

TE_{mn}^z 모드정합법을 이용한 다중포트(2x2포트,1포트)

직사각형 도파관의 일반화 산란행렬 추출

· 이준광, 문상윤, 박기언, 허유강, 조영기

경북대학교 전자전기공학부

honda999@netian.com

Generalized Scattering Matrix of Multi-port(2x2port,1port)

Rectangular Waveguide Using TE_{mn}^z Mode Matching Method.

· J. K. Lee, S. Y. Mun, K. U. Park, Y. K. Heo, Y. K. Cho

School of Electronic Eng. & Computer Sci, Kyungbook National

Abstract

Multi-port(2x2port,1port) rectangular waveguide discontinuity problem has been analyzed by use of TE_{mn}^x (mono)mode matching method. Matrix size can be reduced significantly in comparison with TE_{mn} & TM_{mn} (full-wave)mode matching method. the present results is compared with those by CST MicroWave Studio to validate the presint method.

Key words : TE_{mn}^x mode matching method, Multi-port, waveguide discontinuity

I. 서론

중거리 지대공 유도무기의 다기능 레이다에 적용되고 있는 수동형 위상배열 안테나의 핵심 초고주파 수동소자인 복사소자-변위기 정합부, 그리고 공간 급전기를 설계할 때 기본적으로 요구되는 성능 분석 및 설계변수의 최적화를 위한 기반 기술로서 직사각형 도파관에서의 가능한 조합 중 다중포트(2x2포트,1포트)의 불연속면에 대한 일반화 산란 계수에 대한 해석을 하였다.

모드정합법을 이용한 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관에 대한 해석을 위하여 직사각형 도파관의 폭과 높이 모두가 변하는 양면불연속(double-plane step) 구조로부터 수식을 유도한다. 그 후 구조에 대한 경계치 조건의 확장을 통해 2x2포트와 1포트의 다중포트를 가지는 직사각형 도파관 형태의 불연속면에 대해 산란해석을 하였다. 기존에 연구된 양면불연속 구조에 대한 모드정합법으로는 TE_{mn} & TM_{mn} 모드(full-wave)를 이용한 방법[1],[3]과 입사파가 dominant 모드인 $TE_{10}^x (= TE_{10}^z)$ 로 입사된다고

가정했을 경우에 대한 TE_{mn}^x 모드(mono mode)를 이용하는 방법[1],[3]이 있다. 전자의 경우 TE_{mn} 과 TM_{mn} 모드 모두를 사용하였기 때문에 행렬의 크기가 커진다는 단점이 있는 반면 후자의 TE_{mn}^x 모드만을 이용한 경우 행렬의 크기가 작아진다. 이는 컴퓨터처리 속도가 향상된 현재의 경우 단일 양면불연속 구조에 대한 해석에 있어서는 큰 문제가 안 될 수도 있지만 필터와 같은 주기구조의 경우와 다중포트 구조에 대한 해석에 있어서는 행렬의 크기가 제품의 형태로 증가하기 때문에 해석시간의 감소와 수치해석 프로그래밍 작업의 과정에 있어서 중요한 점이 된다. 따라서 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관 구조의 해석과정에는 대단위의 역행렬이 존재하기 때문에 역행렬의 크기를 줄이고 동시에 수치해석에 소요되는 시간을 줄이기 위하여 TE_{mn}^x 모드(mono mode) 방법을 이용하였다. 그 결과로 도파관의 불연속면에 대하여 주파수에 따른 S-parameter의 변화를 도시하였다.

II. 본론

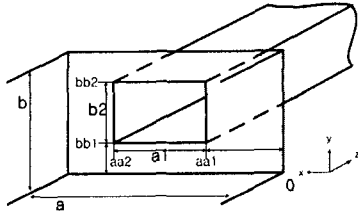


그림1. 양면 불연속(double-plane step) 구조

그림1.은 파의 진행방향이 z방향일 때, z=0인 지점을 기준으로 -z영역의 폭이 a이며, 높이가 b인 직사각형 도파관과 +z영역의 폭이 a1이며, 높이가 b1인 직사각형 도파관이 연결되어 있는 구조를 나타낸다. 여기서, 각각의 도파관은 완전도체이며, 도파관 내부는 유전율이 ε₀인 공기로 가정한다.

