 또한 압전

<sup>†</sup> 한양대학교 대학원 기계설계학과

<sup>\*</sup> 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : seungjae@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0457 FAX : (02)2298-4634

형 마이크로 액츄에이터 출력부분의 하중과 반력에 대하여 액츄에이터가 충분한 강성을 유지하도록 강성 최대화<sup>(4)</sup>를 목적함수에 추가하여 다목적 최적화 문제를 정의하고, 균질화설계법을 이용하여 최적화 알고리즘을 적용한다. 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여 유연성 액츄에이터 (flexensional actuator)설계를 수행한다.

### 2. 압전소자의 유한요소해석

압전형 마이크로 액츄에이터의 구조설계를 수행하기 위해서는 압전소자와 연결 구조물의 거동해석이 필요하다. 본 연구에서는 2 차원 4 절점 압전 유한요소를 사용하였으며 압전-구조 연성을 동시에 고려한 일반적인 정식화를 유도하였다. 또한 압전형 마이크로 액츄에이터가 첫 번째 공진주파수보다 낮은 주파수에서 작동하도록 설계하여 관성에 의한 영향을 무시할 수 있으므로 정적해석으로 모델링하였다. 선형 압전소자 해석을 위한 유한요소식<sup>(7)</sup>은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{\phi u} \\ \mathbf{K}_{u\phi} & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{K}_{uu}$ ,  $\mathbf{K}_{\phi u}$ ,  $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ 는 각각 강성, 압전, 유전율 행렬을 나타내며,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{U}$ ,  $\Phi$ 는 각각 절점에서의 하중, 전하량, 변위 및 전기적 포텐셜을 나타낸다.

### 3. 평균변환량과 평균변환비의 정의

#### 3.1 평균변환량의 정의

Fig. 1 과 같이 하중과 경계조건이 주어진 임의의 설계영역  $\Omega$ 을 고려한다. 설계영역에서 변위가 고정된 경계를  $\Gamma_u$ 로 나타낼 경우,  $\Gamma_\phi$ 는 전기적 포텐셜이 제로인 경계를 나타낸다. Fig. 1 case (a)는 경계  $\Gamma_{d_1}$ 에 경계전하  $d_1$ , 경계  $\Gamma_{t_1}$ 에  $t_1$ 의 표면력

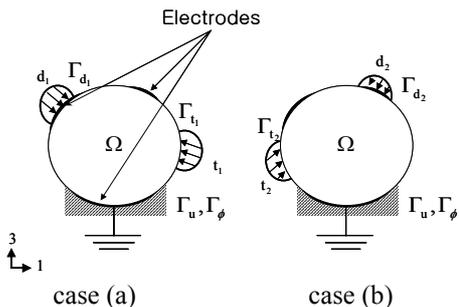


Fig. 1 An extension of the reciprocal theorem to piezoelectricity

이 작용하는 경우이고, Fig. 1 case (b)는 경계  $\Gamma_{d_2}$ 에 경계전하  $d_2$ , 경계  $\Gamma_{t_2}$ 에  $t_2$ 의 표면력이 작용하는 경우이다. 설계영역에서의 체력(body force)은 정식화의 단순화를 위하여 무시한다. 변위 및 전기적 포텐셜의 분포는 case (a)의 경우  $u_1, \phi_1$ , case (b)의 경우  $u_2, \phi_2$ 로 정의한다.

설계영역에 경계전하  $d_1$ 과 표면력  $t_1$ 을 먼저 적용시키고 이를 일정하게 유지하며 경계전하  $d_2$ , 표면력  $t_2$ 를 적용시켰을 경우 설계영역에 저장된 전체 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi_1 = & \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{t_1}} t_1 \cdot u_1 d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{d_1}} d_1 \phi_1 d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_{t_1}} t_1 \cdot u_2 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_1}} d_1 \phi_2 d\Gamma \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{t_2}} t_2 \cdot u_2 d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{d_2}} d_2 \phi_2 d\Gamma \end{aligned} \quad (2)$$

한편 하중의 순서를 바꿔 설계영역에 경계전하  $d_2$ , 표면력  $t_2$ 를 먼저 적용시키고 이를 일정하게 유지하며 경계전하  $d_1$ 과 표면력  $t_1$ 을 적용시켰을 경우 설계 영역에 저장된 전체 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi_2 = & \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{t_2}} t_2 \cdot u_2 d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{d_2}} d_2 \phi_2 d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_{t_2}} t_2 \cdot u_1 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_2}} d_2 \phi_1 d\Gamma \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{t_1}} t_1 \cdot u_1 d\Gamma + \frac{1}{2} \int_{\Gamma_{d_1}} d_1 \phi_1 d\Gamma \end{aligned} \quad (3)$$

