

엇갈린 리브가 부착된 열전달면의 수치최적설계

김홍민[†] · 김광용^{*}

Numerical Optimization of Heat Transfer Surfaces with Staggered Ribs

Hong-Min Kim and Kwang-Yong Kim

Key Words : Shape Optimization(형상 최적화), Turbulent Heat Transfer(난류열전달), Response Surface Method(반응면기법), Staggered Rib(엇갈린 리브)

Abstract

In this study, a numerical optimization to find the optimal shape of streamwise periodic ribs mounted on both of the principal walls is performed to enhance turbulent heat transfer in a rectangular channel. The optimization is based on Navier-Stokes analysis of flow and heat transfer with $k-\epsilon$ turbulence model and is implemented using response surface method. The width-to-height ratio of a rib, rib height-to-channel height ratio, rib pitch to rib height ratio and distance between opposite ribs to rib height ratio are chosen as design variables. The object function is defined as a function of heat transfer coefficient and friction drag coefficient with weighting factor. Optimum shapes of the rib have been investigated for the range of 0.0 to 0.1 of weighting factor.

기호설명

A : 리브간 엇갈린 거리
 D : 채널의 높이
 f : 마찰계수
 F : 목적함수
 F_{Nu} : 열전달 목적함수
 F_f : 마찰 목적함수
 H : 리브의 높이
 Nu : 국부 누셀트 수
 Nu_a : 평균 누셀트 수
 P_i : 리브간 거리

Re : 레이놀즈 수
 U_b : 체적속도
 W : 리브의 폭
 y_i : 설계변수
 ρ : 유체의 밀도
 a_i : 다항식의 계수
 η : 반응값
 ω : 가중계수

1. 서론

유동장 내에 난류발생을 촉진시켜 열전달을 증진시키기 위해 열교환기, 가스냉각 장치, 전자부품 냉각장치 및 터빈 블레이드의 내부 냉각 등에서 주기적인 유동간섭물(rib)을 열전달면 상에 부착하고 있다. 그러나, 열전달 성능을 향상시키기 위해 인위적으로 유동장에 설치된 구조물은 열전

[†] 회원, 인하대학교 대학원 기계공학과
 E-mail : khm@inhavision.inha.ac.kr
 TEL : (032)860-7317 FAX : (032)868-1716
^{*} 인하대학교 기계공학과

달 성능의 향상과 함께 불가피하게 마찰계수의 증가를 야기하므로, 설계자의 의도에 부합되는 열전달면의 형상설계를 위해서는 열전달 계수와 마찰계수를 동시에 고려해야만 한다.

양쪽 벽에 리브가 설치된 유동장 내에서의 열전달 성능에 대한 실험적인 연구로, Taslim 과 Wadsworth⁽¹⁾는 Fig. 1과 2에 나타난 바와 같이 리브가 양쪽 벽에 엇갈리게 설치된 경우(staggered)에 대해, 리브의 폭과 높이의 비(W/H)를 1.0으로 고정시키고, 유로막힘률(H/D)과 리브간 거리 대 리브의 높이비(Pi/H)를 변화시켜가며 13가지 형상에서의 열전달 성능을 비교하였다. 그들은 H/D가 증가할수록 열전달 성능이 향상되고, Pi/H가 8.5인 경우 최대의 열전달 성능을 나타낸다고 보고하였다. Sato 등⁽²⁾은 리브의 폭과 높이의 비(W/H)와 리브의 높이에 대한 채널의 높이(H/D)를 각각 1.0과 0.2로 고정시키고, Fig. 1에서 보는 바와 같이 양쪽 벽에 리브가 대칭(symmetry)으로 부착된 경우와 비대칭(unsymmetry)인 경우, 그리고 엇갈린 위치인 경우(staggered)에 대해 열전달 성능을 비교하였다. 열전달 계수는 모든 형상에 대해 유동과 충돌하는 리브의 상부 모서리에서 최대값을 가지며, 유동이 재부착되는 위치에서 증가하고, 엇갈린 위치에 부착된 경우 최대의 열전달 성능을 나타낸다고 보고하였다.

