

# 가변형 임계 노즐유동에 관한 기초적 연구

김재형<sup>†</sup> · 김희동\* · 박경암\*\*

## A Fundamental Study of a Variable Critical Nozzle Flow

Jae-Hyung KIM<sup>†</sup>, Heuy-Dong KIM\* and Kyung-Am PARK\*\*

**Key Words :** Compressible Flow(압축성 유동), Variable Critical Nozzle(가변 임계노즐), Choke(초크), Discharge Coefficient(유출 계수), Boundary Layer(경계층)

### Abstract

The mass flow rate of gas flow through critical nozzle depends on the nozzle supply conditions and the cross-sectional area at the nozzle throat. In order that the critical nozzle can be operated at a wide range of supply conditions, the nozzle throat diameter should be controlled to change the flow passage area. This can be achieved by means of a variable critical nozzle. In the present study, both experimental and computational works are performed to develop variable critical nozzle. A cone-cylinder with a diameter of  $d$  is inserted into conventional critical nozzle. It can move both upstream and downstream, thereby changing the cross-sectional area of the nozzle throat. Computational work using the axisymmetric, compressible Navier-Stokes equations is carried out to simulate the variable critical nozzle flow. An experiment is performed to measure the mass flow rate through variable critical nozzle. The present computational results are in close agreement with measured ones. The boundary layer displacement and momentum thickness are given as a function of Reynolds number. An empirical equation is obtained to predict the discharge coefficient of variable critical nozzle.

### 1. 서 론

노즐을 통하는 기체 유동은 노즐의 압력비가 어느 정도 큰 경우에 압축성 유동의 대표적인 특징 중의 하나인 초크(choke)현상<sup>(1)</sup>이 발생한다. 이러한 초크현상은 유로의 최소 단면적 부분에서 발생하며, 유동이 초크하는 경우 유동의 속도가 국소 음속과 같아져, 최대 유량이 얻어진다.

기체 유동의 초크현상을 이용한 임계노즐(critical nozzle)은 노즐의 상류유동 조건만으로 유량을 용이하게 얻을 수 있는 기구로, 최근 유량측정의 정확도와 유용성으로 인해, 현재 각종 반도체 제조공정이나 기타 화학공정 등의 분야에서 날

로 활용이 증대되고 있다. 노즐을 통하는 기체유동의 초크현상은 일차원 기체역학 이론으로부터 예측할 수 있으나, 실제 유동에서 발생하는 점성의 효과, 열전달의 효과 및 유동의 비정상 등으로 인해, 이론적으로 얻어지는 유량과 실제의 유량 즉 유출계수는 1.0 보다 작아지게 된다. 더욱이 소형의 임계노즐을 통하는 기체유동의 초크현상이나 질량 유량을 실험적으로 조사하기 위해서는 고도의 정밀한 계측장비와 실험장치가 요구되며, 실험 조건 등에도 세심한 주의가 요구된다. 이는 경계층 유동 및 유동장의 비정상성 등이 필연적으로 관여하기 때문이다. 따라서 임계노즐의 보다 정확한 사용조건을 알기 위해서는 압축성 유동에 관한 충분한 지식이 필요하다.

최근에 수행된 임계노즐 유동에 관한 연구에 의하면, Ishibashi 등<sup>(2)</sup>은 유출계수와 레이놀즈 수와의 관계를 규명하였으며, Choi 등과 Park 등<sup>(3)</sup>은 저 레이놀즈수의 영역에서 임계노즐 유동의 유출계수(discharge coefficient)와 임계압력비(critical pressure ratio)를 실험적으로 조사한 바 있다. Von Lavante 등

<sup>†</sup> 안동대학교 기계공학과 대학원

E-mail : kimhd@andong.ac.kr

TEL : (054)820-5622 FAX : (054)823-5495

\* 안동대학교 기계공학과

\*\* 한국 표준과학연구원 유체유동그룹

(4)은 임계노즐의 비정상효과를 실험 및 수치해석적 방법으로 연구하였다. 또 Kim 등<sup>(5, 6)</sup>은 최근 유한체적법을 이용하여, 임계노즐 유동을 예측하였으며, 임계노즐 유동에 미치는 비정상성의 효과를 모사하여, 레이놀즈수의 영역에서 유동의 비정상 초크현상을 상세하게 조사하였다.