두 가지 경우에 대하여 설계 영역에 저장된 전체 포텐셜 에너지는 동일하므로, 이를 이용하여 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} L_1(u_2, \phi_2) &= \int_{\Gamma_{t_1}} t_1 \cdot u_2 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_1}} d_1 \phi_2 d\Gamma \\ &= \int_{\Gamma_{t_2}} t_2 \cdot u_1 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_2}} d_2 \phi_1 d\Gamma \\ &= L_2(u_1, \phi_1) \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서  $L_1(u_2, \phi_2)$  (또는  $L_2(u_1, \phi_1)$ )를 평균변환량(mean transduction)으로 정의<sup>(4)</sup>하며, 이는 탄성학에서의 상반이론(reciprocal theorem)을 압전소자에 대하여 확장시킨 것이다. 한편 이산화된 설계영역에서 평균변환량은 다음과 같은 행렬식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 &L_1(U_2, \Phi_2) \\
 &= U_2^T F_1 + \Phi_2^T Q_1 \\
 &= \begin{Bmatrix} U_2^T \\ \Phi_2^T \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & -K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ \Phi_1 \end{Bmatrix} \quad (5) \\
 &= \begin{Bmatrix} U_1^T \\ \Phi_1^T \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & -K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_2 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} \\
 &= U_1^T F_2 + \Phi_1^T Q_2 \\
 &= L_2(U_1, \Phi_1)
 \end{aligned}$$

여기서  $U_i, \Phi_i, F_i, Q_i (i=1, 2)$ 는 각각 노드에서의 변위와 전기적 포텐셜, 노드에 가해지는 힘과 전하량을 나타내며,  $K_{uu}, K_{\phi u}, K_{\phi\phi}$ 는 압전소자의 유한요소에 관한 식(1)에서와 같다.

3.2 평균변환비의 정의

평균변환비(Mean Transduction Ratio)는 일반적인 종래 강체기구에서 사용되던 입·출력변위비(geometrical advantage)를 응용한 개념으로 Fig. 2와 같이 압전소자에 가해진 전하 하중( $d$ )에 대하여 압전소자의 입력변위를  $S_{in}$ , 연결 구조물( $\Omega$ ) 출력방향으로의 변위를  $S_{out}$ 이라 할 때 입력부분 압전소자의 변위와 출력부분 변위의 비를 의미하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$MTR = \frac{S_{out}}{S_{in}} \quad (6)$$

4. 균질화설계법

균질화설계법<sup>(5,6,8)</sup>은 미시구조의 특성으로부터 거시적으로 균질화된 복합재료의 물성을 구하는 기법으로 최적구조설계문제를 최적재료분포문제로 전환하여 문제를 해결한다.

고정된 설계영역에서 Fig. 3과 같은 단위 셀(unit cell)의 미세구조를 표현하는 구멍크기를 설계변수  $a, b$ 와 회전각  $\theta$ 로 정하고, 구멍이 없을 경우( $a=b=0$ )와 구멍만 있을 경우( $a=b=1$ ) 및 중간

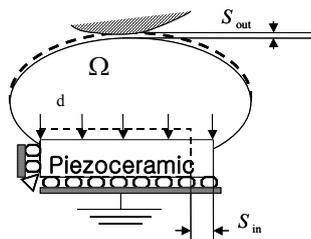


Fig. 2 Mean transduction ratio

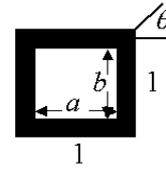


Fig. 3 Unit cell of a microstructure

크기를 갖는 경우를 표현하여 단위 셀을 구멍의 상대적인 크기와 구멍의 방향을 나타낸다. 이러한 단위 셀에서 미세구조변형의 특성함수가 포함된 탄성계수 관계식을 만족하는 특성함수를 구하고, 계산된 특성함수를 이용하여 미세구조를 대표하는 균질화된 탄성계수  $E^H$ 를 구한다. 구해진 균질화된 탄성계수  $E^H$ 를 2 차원의 경우 식(7)을 이용하여  $\theta$ 만큼 단위 셀을 회전변환하여 최종적으로 균질화된 탄성계수  $E^G$ 를 구한다.

$$E^G = R(\theta)^T E^H R(\theta) \quad (7)$$

따라서, 여기서 구한 균질화된 단위셀의 탄성계수  $E^G$ 는 미세구조의 단위 셀의 설계변수인  $a, b$ 와  $\theta$ 로 결정할 수 있다.