실험적 연구와 더불어 수치해석적인 연구도 활발히 수행되었는데, Webb과 Ramadhyani⁽³⁾는 리브가 양쪽 벽에 엇갈리게 설치된 경우에 대해, 레이놀즈수, H/D, Pi/D 및 Prandtl 수가 열전달 성능 및 마찰계수의 변화에 미치는 영향을 분석하였다. 열전달 성능은 레이놀즈수와 H/D, Prandtl 수에 비례하여 증가하며, H/D가 0.25, Pi/H가 6.0인 경우 최대값을 갖는다고 보고하였다. 또한, Lopez 등⁽⁴⁾과 Kelkar와 Patankar⁽⁵⁾도 이와 유사한 계산결과를 제시하였는데, 특히 Lopez등은 H/D가 0.7 이상인 경우 열전달 증가에 따른 압력손실이 상당함을 지적하였다.

위에서 설명한 실험적, 수치해석적 연구는 선택된 몇 가지 형상에 대해 각각의 설계변수가 열전달 성능 및 압력강하에 미치는 영향을 평가하였을 뿐, 모든 설계변수의 영향을 동시에 고려하여 설계변수의 최적값을 유도해 내지는 못하였다. 이에 반해, 열전달면의 설계에 최적화의 개념을 도입한 연구로, Kim과 Kim⁽⁶⁾은 이차원 열 및

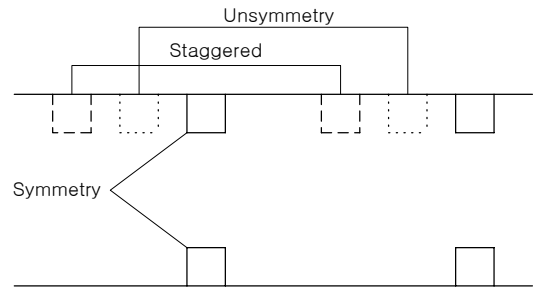


Fig. 1 Rib geometries

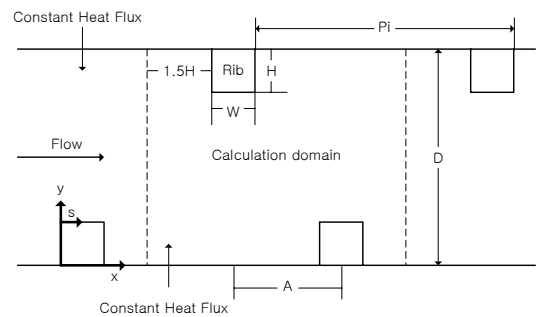


Fig. 2 Coordinate system, design variables and calculation domain

유동해석과 목적함수의 구배를 바탕으로 하는 수치최적화기법(gradient-based optimization method)을 결합하여 한 쪽 벽면에 리브가 부착된 경우에 대한 최적설계를 수행하였다. 그들은 W/H와 Pi/H를 설계변수로 선정하고, 열전달 계수와 마찰계수로 정의된 목적함수를 최소화함으로써 최적의 열전달면 형상을 설계하였다.

본 연구에서는 양쪽 벽에 리브가 부착된 경우에 대해, 리브의 폭 대 리브의 높이비(W/H), 리브의 높이 대 채널의 높이비(H/D), 리브간 거리 대 리브의 높이(Pi/H) 그리고 리브의 엇갈림비(A/H) 등 네 개의 설계변수에 대해 이차원 열 및 유동해석과 수치최적화기법으로 구배법에 비해 최근 그 장점들이 부각되고 있는 반응면기법(Response surface method)⁽⁷⁾을 결합하여, 최적설계를 수행하였다. 목적함수는 열전달 계수와 마찰계수의 선형 결합으로 구성하였고, 설계자의 의도를 반영하기 위한 가중계수를 도입하였다.

2. 유동해석

2.1 지배방정식 및 수치해석방법

본 연구에서는 이차원 유로를 지나는 정상상

태, 비압축성 유동에 대한 연속방정식, 운동량방정식, 그리고 주기적인 온도상승을 고려한 수정된 에너지방정식 등, Kim과 Kim⁽⁶⁾ 이 사용한 것과 동일한 지배방정식을 사용하였다. 난류모델로는 표준 k-ε 모델을 이용하였으며, 지배방정식의 이산화에는 SIMPLE 방법을 사용하였다.