이러한 연구결과에 의하면, 임계노즐을 통한 유출계수와 임계 압력비는 노즐 상류의 상태량들에 의해 얻어지는 레이놀즈수의 함수로 주어질 수 있다. 이것은 레이놀즈수가 비교적 큰 경우에는 일차원 이론 예측으로 유출계수를 산출할 수 있다는 것을 의미한다.

한편 임계노즐을 통하는 기체유동의 경우, 노즐 목에서 유동이 초크하게 되므로 유량은 노즐 상류의 유동조건에 의하여 결정된다. 구체적으로 기체의 종류가 주어지는 경우, 노즐입구의 전압과 전온도 그리고 임계노즐의 단면적이 주어지는 경우, 노즐을 통하는 유량을 용이하게 얻을 수 있다. 이러한 편이성으로 인해 최근 임계노즐은 유량측정기의 검정이나 정밀한 유량계측을 위한 표준기구로서 활용되고 있다. 이 경우 노즐 상류에서 유동조건 즉 압력이나 온도조건이 변화하는 경우에 다른 크기의 임계노즐을 제작하여 활용하여야 한다. 따라서 넓은 범위의 유량영역에서 사용되는 각종 유량계를 검정하기 위해서는 다수의 임계노즐이 필요하게 되어, 효과적이 못하다.

본 연구에서는 하나의 임계노즐을 사용하여, 넓은 유량범위에서 운전할 수 있는 가변형 임계노즐을 개발하기 위한 기초적 연구로, 실험 및 수치계산을 수행하였다. 실험에서는 종래의 임계노즐 내부에 직경이 작은 실린더를 임계노즐의 축방향으로 삽입하여, 실린더의 직경이나, 실린더의 형태를 큰(cone)과 같은 형태로 하여, 임계노즐의 목단면적을 변화시킬 수 있도록 하여, 유량을 계측하였다. 또 수치계산에서는 Kim 등<sup>(6)</sup>에 의하여 최근에 수행된 임계노즐유동의 해석법을 활용하여, 실험결과와 비교하였다. 그 결과 임계노즐 내부에 실린더를 삽입하는 경우에, 유출계수는 실린더 벽면을 따라 발생하는 경계층의 영향으로 인해 다소 낮아졌으나, 적절한 보정을 거친다면 가변형 임계노즐은 넓은 범위의 유량영역을 계측할 수 있는 것으로, 그 유용성을 확인할 수 있었다.

## 2. 실험장치 및 방법

Fig. 1 은 본 연구에 사용된 실험장치의 개략도로 한국표준과학연구원에 설치되어 있는 상압기체 표준유량 시스템이다. 압축기에 의해 압축된 공기는 2 단계의 건조를 거쳐, 임계노즐 상류에 설치된 압력조절기에 의해 일정한 정체압력으로 공급되며, 압력과 온도 센서로 정체 온도와 압력을 측정한다.

임계노즐 하류에는 밸브를 설치하여 배압을 조절하게 된다. 이때 임계노즐을 통하는 질량유량은 이중 원통으로 구성되어 있는 벨 푸루버를 사용하여 측정하였다. 임계노즐을 통한 질량유량의 수집 시간은 외통 지지부에 부착한 광학 센서를 사용하여 타이머로 측정하며, 체적유량을 질량유량으로 환산하기 위하여 벨 푸루버 내부의 압력과 온도를 측정하였다.

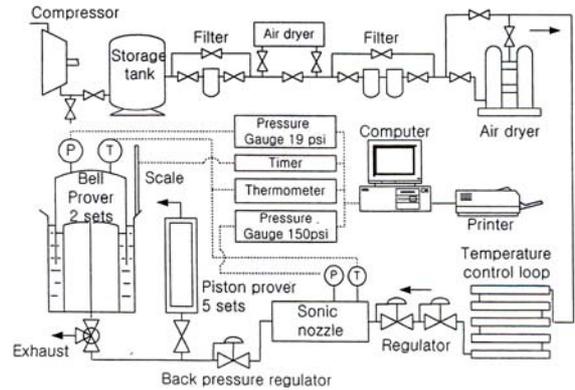


Fig. 1 Schematic diagram of gas flow measurement standard system at KRISS

## 3. 수치해석법 및 경계조건

수치계산에서는 축대칭 압축성 Navier-Stokes 방정식에 유한체적법을 적용하였다. 수치계산에서 사용된 적분방정식의 형태는 문헌 (6)의 경우와 동일하다.