5. 다목적 최적화문제 정의

본 연구에서 다목적 최적화문제의 정식화를 위하여 Fig. 4와 같은 세가지 하중조건을 정의하였다. Fig. 4(a)는 경계전하  $d_1$ 이 작용하는 경우에 대하여 출력방향으로 단위하중  $F_2$ 를 가한 경우이다. 이때의 평균변환량은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 L_1(U_2, \Phi_2) &= \Phi_2^T Q_1 \\
 &= \Phi_2^T K_{\phi u} U_1 - \Phi_2^T K_{\phi\phi} \Phi_1 \quad (8) \\
 &= U_1^T K_{uu} U_2 + U_1^T K_{u\phi} \Phi_2 \\
 &= U_1^T F_2 = L_2(U_1, \Phi_1)
 \end{aligned}$$

여기서  $F_2$ 가 단위하중이므로 식(8)에서 구하여진 평균변환량은 액추에이터의 출력방향 변위와 같다. 한편 Fig. 4(b)는 경계전하  $d_1$ 이 작용하는 경우에 대하여 압전소자의 입력변위 방향으로 단위하중  $F_3$ 를 가한 경우이며 이때의 평균변환량은 다음과 같이 구해질 수 있다.

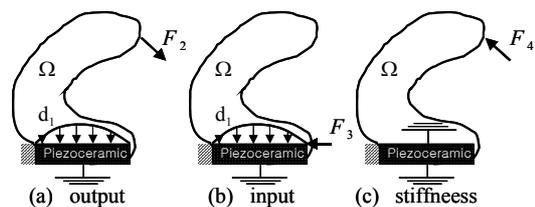


Fig. 4 Load cases

$$\begin{aligned}
L_1(U_3, \Phi_3) &= \Phi_3^T Q_1 \\
&= \Phi_3^T K_{\phi u} U_1 - \Phi_3^T K_{\phi\phi} \Phi_1 \\
&= U_1^T K_{uu} U_3 + U_1^T K_{u\phi} \Phi_3 \\
&= U_1 F_3 = L_3(U_1, \Phi_1)
\end{aligned} \tag{9}$$

여기서  $F_3$ 가 단위하중이므로 식(9)의 평균변환량은 액츄에이터 압전소자의 입력변위와 같다. 따라서 식(6)에서 정의된 평균변환비는 식(8)과 식(9)의 비로 표현할 수 있다.

설계자가 목표로 설정한 특정 평균변환비를  $MTR^*$ 라 할 때,  $MTR^*$  값과 계산된 액츄에이터의 평균변환비 사이의 차이를 최소화하기 위하여 다음과 같은 최적화문제를 정의할 수 있다.

$$\min \left( MTR^* - \frac{L_2(U_1, \Phi_1)}{L_3(U_1, \Phi_1)} \right)^2 \tag{10}$$

한편 Fig. 4(c)는 액츄에이터 구동시 출력부분의 반력을 고려하기 위하여 출력방향과 반대 방향으로 단위하중  $F_4 (= -F_2)$ 을 작용시킨 경우이다. 이때 압전소자의 입력전하 부분은 접지시킨 상태 ( $Q_4 = 0$ )를 유지한다. 이와 같은 하중조건을 고려하여 평균굴성을 나타내면 다음과 같다<sup>(4)</sup>.

$$\begin{aligned}
U_4^T F_4 &= U_4^T K_{uu} U_4 + U_4^T K_{u\phi} \Phi_4 \\
&= \begin{Bmatrix} U_4^T \\ \Phi_4^T \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\phi} \\ K_{\phi u} & -K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_4 \\ \Phi_4 \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{11}$$

여기서 식(11)은 식(5)에 의하여  $L_4(U_4, \Phi_4)$ 로 나타낼 수 있다. 식(11)의 평균굴성은 주어진 설계영역에서 구조물의 강성을 나타내는 척도로 이를 최소화시킴으로써 구조물의 강성을 최대화할 수 있다. 따라서 강성에 대한 최적화문제는 반력  $F_4$ 에 대해 평균굴성을 최소화함으로써 정의된다.