2.2 경계조건

본 연구에서는 Fig. 2와 같이, 주기적으로 반복되는 유동장의 한 피치를 계산영역으로 채택하였으므로, 입구와 출구의 대응되는 위치에서 압력을 제외한 모든 물리량의 크기가 동일한 주기조건을 사용하였고, 벽근처에서는 유동장과 온도장에 모두 경험적인 벽법칙을 바탕으로 하는 벽합수를 사용하여 계산시간을 절감하였다.

열전달 해석을 위한 경계조건으로 리브를 제외한 양쪽 벽을 통해 600W/m²의 일정한 열유속이 유입되도록 하였고, 리브 표면에서는 Webb과 Ramadhyani⁽³⁾의 실험으로부터 산출한 열유속을 사용하였다.

3. 최적설계

3.1 반응면 기법

반응면기법⁽⁸⁾은 실제실험 또는 수치해석의 결과를 이용하여 목적함수를 다항 함수로 근사화하는 통계적 기법으로 반응면을 구성하는 반응면함수는 다음과 같은 다항식의 형태로 구성된다.

$$\eta = \alpha_0 + \sum_{j=1}^n \alpha_j y_j + \sum_{j=1}^n \alpha_{jj} y_j^2 + \sum_{i \neq j}^n \alpha_{ij} y_i y_j \quad (1)$$

여기서 y_i 는 설계변수, η 는 측정된 반응값이고, n 은 설계변수의 수를 나타낸다. 위 식의 계수는 실험 또는 수치해석의 결과로부터 최소자승법 (least square method)을 사용하여 결정된다.

주어진 설계공간 상에서 반응면을 구성하는데 필요한 실험점을 결정하기 위한 실험설계법 (design of experiment)으로 본 연구에서는 D-optimal 기법을 사용하였다.

3.2 설계변수

Fig. 2와 같은 채널유동에서의 형상변수는 모두 5개로 채널 높이(D), 리브높이(H), 리브폭(W), 리

Table 1 Design variables and design spaces

Design variable	Lower bound	Upper bound
W/H	0.2	2.0
H/D	0.1	0.3
A/H	0.0	3.5
PH	1.0	3.0

브의 엇갈림 거리(A) 및 리브간 거리(Pi)이다. 따라서 W/H, H/D, A/H 및 PH(=Pi/7.0H)로 정의되는 네 개의 설계변수를 사용하였으며 반응면을 구성하는 데 필요한 평가점들을 얻기 위한 각 설계변수의 범위는 Table 1에 나타낸 바와 같다.

3.3 목적함수

목적함수는 열전달 효과와 압력강하를 동시에 고려하기 위해 가중법을 이용하여 열전달 계수와 마찰계수의 조합으로 다음과 같이 정의하였다.

$$F = F_{Nu} + \omega F_f \quad (2)$$

위 식의 우변 첫째항은 열전달 효과를 나타내며 평균 Nusselt 수의 역수로 정의된다.

$$F_{Nu} = \frac{1}{Nu_a}, \quad Nu_a = \frac{\int_{s_0}^{s_0 + Pi + 2H} Nu/Nu_s ds}{Pi + 2H} \quad (3)$$

이며, Nu_s 는 매끈한 원관 내에서 완전발달된 난류유동에 대한 Dittus-Boelter 식을 나타낸다.

우변의 두 번째 항은 마찰손실의 영향을 나타내는 항으로 Webb과 Eckert⁽⁹⁾는 다음과 같이 정의하였다.

$$F_f = \left(\frac{f}{f_0} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4)$$

여기서,

$$f = \frac{\Delta p D}{2\rho U_b^2 Pi}, \quad f_0 = 2(2.23 \ln Re - 4.639)^{-2} \quad (5)$$

이며, f_0 는 매끈한 관에서 완전발달된 유동에 대한 마찰계수이다.