일반적으로 TE_{mn}과 TM_{mn}모드 모두를 사용할 경우 TE_{mn}과 TM_{mn}모드 사이에 간접적으로 발생하는 coupling 때문에 전체모드(full-wave)에 대한 해석이 이루어져야한다.[2] 반면 TE_{mn}^x모드만을 이용한 경우에는 입사파 TE₁₀^x모드는 TM_{mn}^x모드와는 coupling이 존재하지 않으므로 TE_{mn}^x모드만을 고려해도 무관하며, 행렬의 크기는 자연히 작아진다. 실제 해석하고자 하는 다중포트(2x2포트,1포트)의 경우 수치해석 코드화 과정에서 행렬의 크기가 급격히 커지므로 동일한 결과를 얻을 수 있다면 행렬크기의 감소는 수치해석에 있어서 소요시간의 감소이므로 장점으로 작용한다.

TE_{mn}^x모드정합법을 이용하기 위해 벡터포텐셜을 이용하여 그림1.에 대한 TE_{mn}^x모드를 표현해보자.

$$\begin{aligned} \vec{A} &= 0 \\ \vec{F} &= \hat{a}_x F_x(x, y, z) \end{aligned} \quad (1)$$

에 대하여,

$$\begin{aligned} E_x &= 0 & H_x &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \beta^2 \right) F_x \\ E_y &= -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_x}{\partial z} & H_y &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 F_x}{\partial x \partial y} \\ E_z &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_x}{\partial y} & H_z &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 F_x}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 정의한다. 여기서,

$$F_x^+(x, y, z) = D_1 C_2 A_3 \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \cdot e^{-j\beta_z z}$$

계산상의 편의를 위해,

$$\begin{aligned} \pi_x &= -\frac{1}{\epsilon_0} F_x \\ E_x &= 0 & H_x &= \frac{j}{\omega\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \beta^2 \right) \pi_x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{\partial \pi_x}{\partial z} & H_y &= \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial^2 \pi_x}{\partial x \partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial \pi_x}{\partial y} & H_z &= \frac{j}{\omega\mu} \frac{\partial^2 \pi_x}{\partial x \partial z} \end{aligned} \quad (3)$$

와 같은 관계식을 얻을 수 있다. 여기서, 전체 전자기장과 벡터 포텐셜은 각 모드들의 합으로 표현되므로 좀 더 정확히 표현하게 되면,

$$\pi_x^+(x, y, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} N_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot e^{-j\beta_{z, mn} z}$$

와 같다. 여기서, N_{mn}은 normalization term 이며, 아래의 δ_{0n}은 n=0인 경우 δ_{0n}=1이고, n≠0 경우 δ_{0n}=0의 값을 가지는 Kronecker delta이다.

$$N_{mn} = 2 \sqrt{\frac{2\omega\mu_0}{ab \beta_{z, mn} \left(\beta_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \delta_{0n}}} \quad (4)$$

그리고 β_{z, mn}은 전파상수(propagation constants)이다.

모드정합법을 이용함에 있어서 실제 필요한 성분은 불연속면이 존재하고 있는 z=0인 지점에서의 접선성분(transverse component)들이다. 파의 진행방향을 z축 방향으로 정하였기 때문에 나타낼 수 있는 접선성분은 E_x, E_y, H_x, H_y 4개의 성분이 있다. 하지만 그 중 E_x성분은 식(3)에서 이미 E_x=0임을 가정하였으므로 최종적으로 사용할 수 있는 접선성분 연속성에 대한 경계치 조건은 3개가 된다.

일반적으로 H면 불연속을 가지는 H-step 불연속 구조와 E면 불연속을 가지는 E-step 불연속 구조일 경우 모드정합을 위하여 2개(E_y, H_x)의 접선성분 연속성에 대한 경계치 조건을 사용하여도 가능하다.[1] 그리고 양면불연속 구조라 할지라도 앞서 언급된 TE_{mn}&TM_{mn}모드(full-wave)를 사용할 경우에는 2개(E_y, H_x)의 경계치 조건만으로도 모드정합이 가능하다.[2] 하지만 TE_{mn}^x모드(mono mode)를 이용한 모드정합시에는 나머지 H_y에 대한 경계치 조건까지 포함된 모드정합을 통해서만 정확한 해를 얻어낼 수 있다.[3]

TE_{mn}^x(E_y, H_x/H_y)모드를 이용한 모드정합법을 적용하기 위해 접선성분 TE_{mn}^x(E_y, H_x/H_y)에 대한 표현식을 나타내면 아래와 같다.