지배방정식들은 대류항은 upwind scheme, 시간항의 적분은 4 단계 Runge-Kutta 법을 적용하였다. 한편 임계노즐 벽 근처의 유동을 적절히 모사하기 위하여,  $k-\epsilon$  standard 난류 모델과 standard wall function 을 적용하였다.

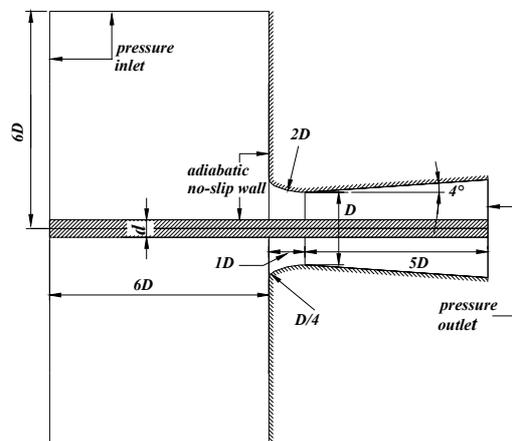


Fig. 2 Schematic diagram of a critical nozzle

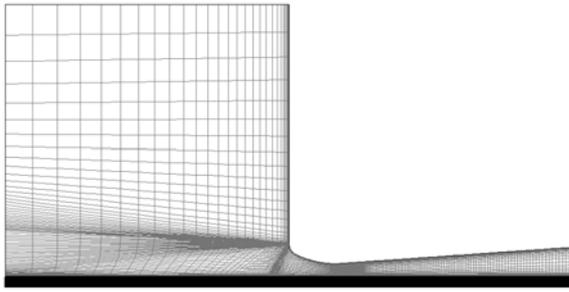


Fig. 3 Typical grid system

Fig. 2 는 본 연구에 사용된 실린더를 설치한 임계노즐의 개략도이다. 노즐 목의 직경( $D$ )은  $8.4639mm$  이며, 노즐 목의 곡률 반경은  $2D$  이다. 유동은 길이  $6D$ , 높이  $6D$  인 정체실을 지나 노즐로 유입된다. 노즐의 확대반각은  $4^\circ$  이며, 노즐의 축소부 길이는  $1D$ , 확대부의 길이는  $5D$  이다. 이때 노즐목의 직경을 변화시키기 위하여 축방향으로 삽입된 실린더의 직경은  $d=7.89mm$  이다. 실린더를 삽입하여, 노즐목의 단면적을 변화시키는 가변형 임계노즐의 유출계수를 효과적으로 비교하기 위하여, 본 수치계산에서는 실린더를 삽입한 경우와 동일한 단면적을 가지는 임계노즐에 대해서도 계산을 수행하였으며, 이때 사용된 임계노즐의 등가직경  $D_{eff}=0.00282$  이다.

Fig. 3 은 본 수치계산에 적용된 가변형 임계노즐의 격자계이다. 계산 격자는 대략 3 만개 정도이며, 경계층의 영향이 지배적인 노즐의 벽면과 실린더 벽면, 그리고 유동이 초크할 것으로 예상되는 노즐 목부분에 격자를 집중시켰다. 노즐의 입구에는 pressure inlet 조건, 출구에는 pressure outlet 조건을 각각 적용하였으며, 노즐 벽면과 실린더 벽면은 단일 no-slip 벽 조건을 적용하였다. 수치계산에서 작동 기체는 공기(비열비 1.4)를 사용하였으며, 노즐 상류의 정체 조건으로 압력( $p_o$ )는 2.5, 3.5, 4.5 및 5.5kPa 까지 변화시켰다. 노즐 상류의 정체온도  $T_o=300K$  로 고정하였으며, 노즐의 배압(back pressure,  $p_b$ )은 101kPa 로 대기압으로 유지하여, 계산을 수행하였다. 본 수치계산에서 유동은 노즐의 중심축에 대하여 대칭형태이므로, 유로의 상반부에 대해서만 계산을 수행하였으며, 수치해가 수렴하기까지 약 4,000 회의 반복 계산이 수행되었다.

