

접촉해석을 이용한 볼 베어링의 Shoulder Height 결정

김태완 · 조용주* · 윤기찬** · 박창남**

부산대학교 기계기술연구소

*부산대학교 기계공학부

**FAG 한화 베어링 연구소

Determination of Shoulder Height for Ball Bearing using Contact Analysis

Tae-Wan Kim, Yong-Joo Cho*, Ki-Chan Yoon** and Chang-Nam Park**

Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

**School of Mechanical Engineering, Pusan National University*

***R&D Center, FAG HANWHA Bearings Corp.*

Abstract - In this study, the methodology for determination of shoulder height in the internal shape design of ball bearing using 3D contact analysis is proposed. The quasi-static analysis of a ball bearing was performed to calculate the distribution of applied contact load and angles among the rolling elements. From each rolling element loads and the contact geometry between ball and inner/outer raceway, 3D contact analyses using influence function are conducted. These methodology is applied to HDD ball bearing. The critical axial load and the critical shoulder height which are not affected by edge in the present shoulder height is calculated. The proposed methodology may be applied to other rolling element bearing for the purpose of reducing the material cost and improving the efficiency of the bearing design process.

Key words - Ball bearing, Shoulder height, Quasi-static analysis, Contact analysis, Contact pressure

1. 서론

회전기계 시스템의 핵심적인 기계요소인 구름 베어링의 최근 연구동향은 고신뢰성 및 소형화/경량화라는 명제를 동시에 실현하는 것이다. 즉, 시스템의 요구수명을 초과하여 베

어링을 과대 설계된 경우, 기계시스템의 무게 증가로 인한 동력손실과 기계제작비용이 커지는 경제적인 손실을 야기할 수 있으며, 과소 설계된 경우, 기계시스템의 조기 파손으로 인한 안전사고의 위험과 보수비용이 증가하게 되는 결과를 초래할 수 있기 때문에 베어

링의 적정치수의 설계는 매우 중요한 문제이다.[1]

일반적으로 볼 베어링의 성능에 영향을 미치는 인자로는 접촉각, 볼 직경, 피치경, 볼 개수, 내 외륜 곡률 반경비 등으로 알려져 왔다. 한편, 볼 베어링은 회전 중에 볼이 shoulder를 타지 않는 수준으로 설계되어야 하며, 축 방향 하중을 버틸 수 있는 shoulder height 치수를 결정해야 하지만, 이와 관련된 성능에 영향을 인자로서 간과되어온 게 사실이다. 하지만 shoulder height 치수가 과소하게 설계된 경우, edge effect에 의한 압력 스파이크의 형성(Fig. 1) 등으로 인한 베어링 시스템의 신뢰성을 저해할 수 있으며, shoulder height가 과대하게 설계된 경우, 재료비 증가 등 보이지 않는 원가 상승 요인 외에 리테이너 설치의 제약 등의 문제가 수반하게 된다. 이러한 중요한 설계인자가 특별한 기준이 설정되지 않은 채 경험에 의해 볼 직경 대비 몇 %식으로 결정되어 왔으며, 이렇게 결정된 shoulder height 치수가 가해지는 축 방향 하중을 버틸 수 있는지 여부를 검토하는 선에서 이루어져 왔다. 따라서 외부적 요인에 영향을 많이 받는 볼 베어링의 경우 기능상 문제가 없는 범주 내에서 shoulder height를 최소화할 필요가 있다. 따라서 베어링에 가해지는 축방향 하중을 지지하는 범주 내에서 최소의 shoulder height를 갖도록 설계되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 접촉해석을 이용한 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하고자 한다. 이를 위해 볼 베어링에 작용하는 외부하중으로부터 각 전동체와 궤도륜에 작용하는 하중과 접촉각도를 준정적 해석(quasi-static analysis)[2]를 통해 계산하였고 볼 베어링의 볼과 궤도륜간의 접촉을 수치적으로 모델링하였다. 이렇게 계산된 각 전동체의 하중 및 접촉조건으로부터 영향함수법(influence function)을 이용한 접촉해석[3]을 수행하여 접촉압력분포를 계산하였고 edge effect에 의한 영향이 발생하지 않는 shoulder height를 결정하였다.