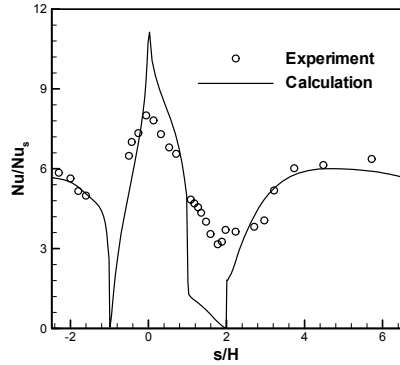


Fig. 3 Comparison of predicted and measured local Nusselt number distributions

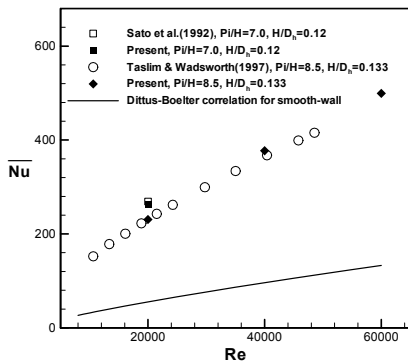


Fig. 4 Rib-averaged Nusselt number

위 식에서 ω 는 설계자의 의도에 따라 조절 가능한 가중계수(weighting factor)이며 각각의 목적함수가 동일한 차수로 표현되도록 0.0 ~ 0.1의 범위를 선택하였다.

4. 결과 및 검토

4.1 해석의 정확성 검증

Fig. 3은 Nusselt수에 대해 Sato 등⁽²⁾의 실험값과 계산값의 비교를 나타내고 있다. 계산된 Nusselt수는 리브의 표면에서 실험값과 차이를 보이고 있는데, 이는 리브의 표면에서의 열유속 분포를 가정했기 때문이며, 정성적으로는 만족할 만한 성능을 보이고 있다. 또한, 리브 사이의 벽에서는 비교적 정확히 실험값과 일치하고 있다. 열전달 계수의 실험값과 계산값의 분포에 다소의 차이는 있으나, 본 연구에서는 평균 Nusselt수를 이용하여 목적함수를 구성하였으므로 최적설계를 수행하기에는 비교적 만족할 만한 결과로 판단된다.

Fig. 4는 레이놀즈수에 따른 리브표면에서의 평

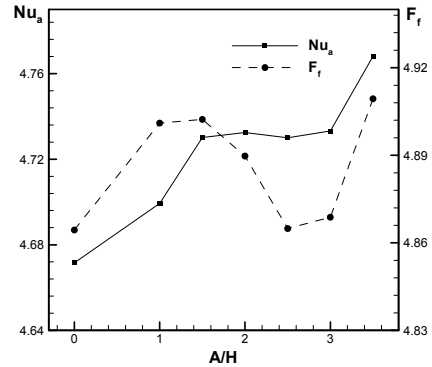


Fig. 5 Effect of A/H on Nusselt number and friction factor with W/H=1.0, H/D=0.1 and PH=1.0

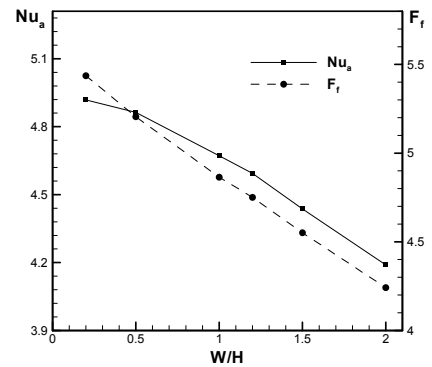


Fig. 6 Effect of W/H on Nusselt number and friction factor with A/H=0.0, H/D=0.1 and PH=1.0

균 Nusselt 수를 Taslim과 Wadsworth⁽¹⁾와 Sato 등⁽²⁾의 실험값과 비교한 결과를 나타내는데, 실험결과를 상당히 정확하게 예측하고 있음을 알 수 있다.

4.2 민감도 분석(Sensitivity Analysis)

최적설계에 앞서 Fig. 5와 Fig. 6에 각 설계변수에 대한 목적함수의 성분인 열전달 계수와 마찰 계수의 민감도를 시험한 결과를 나타내었다.

Fig. 5는 비대칭도인 리브간 거리와 리브의 높이의 비로 정의되는 A/H의 변화에 따른 평균 Nusselt 수와 마찰계수의 변화를 나타낸다. 양쪽 벽에 부착된 리브의 엇갈림 정도에 대해 열전달 계수와 마찰계수는 모두 민감한 변화를 나타내고 있으며, 특히 마찰계수는 시험된 구간에서 최대치와 최소치가 존재함을 알 수 있다.