한편 노즐을 통하는 기체유동을 일차원 등엔트로피 유동이라 가정하면, 이상기체 방정식을 사용하여 계산된 이론 유량( $\dot{m}_{theo}$ )식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{m}_{theo} = A \times \sqrt{\frac{\gamma}{RT_o}} \times p_o \times \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (1)$$

여기서  $A$  는 노즐 목의 단면적,  $R$  은 기체상수이며  $\gamma, p_o, T_o$  는 각각 작동기체의 비열비, 정체압과 정체

온도를 의미한다.

위의 이론유량을 사용하여, 임계 노즐 유동의 유출계수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_d = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{theo}} \quad (2)$$

또 노즐 목의 직경을 특성길이로 하는 레이놀즈수 ( $Re$ )는 식(3)과 같이 정의된다.

$$Re = \frac{4 \times \dot{m}_{theo}}{\pi \times D_{eff} \times \mu_o} \quad (3)$$

여기서  $\mu_o$  는 노즐 상류에서 유동의 점성계수를 의미한다. 본 연구에서 적용된 레이놀즈 수는 대략  $8.8 \times 10^4 < Re < 2.0 \times 10^5$  이다.

#### 4. 결과 및 고찰

Fig. 4 은 노즐 벽면을 따르는 국소정압의 분포를 나타낸다. 그림에서 횡축의  $x/D$  는 노즐벽면을 따르는 거리  $x$  를 노즐목의 직경  $D$  로 무차원한 값으로,  $x/D = 0.0$  은 노즐목을 의미한다. 본 연구에서는 임계노즐 하류의 배압을 일정하게 유지한 상태에서 상류의 상태량을 변화시켜 수치계산을 수행하였기 때문에 레이놀즈수가 87850.5 에서부터 193270.9 까지 변화된다. 실린더를 설치한 경우와 설치하지 않은 두 경우 모두 노즐 목 상류와 충격과 발생 위치 이전까지의 정압분포는 동일하게 나타난다. 그러나, 실린더를 설치한 경우에는 노즐목 상·하류에서의 정압 감소가 실린더를 설치하지 않은 경우보다 더욱 급격하게 발생한다. 이것은 노즐내부에 실린더를 설치할 경우, 하류방향으로의 거리에 대한 단면적의 변화율이 크기 때문이다.

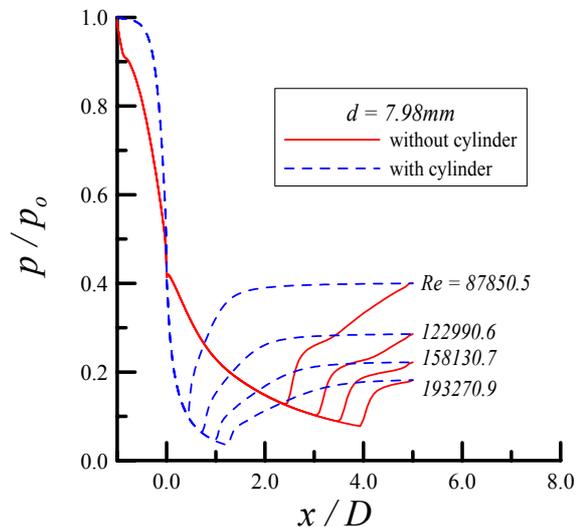


Fig. 4 Static pressure distributions along the nozzle wall

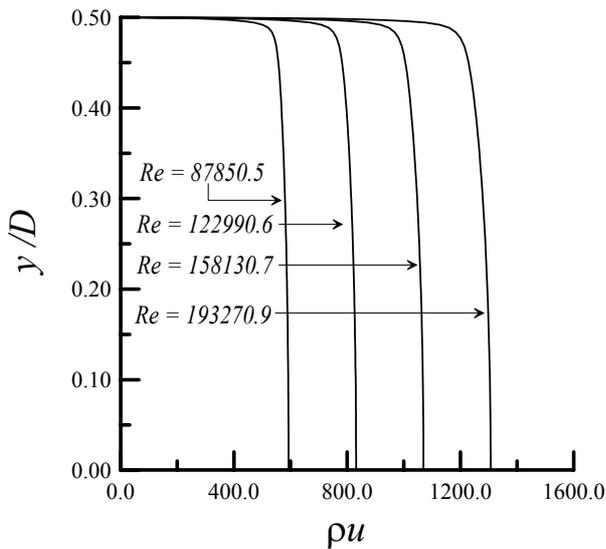


Fig. 5 Variations of mass flux at nozzle throat with Reynolds number (without cylinder)