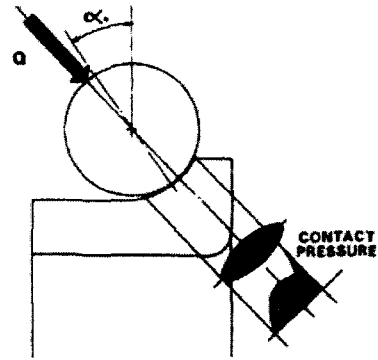


Fig. 1 Pressure spike due to edge effect

2. 이론

2.1 볼 베어링의 준정적 해석

베어링에 가해지는 외력에 대한 시스템의 힘-평형방정식은 다음과 같으며, 외력(F_x, F_y, F_z, M_y, M_z)방향으로 모두 5개의 연립방정식이 요구된다.

$$\sum F = 0 \quad (1)$$

$$\sum M = 0 \quad (2)$$

또한, 정상상태의 고속으로 회전하는 볼에 작용하는 하중을 도식적으로 나타내면 Fig. 2와 같으며, 각 전동체 위치에서 볼-외륜궤도 하중(Q_{oj}), 볼-내륜궤도 하중(Q_{ij}), 원심력(F_{cj}) 및 자이로스코픽 모멘트(M_{gj})가 평형을 이루고 있을 때, 힘 평형방정식은 다음과 같다.

$$Q_{ij} \sin \alpha_{ij} - Q_{oj} \sin \alpha_{oj} - \frac{M_{gj}}{d} (\lambda_{ij} \cos \alpha_{ij} - \lambda_{oj} \cos \alpha_{oj}) = 0 \quad (3)$$

$$Q_{ij} \cos \alpha_{ij} - Q_{oj} \cos \alpha_{oj} - \frac{M_{gj}}{d} (\lambda_{ij} \sin \alpha_{ij} - \lambda_{oj} \sin \alpha_{oj}) + F_{cj} = 0 \quad (4)$$

이때, 외륜 제어인 경우 $\lambda_{ij}=0, \lambda_{oj}=2$ 이고, 내륜제어인 경우에는 $\lambda_{ij}=\lambda_{oj}=0$ 로 한다.

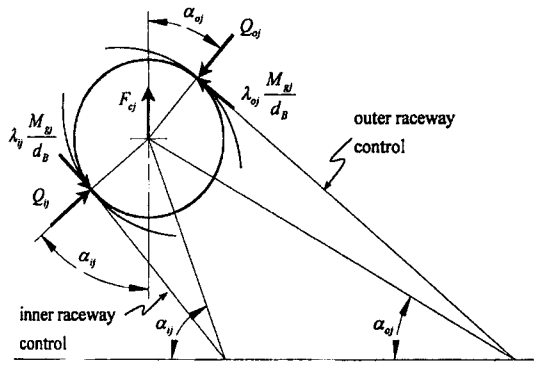


Fig. 2 Ball loading at angular position ψ_i

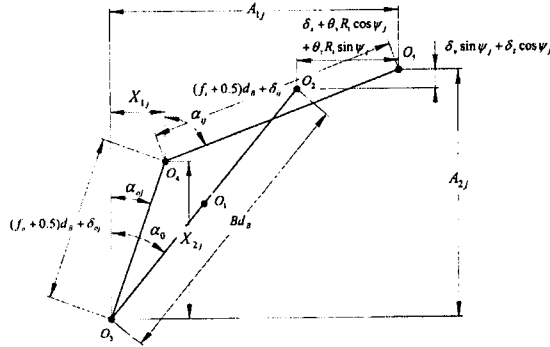


Fig. 3 Positions of ball center and raceway groove curvature centers at angular position ψ_i

그리고 하중을 받기 전후의 볼 중심과 내외륜 중심의 변화로부터 Fig. 3으로부터 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$(A_{1j} - X_{1j})^2 + (A_{2j} - X_{2j})^2 - [(f_i - 0.5) + d + \delta_{ij}]^2 = 0 \quad (5)$$

$$X_{1j}^2 + X_{2j}^2 - [(f_o - 0.5) + d + \delta_{oj}]^2 = 0 \quad (6)$$

이상과 같이 볼 베어링의 준정적 해석을 위해 각 전동체에 대해 4개씩, 시스템에 대해 5개의 연립방정식이 유도된다. 시스템에 대한 5개의 비선형 연립방정식으로부터 베어링 내륜 중심의 5자유도 변형을 Newton-Raphson 법으로 구하고, 이 결과를 이용하

여 다시 4개의 전동체 연립방정식을 Newton-Raphson 법에 의해 각 전동체에 대한 하중, 접촉각 등을 구하게 된다. 이러한 과정을 되풀이하여 수렴조건을 만족할 때까지 계산하여 준정적해석을 수행한다.[4]

2.2 접촉 해석

일반적으로 두 탄성체 접촉은 하나의 상당 표면(equivalent surface)과 강체면의 접촉으로 모델링 할 수 있다. 본 연구에서는 기본적으로 영향함수를 이용한 방법으로 3차원 접촉 해석을 수행하였으며 해석 영역은 한 변의 길이가 $2a$ 인 사각영역으로 이산화하였다.