$$E_y(x, y, 0) = \frac{\partial}{\partial z} \pi_x(x, y, 0) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} N_{mn} \cdot -j\beta_{z, mn} \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot (F_{mn} + B_{mn}) \\ H_x(x, y, 0) &= \frac{j}{\omega\mu_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \beta_0^2 \right) \pi_x(x, y, 0) \end{aligned} \quad (6)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} N_{mn} \cdot \left(\beta_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cdot (F_{mn} - B_{mn})$$

$$H_y(x, y, 0) = \frac{j}{\omega\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \pi_x(x, y, 0) \quad (7)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} N_{mn} \cdot \left(\frac{-j}{\omega\mu_0}\right) \cdot \left(\frac{m\pi}{a}\right) \left(\frac{n\pi}{b}\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cdot (F_{mn}^A - B_{mn}^A)$$

이제 TE_{mn}^x 을 이용하여 모드정합법을 위한 관계식을 유도한다. 그림2a.은 $z=0$ 인 지점에서 두 직사각형 도파관의 폭과 넓이의 차이에 의해 양면불연속을 가질 경우에 대한 단면 구조를 보여주고 있다. 그림 2b, c는 yz 면과 xz 면에 대한 단면 구조이며, F_{mn}^A 의 A는 영역을 나타내며, 첨자 mn은 mn번째 모드임을 나타낸다.

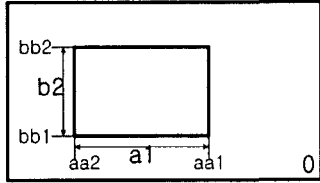


그림2a. $Z=0$ 인 불연속면에 대한 양면불연속 구조의 단면

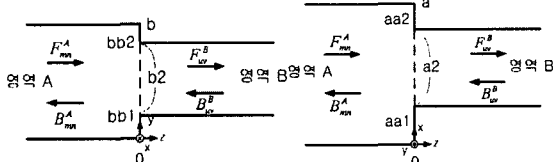


그림2b. yz 면에 대한 단면 구조 그림2c. xz 면에 대한 단면 구조

이제 불연속면이 존재하는 $z=0$ 인 지점에 대하여 접선성분의 연속 경계치 조건 식(18)을 적용한다.

$$\begin{cases} E_y^A(x, y, 0) = E_y^B(x, y, 0) \\ H_x^A(x, y, 0) = H_x^B(x, y, 0) \\ H_y^A(x, y, 0) = H_y^B(x, y, 0) \end{cases} \quad (8)$$

식(8)에서 주어진 경계치 조건으로부터 관계식을 유도한 뒤, 각 모드들의 직교성(orthogonality)을 이용하여 내적을 취한다. 그리고 모드정합법을 수행하기 위한 내적과정에서 각 영역의 표현식이 2차원 (mn, uv)형태로 표현되기 때문에 결과 관계식은 4차원의 형태로 나타나게 된다. 이렇게 될 경우 선형연립방정식의 형태가 아니므로 행렬화가 불가능하게 된다. 따라서 기존의 2차원 index m,n 과 index u,v 를 새로운 1차원 index p,q로 변환하였다. 그리고 새로운 index를 지정하는 기준은 차단주파수에 관련된 식으로부터 얻는다. 실제 모드 계수에 대한 선형방정식은 무한개가 생성되지만 수치해석을 가능하기 위하여 적절한 모드수를 지정하여 유한개의 선형방정식을 계산하도록 하였다. 아래의 식(9)은 각각의 접선 경계치 조건에 따른 선형방정식을 얻기 위한 내적의 결과 식이다.

$$(F_p^A + B_p^A) = \quad (9)$$

$$\sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P \frac{4}{ab} \cdot \frac{N_q^B}{N_p^A} \cdot \frac{\beta_{z,q}^B}{\beta_{z,p}^A} \cdot \int_{aa1}^{aa2} \int_{bb1}^{bb2} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{u\pi}{a_1}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{v\pi}{b_1}y\right) dx dy \cdot (F_q^B + B_q^B)$$

$$\sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P \frac{4}{a_1 b_1} \cdot \frac{N_p^A}{N_q^B} \cdot \frac{\beta_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\beta_0^2 - \left(\frac{u\pi}{a_1}\right)^2} \cdot \int_{aa1}^{aa2} \int_{bb1}^{bb2} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{u\pi}{a_1}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{v\pi}{b_1}y\right) dx dy \cdot (F_p^A + B_p^A) = (F_q^B - B_q^B) \quad (10)$$

$$\sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P \frac{4}{a_1 b_1} \cdot \frac{N_p^A}{N_q^B} \cdot \frac{mn}{ab} \cdot \int_{aa1}^{aa2} \int_{bb1}^{bb2} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{u\pi}{a_1}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{v\pi}{b_1}y\right) dx dy \cdot (F_p^A + B_p^A) = (F_q^B - B_q^B) \quad (11)$$