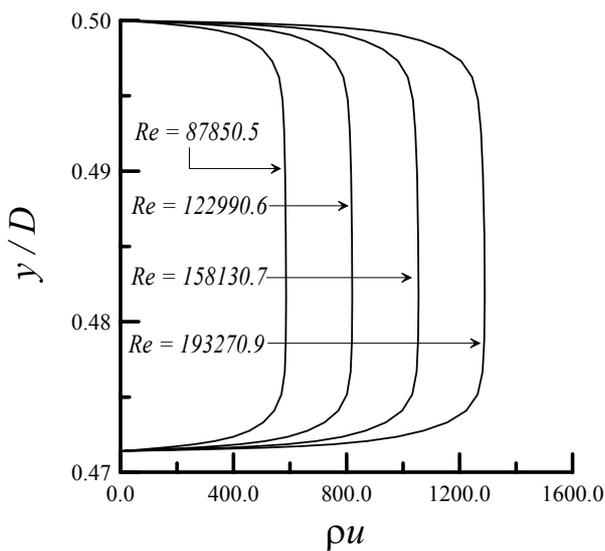


Fig. 6 Variations of mass flux at nozzle throat with Reynolds number (with cylinder)

Fig. 5 및 6 은 노즐목에서의 질량유속(mass flux)의 분포를 나타낸다. 종축의  $y / D$  는 노즐중심을 원점으로 하는 벽면까지의 거리  $y$  를 노즐목의 직경  $D$  로 무차원한 값이다. Fig. 5 의 임계노즐 내부에 실린더를 설치하지 않은 경우, 최대질량유속은 모든 레이놀즈 수에 대하여, 노즐중심축( $y / D$ )에서 나타난다. 그러나 실린더를 설치한 Fig. 6 의 경우, 실린더 벽면은 직선인 반면에 노즐벽면은 곡률을 가지기 때문에, 각 벽면에서의 경계층 발달 정도가 달라져, 노즐목에서의 질량유속분포는 대칭형태를 가지지 않는다.

Fig. 7 은 레이놀즈수의 변화에 따른 노즐목에서의 최대질량유속값의 변화를 나타낸다. 그림에서

종축은 최대질량유속( $\rho u_{max}$ )를 평균질량유속( $\rho u_{av}$ )로 무차원한 값이다. 실린더가 설치되지 않은 경우, 레이놀즈수가 증가할수록 노즐목에서 발생하는 최대질량유속값은 평균유속값으로 접근하는 경향을 보이고 있다. 실린더를 설치한 경우에도 동일한 경향을 나타내지만, 최대 질량유속값은 실린더를 설치하지 않은 경우보다 낮게 나타난다. 그러나 레이놀즈수가 증가할수록 경계층의 영향이 약화되기 때문에 최대질량유속값의 차이는 감소하고 있다.

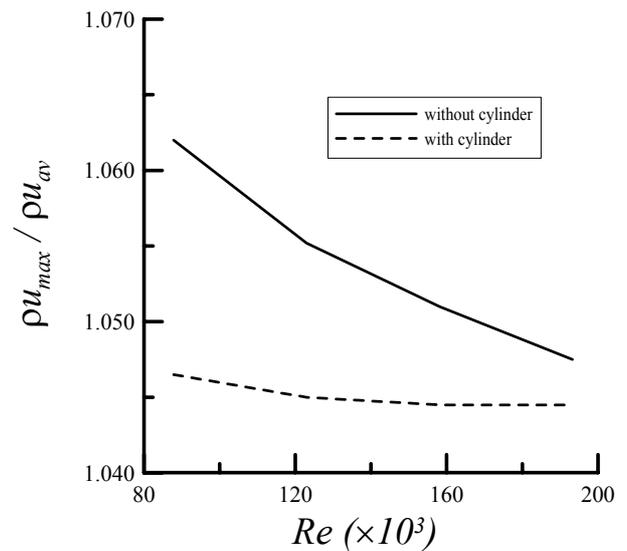
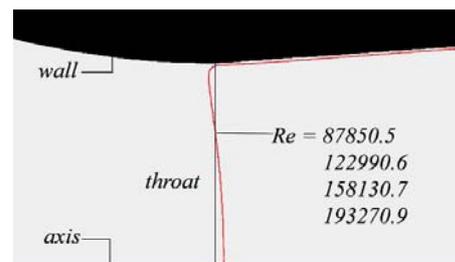
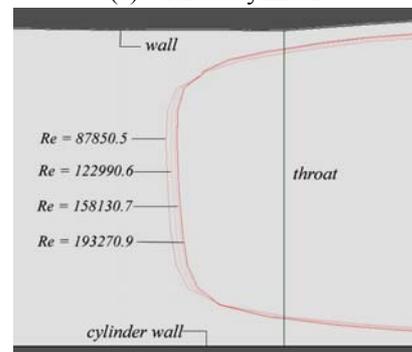