$$\min L_4(U_4, \Phi_4) \tag{12}$$

따라서 다목적 최적화문제는 식(10), (12)에 가중값  $w$ 를 적용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
\min w \left( MTR^* - \frac{L_2(U_1, \Phi_1)}{L_3(U_1, \Phi_1)} \right)^2 \\
+ (1-w)L_4(U_4, \Phi_4)
\end{aligned} \tag{13}$$

구속조건으로는 각 하중에 대한 평형방정식과 체적구속조건이 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{\phi u} \\ K_{u\phi} & -K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ \Phi_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ Q_i \end{Bmatrix} \tag{14}$$

where  $i=1,2,3,4$

and  $F_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 0$

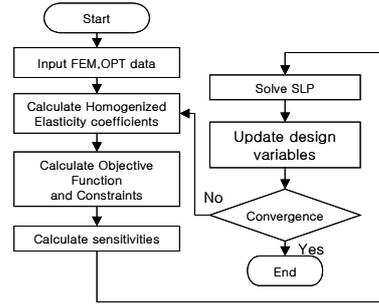


Fig. 5 Flowchart of optimization algorithm

$$\sum_{i=1}^n (1 - a_i b_i) \Omega_i \leq \Omega^* \tag{15}$$

where  $0 \leq a_i < 1, 0 \leq b_i < 1$

여기서  $\Omega^*$ 는 체적 구속량을 나타낸다.

## 6. 최적화 알고리즘

본 연구에서는 많은 설계변수와 복잡한 목적함수로 정의된 최적화문제에 적합한 순차적 선형계획법(SLP)을 이용하여 최적설계문제를 해결한다. 최적화 문제를 선형화하기 위하여 평균변환량  $L_2(U_1, \Phi_1)$ ,  $L_3(U_1, \Phi_1)$ 와 평균굴성  $L_4(U_4, \Phi_4)$ 의 설계변수  $x$ 에 대한 감도<sup>(4)</sup>는 다음과 같다.

$$\frac{\partial L_2(U_1, \Phi_1)}{\partial x} = -U_2^T \frac{\partial K_{uu}}{\partial x} U_1 \tag{16}$$

$$\frac{\partial L_3(U_1, \Phi_1)}{\partial x} = -U_3^T \frac{\partial K_{uu}}{\partial x} U_1 \tag{17}$$

$$\frac{\partial L_4(U_4, \Phi_4)}{\partial x} = -U_4^T \frac{\partial K_{uu}}{\partial x} U_4 \tag{18}$$

이동극한값은 안정적인 수렴을 위하여 설계변수의 10%로 설정하고, 반복과정 중 적절한 해를 찾지 못하는 경우 1/2 만큼 이동극한값을 줄이며, 최종 이동극한값보다 작아지거나 전체 반복횟수에 도달할 경우 종료한다. 전체적인 최적화 알고리즘의 순서도는 Fig. 5와 같다.

## 7. 설계 예

본 연구에서 제안한 방법을 유연성 액츄에이터(Flexensional Actuator)설계에 적용하였다. 설계영역으로 압전소자와 연결된 탄성 구조물을 고려하였다. 이때 목표체적을 전체 설계영역의 30%로 설정하고, 각 요소의 초기 설계변수는 목표체적 30%를 만족하는 값으로 동일하게 설정하였다