식(9)-(11)로부터 선형방정식을 얻어낼 수 있으며, 행렬화 과정은 모드계수에 관련된 부분인 $L_{E, pq}$, $L_{Hy, qp}$, $L_{Hx, qp}$ 항을 사용하여 간략화 한다. 하지만 TE_{mn}^x 모드를 이용한 수치해석에서는 식(9)과 식(10) 또는 식(11)을 아래의 조건 식에 따라 번갈아 가며 적용해야한다.

$$L_{H, qp} = L_{Hy, qp} \quad (q \text{와 } p \text{가 } TE_{mn}^x \text{형태의 index가 아닐 때})$$

$$L_{H, qp} = L_{Hx, qp} \quad (q \text{또는 } p \text{가 } TE_{mn}^x \text{형태의 index일 때})$$

이를 통해 최종적으로 간략화 된 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (F_p^A + B_p^A) &= L_{E, pq} \cdot (F_q^B + B_q^B) \\ L_{H, qp} \cdot (F_p^A + B_p^A) &= (F_q^B - B_q^B) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서, $L_{E, pq}$, $L_{Hy, qp}$ 사이에는 transpose 관계가 성립하기 때문에 실제 코드화 과정에서는 $[L_{E, pq}]^T = [L_{Hy, qp}]$ 를 통해 계산 할 수 있다. 따라서 식(12)의 $L_{Hy, qp}$ 에 대한 코드과정은 간략화 될 수 있다.

선형방정식의 형태인 식(12)으로부터 행렬식으로 다시 나타내면,

$$\begin{bmatrix} -I & L_E \\ L_H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B^A \\ F^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -L_E \\ L_H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^A \\ B^B \end{bmatrix} \quad (13)$$

와 같이 나타난다. 이를 최종 산란행렬을 구할 수 있도록 양쪽 변에 역행렬을 취하면 아래와 같은 최종 산란행렬 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} B^A \\ F^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I & L_E \\ L_H & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I & -L_E \\ L_H & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F^A \\ B^B \end{bmatrix} \quad (14)$$

최종 일반화 산란행렬 $\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$

식(14)에 대한 수치해석 결과의 타당성을 검증하기 위하여, 기존에 잘 알려진 그림3a.와 같은 H-step 불연속 구조에 대한 TE^z 와 TM^z 를 이용한 모드정합법의 수치해석 결과 값과 CST MicroWave Studio의 결과 값, 그리고 $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드를 이용한 모드정합법의 수치해석 결과 값을 비교했다. 그 결과 그림3b.와 같은 동일한 결과를 얻었다.

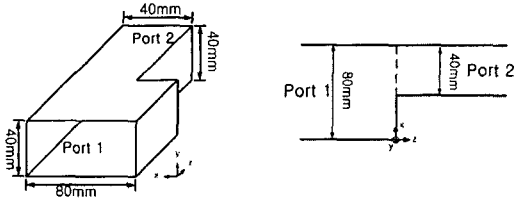


그림3a. H-step 불연속 직사각형 도파관의 구조.

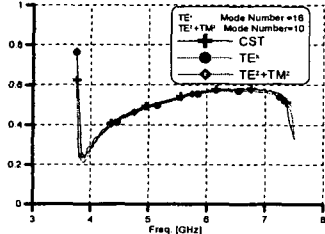


그림3b. H-step 불연속 직사각형 도파관 구조에서의 CST MicroWave Studio결과 및 TE^x 와 TM^x 모드정합법과 $TE^x (E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법에 대한 수치해석 결과.

그림4a.에서는 폭이 80mm이고 높이가 40mm인 큰 도파관과 폭이 40mm이고 높이가 20mm인 작은 도파관으로 이루어진 양면불연속 구조를 보이고 있다. 그리고 그림4b.는 그림4a.구조에 대한 $TE_{mn}^x (E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법의 수치해석결과와 CST Micor-Wave Studio 프로그램을 이용한 수치해석 결과를 비교해 준다.