Fig. 7 Variations of maximum mass flux at nozzle throat with Reynolds number



(a) without cylinder



(b)with cylinder

Fig. 8 Sonic lines at nozzle throat

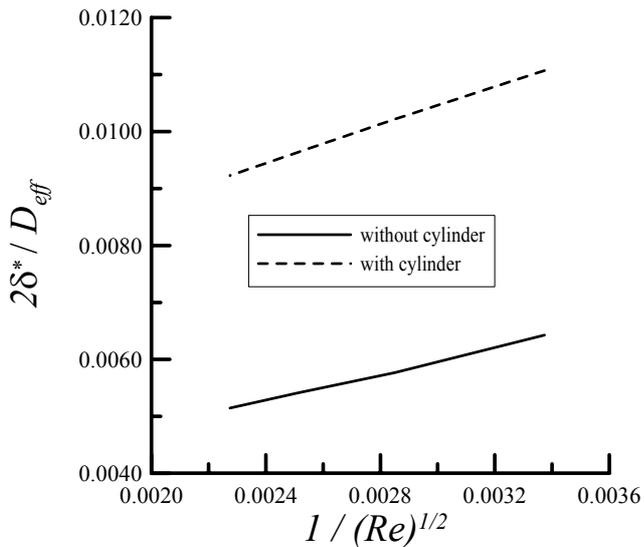


Fig. 9 Comparison of  $2\delta^*/D_{eff}$  vs  $1/(Re)^{1/2}$

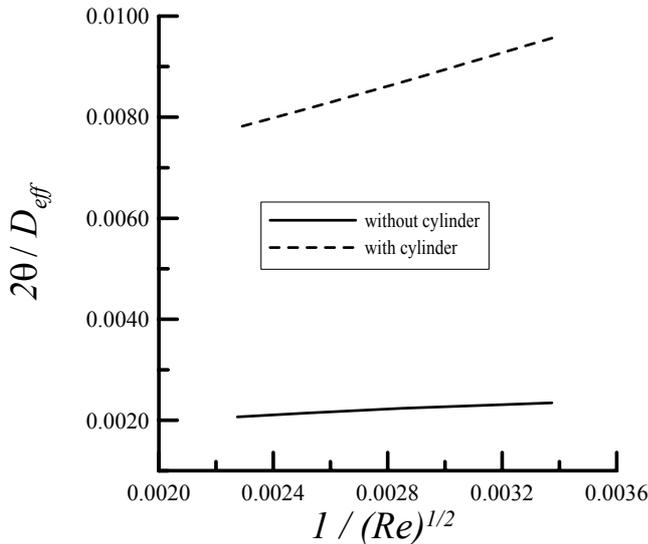


Fig. 10 Comparison of  $2\theta/D_{eff}$  vs  $1/(Re)^{1/2}$

Fig. 8 은 각각의 레이놀즈수에 대하여 노즐목에서 발생하는 음속선의 분포를 나타낸다. Fig. 7(a)는 실린더를 삽입하지 않은 경우로, 레이놀즈수의 변화와 무관하게 음속선의 분포는 거의 일정하게 나타난다. 또 노즐벽면의 곡률의 영향으로 인하여, 음속선의 분포는 overshoot의 형태를 가지게 된다. 따라서 노즐벽면 근처에서는 유속이 노즐목 이전에 음속에 도달하게 되며, 노즐 중심축으로 갈수록 노즐목을 다소 벗어난 하류에서 음속에 도달한다. (b)의 실린더를 삽입한 경우의 음속선의 분포는 (a)의 경우와 전혀 다른 형태로 나타나고 있다. 음속선은 노즐목 상류에서 분포하고 있으며, 레이놀즈수가 증가할수록 음속선이 노즐목으로 점차 접근하고 있다. 이 경우에는 실린더에서부터 노즐벽면까지의 거리가 매우 짧기 때문에 실린더 벽면의 곡률로 인한 overshoot의 분포가 지배적으로

된다. 따라서 실린더를 삽입한 경우에는 유로의 중심선에도 유속은 노즐목 이전에 음속에 도달하게 된다.