Fig. 6은 리브의 폭과 높이의 비로 정의되는 W/H의 변화에 따른 평균 Nusselt 수와 마찰계수의 변화를 나타낸다. W/H의 증가에 대해 목적함

Table. 2 Results of ANOVA and regression analysis

ω	R^2_{adj}	Std. error of the estimate
0.02	0.962	1.149E-02

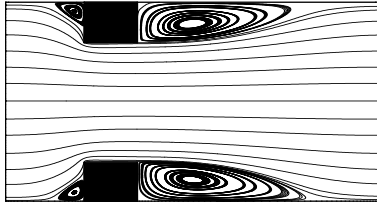


Fig. 7 Streamlines for in-line arrangement (A/H=0.0, H/D=0.2, W/H=1.0 and PH=1.0)



Fig. 8 Optimum shape for $\omega=0.02$

수의 두 성분이 주어진 범위에서 모두 거의 선형적으로 감소하는 경향을 보이고 있다. 이를 통해 열전달 성능의 향상은 마찰계수의 증가를 유발하여 두 가지 목적값의 타협을 통한 최적설계가 이루어져야 함을 확인할 수 있다.

4.3 최적설계 결과

Table 2에는 가중계수가 0.02인 경우에 대해 ANOVA와 회귀분석의 결과를 나타내었다. 반응면 기법에 의한 반응값이 정확히 예측된 경우 $0.9 \leq R^2_{adj} \leq 1.0$ 을 갖는다고 알려져 있다⁽¹⁰⁾. 따라서 본 연구에서 형성된 반응면과 설계변수의 최적값은 신뢰할 만한 수준인 것으로 판단된다.

Fig. 7은 최적설계의 기준이 되는 형상에 대한 유선분포를 나타내며, Fig. 8은 가중계수가 0.02인 경우 최적화된 형상과 유선분포를 나타낸다.

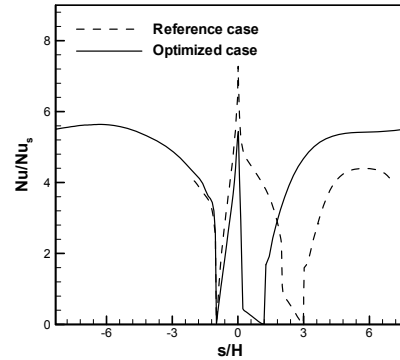


Fig. 9 Optimized Nusselt number distribution for $\omega=0.02$

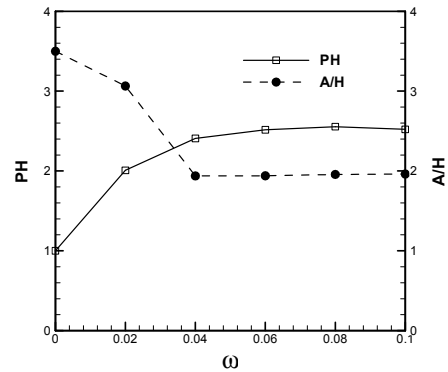


Fig. 10 Optimal values of PH and A/H with weighting factor

Table 3은 최적설계 결과를 나타내고 있는데, 최적화된 형상에서 열전달 성능을 나타내는 벽면에서의 평균 Nusselt 수는 기준형상에 비해 31% 향상되었고, 마찰계수는 22% 증가하였으며 이 결과 목적함수는 16% 감소하였다.

Fig. 9에 기준형상과 최적화된 형상의 Nusselt수 분포를 비교하였다. Nusselt수의 최대값은 최적화된 형상에서 감소하지만, 리브 사이의 벽을 통한 열전달이 증가함으로써 전체적인 열전달 성능이 향상됨을 볼 수 있다.