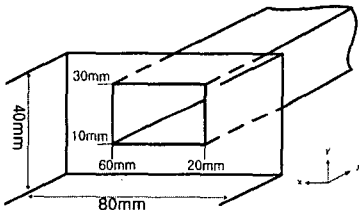


그림4a. 폭과 높이의 비가 1/2인 형태의 양면불연속 구조.

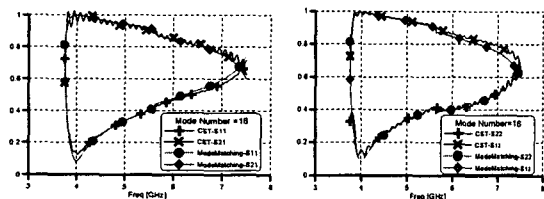


그림4b. 그림4a.구조에 대한 S-parameter결과비교.

임의의 비를 가지는 양면불연속 구조에 대하여 CST MicorWave Studio 프로그램을 이용한 수치해석 결과와 $TE_{mn}^x (E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법의 수치해석결과는 동일한 형태를 보여준다.

이제 양면 불연속구조에 대한 수치해석과정을 바탕으로 다중포트에 대한 수치해석을 실행해 보자. 그림5.는 유한한 두께의 격막(septum)을 가지는 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관의 구조이다.

해석하고자 하는 다중포트 구조의 경우 앞서 해석했던 양면불연속 구조를 바탕으로 하여 경계치 조건의 확장을 통해서 가능하다.

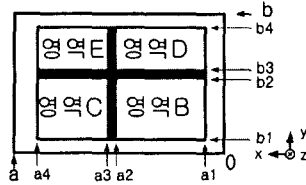
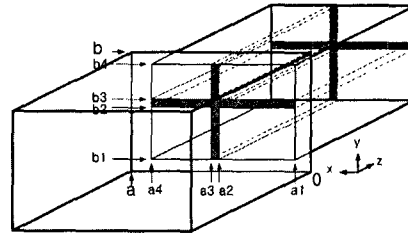


그림5. 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관 구조와 xy면에 대한 단면 구조.

각 영역에 대한 모드정합법을 취한 식은 각각 아래 식으로 표현될 수 있다.

$$(F_p^A + B_p^A) = \quad (15)$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{q_\Delta=1}^{Q_\Delta} \frac{4}{\chi_{a-\Delta} \cdot \gamma_{b-\Delta}} \cdot \frac{N_p^\Delta}{N_q^\Delta} \cdot \frac{\beta_{z,q_\Delta}^\Delta}{\beta_{z,p}^\Delta} \cdot \int_{\chi_{a-\Delta}} \int_{\gamma_{b-\Delta}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{u_\Delta\pi}{\chi_{a-\Delta}}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{v_\Delta\pi}{\gamma_{b-\Delta}}y\right) dx dy \cdot (F_{q_\Delta}^\Delta + B_{q_\Delta}^\Delta)$$

$$\sum_{q_\Delta=1}^{Q_\Delta} \sum_{p=1}^P \frac{4}{\chi_{a-\Delta} \cdot \gamma_{b-\Delta}} \cdot \frac{N_p^\Delta}{N_{q_\Delta}^\Delta} \cdot \frac{\beta_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\beta_0^2 - \left(\frac{u_\Delta\pi}{\chi_{a-\Delta}}\right)^2} \cdot \int_{\chi_{a-\Delta}} \int_{\gamma_{b-\Delta}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{u_\Delta\pi}{\chi_{a-\Delta}}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{v_\Delta\pi}{\gamma_{b-\Delta}}y\right) dx dy \cdot (F_p^A + B_p^A) = (F_{q_\Delta}^\Delta - B_{q_\Delta}^\Delta) \quad (16)$$

$$\sum_{q_\Delta=1}^{Q_\Delta} \sum_{p=1}^P \frac{4}{\chi_{a-\Delta} \cdot \gamma_{b-\Delta}} \cdot \frac{N_p^\Delta}{N_{q_\Delta}^\Delta} \cdot \frac{\frac{mn}{ab}}{\frac{u_\Delta v_\Delta}{\chi_{a-\Delta} \cdot \gamma_{b-\Delta}}} \cdot \int_{\chi_{a-\Delta}} \int_{\gamma_{b-\Delta}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{u_\Delta\pi}{\chi_{a-\Delta}}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{v_\Delta\pi}{\gamma_{b-\Delta}}y\right) dx dy \cdot (F_p^A + B_p^A) = (F_{q_\Delta}^\Delta - B_{q_\Delta}^\Delta) \quad (17)$$

여기서, 첨자 Δ 는 각 영역을 표현한다.