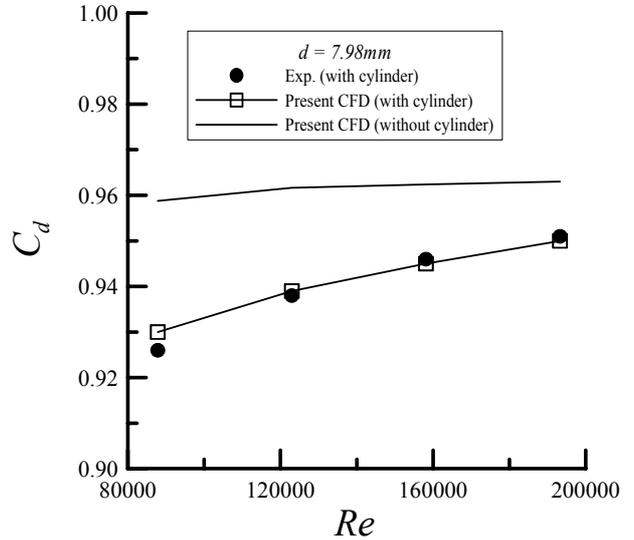


Fig. 11 Variations of discharge coefficient( $C_d$ ) with Reynolds number

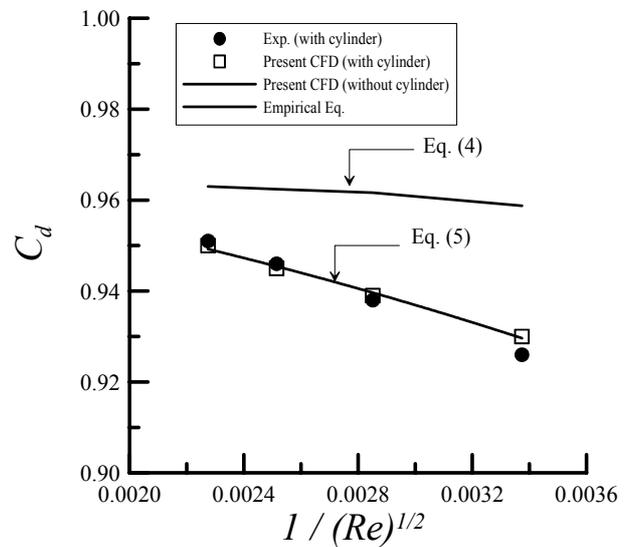


Fig. 12 Correction of discharge coefficient through a variable critical nozzle

Fig. 9 는 노즐목에서 발생하는 경계층의 배제두께(displacement thickness)와 레이놀즈수와 관계가 나타낸다. 그림에서 종축의  $\delta^*/D_{eff}$  는 경계층의 배제두께를 노즐목의 등가직경( $D_{eff}$ )로 무차원 한 값으로, 실린더를 설치한 경우와 설치하지 않은 경우 모두  $D_{eff}$  는 2.82mm 이다. 실린더를 설치 않은 경우,  $1/(Re)^{1/2}$  가 증가할수록 경계층의 배제두께는 선형적으로 증가한다. 실린더를 설치한 경우

에는 노즐벽면과 실린더 벽면에서 발생하는 경계층의 배제두께를 합한 값으로, 실린더를 설치하지 않은 경우의 경계층의 배제두께에 비해 약 2 배 정도의 두께로 예측한다. 그러나, 실린더를 설치한 경우와 설치하지 않은 경우의 경계층 두께 차이는  $1 / (\text{Re})^{1/2}$ 가 감소할수록 작아진다.