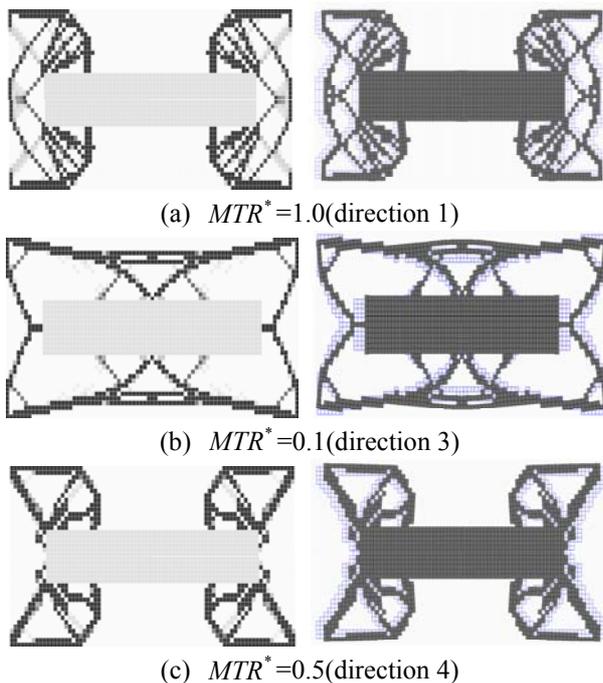


Fig. 9 Optimal solution and deformation of the flextensional actuator

변환비가 0.5 에서 1.5 로 커짐에 따라서 액츄에이터의 출력변위를 증가시키기 위하여 연결구조물 출력부분의 형태가 점점 길어지는 것을 알 수 있다. 액츄에이터의 동작은 액츄에이터 변형을 통하여 확인 할 수 있다.

### 7.3 출력방향에 따른 결과

아래방향((2)번 방향) 이외에 나머지 방향((1), (3), (4)번 방향)에 대한 위상최적설계를 수행하였다. 이는 액츄에이터의 작업환경이 제한되어 있을 경우 액츄에이터 출력방향 자유도 및 출력변위를 설계자가 원하는 정도로 제어할 수 있음을 보여준다. Fig. 9 는 각 방향에 대하여 얻어진 최적위상을 나타낸다. Fig. 9 (a)는 압전소자의 입력방향과 동일한 방향의 출력방향을 가지는 액츄에이터 구조물의 위상을 나타낸다. 목표 평균변환비는 1.0 으로 입력변위와 같은 크기의 출력변위를 가진다. 이에 비하여 Fig. 9 (b)와 (c)는 입력변위 방향과 다른 출력방향을 가지며 평균변환비가 각각 0.1 과 0.5 로써 변위감소 기능을 가지는 액츄에이터의 레이아웃을 보여준다.

## 8. 결론

본 연구에서는 위상최적화기법을 이용하여 설계자가 설정한 평균변환비를 만족하는 압전형 마이크로 액츄에이터의 구조 설계가 가능함을 보여주었다.

압전형 마이크로 액츄에이터의 입력방향과 출력방향의 평균변환량을 이용하여 평균변환비를 정의하고, 계산된 평균변환비와 설계자가 설정한 평균변환비와의 차이를 최소화하였다. 또한 액츄에이터의 구조적 강성을 고려하여 평균굴성 최소화를 목적함수에 추가한 다목적 최적화문제를 구성하였다. 구성된 최적화문제를 균질화설계법과 순차적 선형계획법을 이용하여 위상최적화 알고리즘을 구현하였다.

제안된 방법을 설계예제에 적용시킴으로써 기존의 방법보다 설계자의 목적에 부합하는 압전형 마이크로 액츄에이터를 설계할 수 있음을 확인할 수 있었다.

## 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Xu, Q. C., Dogan, A., Tressler, J. F., Yoshikawa, S. and Newnham, R. E., 1991, "Ceramic-Metal composite actuator". *Proceeding of IEEE 1991 Ultrasonic Symposium*, pp. 923-928.
- (2) Onitsuka, K., Dogan, A., Tressler, J. F., Xu, Q., Yoshikawa, S. and Newnham, R. E., 1995, "Metal-Ceramic composite transducer, The "Moonie"", *Journal of Intelligent Material System and Structures*, Vol. 6, pp. 447-455.
- (3) Silva, E. C. N., Fonseca, J. S. and Kikuchi, N., 1997, "Optimal design of piezoelectric microstructures", *Computational Mechanics*, Vol. 19, pp. 397-410
- (4) Silva, E. C. N., Nishiwaki, S. and Kikuchi, N. 2000, "Topology Optimization of Flextensional Actuators", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, Vol. 47, No. 3.
- (5) Nishiwaki, S., Frecker, M. I., Min, S. and Kikuchi, N., 1998, "Topology Optimization of Compliant Mechanisms Using the Homogenization Method," *Int. J. Numer. Mech. Engineering.*, Vol. 42, pp. 535~559.
- (6) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197~224.
- (7) Naillon, M., Coursant, R. H. and Besnier, F., 1983, "Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method", *Acta Electronica*, Vol.25, pp. 341-362.
- (8) Bendsøe, M. P., 1995, "Optimization of Structural Topology, Shape, and Material," *Springer*.