경계치 조건 역시 아래와 같은 조건을 따라 적용되어야 정확한 수치해석이 가능하다.

$$L_{H,q_\Delta p} = L_{Hy,q_\Delta p} \quad (q_\Delta \text{와 } p \text{가 } TE_{mn}^x \text{ 형태의 index가 아닐 때})$$

$$L_{H,q_\Delta p} = L_{Hx,q_\Delta p} \quad (q_\Delta \text{ 또는 } p \text{가 } TE_{mn}^x \text{ 형태의 index일 때})$$

따라서, $TE_{mn}^x (E_y, H_x/H_y)$ 방법을 사용하여, 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관 불연속 구조를 최종적으로 간략화한 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [F_p^A] + [B_p^A] &= L_{E,pq_B}^B ([F_{q_B}^B] + [B_{q_B}^B]) + L_{E,pq_C}^C ([F_{q_C}^C] + [B_{q_C}^C]) \\ &\quad + L_{E,pq_D}^D ([F_{q_D}^D] + [B_{q_D}^D]) + L_{E,pq_E}^E ([F_{q_E}^E] + [B_{q_E}^E]) \\ L_{H,q_B p}^B ([F_p^A] + [B_p^A]) &= [F_{q_B}^B] - [B_{q_B}^B] \\ L_{H,q_C p}^C ([F_p^A] + [B_p^A]) &= [F_{q_C}^C] - [B_{q_C}^C] \\ L_{H,q_D p}^D ([F_p^A] + [B_p^A]) &= [F_{q_D}^D] - [B_{q_D}^D] \\ L_{H,q_E p}^E ([F_p^A] + [B_p^A]) &= [F_{q_E}^E] - [B_{q_E}^E] \end{aligned} \quad (18)$$

이를 행렬화 과정을 통해 최종 산란행렬을 구할 수 있도록 양쪽 변에 역행렬을 취하면 아래와 같은

최종 산란행렬 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} a \\ b^* \\ c^* \\ d^* \\ e^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & L_{H,pm_1}^* & L_{H,pm_2}^* & L_{H,pm_3}^* & L_{H,pm_4}^* \\ L_{H,pm_1}^* & 1 & 0 & 0 & 0 \\ L_{H,pm_2}^* & 0 & 1 & 0 & 0 \\ L_{H,pm_3}^* & 0 & 0 & 1 & 0 \\ L_{H,pm_4}^* & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -L_{H,pm_1}^* & -L_{H,pm_2}^* & -L_{H,pm_3}^* & -L_{H,pm_4}^* \\ L_{H,pm_1}^* & 1 & 0 & 0 & 0 \\ L_{H,pm_2}^* & 0 & 1 & 0 & 0 \\ L_{H,pm_3}^* & 0 & 0 & 1 & 0 \\ L_{H,pm_4}^* & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ d' \\ e' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} \end{bmatrix} \text{ 최종 일반화 산란행렬}$$

(19)

이렇게 구해진 결과 식(19)에 대한 S-parameter의 주파에 따른 변화를 살펴보고, CST MicroWave Studio를 이용한 해석치와 비교해보았다.

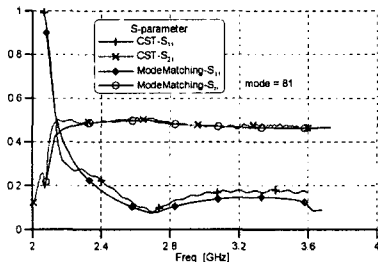


그림6. L-band와 S-band로 이루어진 다중포트(2x2포트,1포트) 구조에대한 S-parameter 결과와 CST tool과의 비교.