Fig. 10 은 노즐목에서 발생하는 경계층의 운동량 두께(momentum thickness)와 레이놀즈수와 관계를 나타낸다.  $1 / (\text{Re})^{1/2}$ 의 증가에 따라 경계층의 운동량 두께는 Fig. 8 의 배제두께와 같은 경향을 보인다. Fig. 8 및 9 의 결과로부터, 임계노즐 목에서 발생하는 경계층의 배제두께와 운동량 두께는 레이놀즈수의 함수로 주어질 수 있다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 11 은 레이놀즈수와 유출계수와 관계를 나타낸다. 먼저 ●로 나타낸 실험결과의 경우, 레이놀즈수가 증가할수록 유출계수는 증가하는 경향을 나타낸다. 이것은 Fig. 9 에 나타나 있는 바와 같이 레이놀즈수가 증가할수록 경계층의 운동량 두께가 감소하여, 실제 유효단면적이 커지기 때문이다. 실린더를 설치하지 않은 경우의 수치계산결과는 실린더를 설치한 경우와 비교하여, 유출계수가 더 높게 예측되고 있으며, 유출계수의 차이는 레이놀즈수가 증가할수록 감소하고 있다. 수치계산결과는 실험결과와 상당히 잘 일치하고 있다.

Fig. 12 는 실린더를 설치한 임계노즐에서의 유출계수를 실린더를 설치하지 않은 경우의 유출계수로 보정한 결과를 나타낸다. 일반적으로 유출계수와 레이놀즈수의 관계는 식 (4)의 형태로 나타난다.

$$C_d = 0.972045 - 3.84757 \times \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \quad (4)$$

실린더를 설치한 경우에는 실린더 벽면 근처에서 발생하는 경계층의 영향으로 실린더를 설치하지 않은 경우의 유출계수보다 낮은 값으로 예측한다. 그러나 실린더 벽면근처에서의 경계층의 영향도 레이놀즈수에 크게 의존할 것으로 예상되므로, 실린더를 삽입한 임계노즐의 유출계수의 경험식은 식 (4)를 기반으로 하여, 식 (5)와 같이 보정계수 a 와 b 를 사용하여 나타내었다.

$$C_d = (0.972045 + a \times \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}) - (3.84757 + b \times \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}) \times \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \quad (5)$$

이 경우 수치계산 결과에 의하면, a = 0.93695, b = 2306.33 으로 예측한다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 가변 임계노즐의 유출계수를 조

사하기 위하여, 실험 및 수치해석적 방법을 수행하였다.

본 연구로부터 얻어진 결론을 정리하면 다음과 같다.

(1) 가변임계노즐의 최대질량유속은 실린더를 설치하지 않은 경우보다 낮게 예측되며, 그 차이는 레이놀즈수가 증가할수록 감소한다.

(2) 실린더의 직경이 임계노즐의 직경에 대해 매우 큰 경우, 가변임계노즐의 음속선 분포는 노즐목 이전에서 대부분 나타난다.

(3) 가변임계노즐에서의 경계층의 배제두께와 운동량두께는 실린더를 설치하지 않은 경우보다 더 두껍게 예측하지만, 레이놀즈 수가 증가할수록, 그 차이는 줄어든다.

(4) 가변 임계노즐의 유출계수의 예측은 실린더를 설치하지 않은 임계노즐의 유출계수에 관한 경험식에 보정계수를 적용하여 충분히 예측할 수 있다.

## 후 기

본 연구는 2003 년 한국표준과학연구원 연합협동 연구의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Masuo, S., "Computational Study of the Gas Flow through a Critical Nozzle," IMechE J. Mechanical Engineering Science (in press).
- (2) Ishibashi, M. and Takamoto, M., 2000, "Theoretical Discharge Coefficient of a Critical Circular-Arc Nozzle with Laminar Boundary Layer and Its Verification by Measurements using Super-Accurate Nozzles," Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 305-313.
- (3) Park, K. A., Choi, Y. M., Cha, T. S. and Yoon, B. H., 2001, "Evaluation of Critical Pressure Ratio of Sonic Nozzles at Low Reynolds Number," J. Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 12, pp. 37-41.
- (4) Von Lavante, E., Zachcial, A. Nzth, B. and Dietrich, H., 2000, "Numerical and Experimental Investigation of Unsteady Effects in Critical Venturi Nozzles," J. Flow Measurement and Instrumentation, Vol. 11, pp. 257-264.
- (5) Kim, H. D., Kim, J. H., Park, K. A., Setoguchi, T. and Masuo, S., "Study of the Unsteady Effects on the Gas Flow through a Critical Nozzle," IMechE J. Mechanical Engineering Science (in press).
- (6) Kim, H. D., Kim, J. H. and Park, K. A., 2003, "Study for the Gas Flow through a Critical Nozzle," Proceedings of 4<sup>th</sup> ASME\_JSME Fluids Engineering Conference, FEDSM2003-45593.