Fig. 10은 가중계수에 따른 PH와 A/H의 최적값을 나타낸다. 가중계수가 0.04 이하인 경우, 가중계수의 증가에 따라 PH는 증가하고, A/H는 감소

Table. 3 Result of optimization for $\omega=0.02$

	Design variable				Nu_a	F_f	Object function value
	A/H	H/D	W/H	PH			
Reference	0.0	0.1	2.0	1.0	3.4015	3.039	0.35476
Final	3.003	0.158	0.2	2.007	4.4523	3.709	0.29745

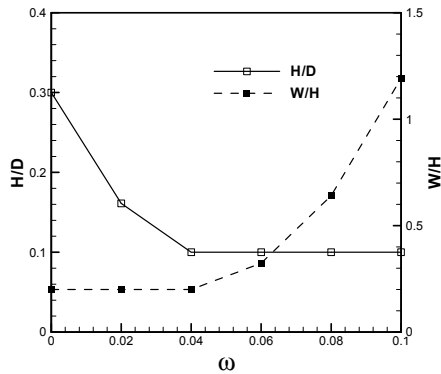


Fig. 11 Optimal values of H/D and W/H with weighting factor

하는 경향을 보이며, 가중계수가 0.04보다 큰 경우는 최적값이 일정한 값을 가지는 경향을 보이고 있다.

Fig. 11은 가중계수에 따른 H/D와 W/H의 최적값을 나타내고 있다. 설계자의 의도가 열전달 증가인 경우, 즉 가중계수가 작은 경우는 W/H가 감소하고, H/D가 증가함으로써 리브의 형상이 핀(fin) 모양으로 변해감을 볼 수 있다.

5. 결론

표준 $k-\epsilon$ 모델을 이용한 난류열전달 해석과 수치최적설계기법인 반응면 기법을 결합하여 사각 채널의 양쪽 벽에 리브가 부착된 열전달면의 형상 최적화를 수행하였다. 리브의 폭 대 리브의 높이비(W/H), 리브의 높이 대 채널의 높이비(H/D), 리브의 엇갈림비(A/H) 및 리브간 거리 대 리브의 높이(PH)를 설계변수로 사용하였고, 목적함수는 무차원화된 열전달 계수와 마찰계수의 합수로 구성하였으며, 설계자의 의도를 반영하기 위해 가중계수를 도입하였다. 최적설계에 앞서 열전달해석의 정확성을 검증하였으며, D-optimal 기법을 이용하여 36개의 실험점을 선택하였고, 이를 바탕으로 최적설계를 수행하여 가중계수가 0.0 ~ 0.1의 범위에 대한 설계변수의 최적값을 도출하였다.

본 연구에서 제시된 수치해석과 최적설계기법의 결합은 열전달면의 형상설계 도구로서 유용하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- (1) Taslim, M. E. and Wadsworth, C. M., "An Experimental Investigation of the Rib Surface-Averaged Heat Transfer Coefficient in a Rib-Roughened Square Passage," ASME Journal of Turbomachinery, Vo. 119, (1997), pp. 381-389
- (2) Sato, H., Hishida, K., and Maeda, M., "Characteristics of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Rectangular Channel With Repeated Rib Roughness," Exp. Heat Transfer, Vol. 5, (1992), pp. 1-16
- (3) Webb, B. W. and Ramadhyani, S., "Conjugate Heat Transfer in a Channel With Staggered Ribs," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, No. 9, (1985), pp. 1679-1687
- (4) Lopez, J. R., Anand, N. K. and Fletcher, L. S., "Heat Transfer in a Three-Dimensional Channel With Baffles," Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 30, (1996), pp. 189-205
- (5) Kelkar, K. M. and Patankar, S. V., "Numerical Prediction of Flow and Heat Transfer in a Parallel Plate Channel With Staggered Fins," J. Heat Transfer, Vol. 109, (1987), pp. 25-30
- (6) Kim, K. Y. and Kim, S. S., "Shape Optimization of Rib-Roughened Surface to Enhance Turbulent Heat Transfer," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 45, (2002), pp. 2719-2727
- (7) Shyy, W., Papila, N., Vaidyanathan, R. and Tucker, K., "Global Design Optimization for Aerodynamics and Rocket Propulsion Components," Progress in Aerospace Sciences, Vol. 37, (2001), pp. 59-118
- (8) Myers, R. H. and Montgomery, C. C., "Response Surface Methodology : Progress and Product Optimization Using Designed Experiments," John Wiley & Sons. (1995).
- (9) Webb, R. L. and Eckert, E. R. G., "Application of Rough Surfaces to Heat Exchanger Design," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, (1972), pp. 1647-1658
- (10) Guinta, A. A., "Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design of Experimental Theory and Response Surface Modeling Methods," Ph. D. Dissertant, Department of Aerospace Engineering, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA. (1997).