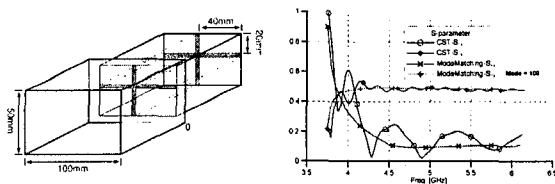


그림7. 폭이 100mm이고 높이가 50mm인 직사각형 도파관과 폭이 40mm이고, 높이가 20mm인 직사각형 도파관이 다중포트(2x2포트,1포트)로 이루어진 구조.

그림6.와 그림7. 대한 산란행렬 비교에서 CST MicroWave Studio 프로그램 결과와 $TE_{mn}^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법을 이용한 코드의 수치해석 결과가 동일함을 알 수 있다. 이는 $TE_{mn}^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법에 대한 타당성과 함께, 최종 목표인 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관의 산란행렬추출이라는 결과를 얻었다. 이 때 상용의 전자기파 수치해석 프로그램 CST MicroWave Studio에 의해 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관 구조를 실행했을 경우 도파관 크기에 관련하여, 해석 가능한 주파수 대역의 제약이 따라 왔으며, 소요시간에 대해서도 동일한 컴퓨터 사양에 대하여 약10배 이상의 시간이 필요로 했다.

IV. 결론

본 논문에서는 모드정합법을 이용한 다중포트(2x2포트,1포트) 형태의 직사각형 도파관에 대한 해석을 위하여 직사각형 도파관의 폭과 높이 모두가 변하는 양면불연속(double-plane step) 구조로부터 수식을 유도하였다. 이 때 양면불연속 구조에 대한 모드정합법으로는 TE_{mn} 와 TM_{mn} 모드(full-wave)를 이용한 방법과 입사파가 dominant 모드인 $TE_{10}^x (= TE_{10}^z)$ 로 입

사된다고 가정했을 경우에 대한 $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드를 이용한 방법 중 후자의 모드정합법을 선택하였다. 이는 $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법의 경우 행렬의 크기가 작아지는 장점을 이용하기 위한 것이다. 실제 $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법을 사용했을 경우, x축 방향으로 y축 방향으로 가변되는 직사각형 도파관 구조에 대하여, 그림3.와 그림4.의 결과로 $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드를 이용한 수치해석의 정확성은 증명되었다. 최종적으로 구하고자 하는 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관 불연속면에서의 산란행렬은 각 영역의 경계치 조건의 확장을 통해 관계식을 유도함으로써 얻을 수 있었다. 이 때 $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드를 사용하였기 때문에 수치해석에 소요되는 시간을 절약할 수 있었으며, 수치해석의 결과는 상용의 전자기파 해석 프로그램인 CST MicroWave Studio와 동일한 결과를 얻었다. 그리고 CST MicroWave Studio의 해석에 있어서 다중포트(2x2포트,1포트) 직사각형 도파관 구조는 해석할 수 있는 크기가 주파수 영역에 연관되어 있기 때문에 제한적으로 수행이 가능한 반면 모드정합법을 기반으로 한 수치해석의 경우 도파관의 크기와 주파수에 대한 제약이 없다는 장점도 가지고 있다. 결론적으로 도파관 불연속면의 정보(크기, 위치)만으로 원하는 주파수에 대한 해석을 수행 하였으며, $TE^x(E_y, H_x/H_y)$ 모드정합법은 다중포트(MxN포트,1포트)형태의 직사각형 구조에서 해석함에 있어 매우 유용할 것이다.

참고 문헌

- [1] J. Uher and J. Bornemann, Uwe Rosenberg, "Waveguide Components for Antenna Feed Systems: Theory and CAD", Artech House, 1993.
- [2] H. Patzelt and F. Arndt, "Double-Plane Steps in Rectangular Waveguides and their Application for Transformers, Irises, and Filters.", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.30, NO.7, p771-776, MAY 1982.
- [3] J. Bornemann and R. Vahldieck, "Characterization of a Class of Waveguide Discontinuities Using a Modified TE_{mn}^x Mode Approach.", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol.38, NO.12, p1816-1822, DEC 1990.
- [4] J. Bornemann and R. Vahldieck, "Comparative Study of TE_{mn}^x Versus $TE_{mn} - TM_{mn}$ Mode Analysis and Its Application to Waveguide Discontinuity Modeling.", IEEE MTT-S Digest, R-19, p713-716, 1990.
- [5] C. A. Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics," Wiley, ch6. cd9. 1989.
- [6] R. Mittra and S. W. Lee, "Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves", Now York : MacMillan, 1971.