Fig. 4은 강체면과 탄성표면간의 접촉시 발생하는 표면 변형을 대략적으로 도시한 것이다. 접촉문제를 풀기 위해서는 다음의 구속 조건에 의한 반복 연산이 필요한데, 즉

접촉영역에서는

$$p(x, y) > 0, \quad h(x, y) = 0 \quad (7)$$

접촉영역밖에서는

$$p(x, y) = 0, \quad h(x, y) > 0 \quad (8)$$

이다. 여기서 $p(x, y)$ 는 접촉압력이며 $h(x, y)$ 는 변형후의 강체면과 거친 표면간의 거리를 나타내며, 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h(x, y) = e(x, y) + u(x, y) - \delta \quad (9)$$

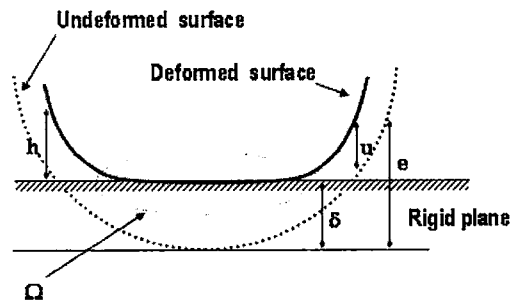


Fig. 4 Contact between an elastic surface and rigid plane

여기서, $e(x, y)$ 는 변형되기 전의 표면형상의 높이분포이고 δ 는 유효 강체 변위 (effective rigid body displacement)이며 $u(x, y)$ 는 탄성변형량이다.

접촉영역 Ω 내에서는 $h(x, y) = 0$ 이므로 $u(x, y)$ 를 Boussinesq의 식으로 나타내면 식 (9)는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\frac{2}{\pi E'} \iint_{\Omega} \frac{p(x', y')}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}} dx' dy' = \delta - e(x, y) \quad (10)$$

사각조각면(patch)내에서는 균일한 압력을 가지므로 식 (10)은 다음과 같이 단순 이산화 될 수 있다.

$$\sum_{j=1}^k F_{i,j} P_j = \delta - e_i \quad (11)$$

여기서, k 는 접촉영역 Ω 내에서의 사각조각면의 수이고 $F_{i,j}$ 는 요소 j 에서의 수직분포 하중에 의한 요소 i 에서의 영향을 나타내는 영향함수(influence function)로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.[5]

$$F_{i,j} = \frac{2}{\pi E'} \left[(x+a) \ln \left\{ \frac{(y+a) + \sqrt{(y+a)^2 + (x+a)^2}}{(y-a) + \sqrt{(y-a)^2 + (x+a)^2}} \right\} + (y+a) \ln \left\{ \frac{(x+a) + \sqrt{(y+a)^2 + (x+a)^2}}{(x-a) + \sqrt{(y+a)^2 + (x-a)^2}} \right\} + (x-a) \ln \left\{ \frac{(y-a) + \sqrt{(y-a)^2 + (x-a)^2}}{(y+a) + \sqrt{(y+a)^2 + (x-a)^2}} \right\} + (y-a) \ln \left\{ \frac{(x-a) + \sqrt{(y-a)^2 + (x-a)^2}}{(x+a) + \sqrt{(y-a)^2 + (x+a)^2}} \right\} \right] \quad (12)$$

3. 접촉 모델링

볼 베어링의 접촉해석을 수행하기 위해서는 우선 형상함수가 필요하다. 볼 베어링의 볼과 레도륜의 접촉은 Fig. 5에서 보는 바와

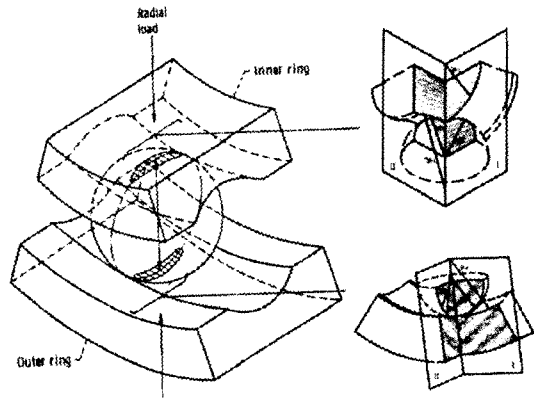


Fig. 5 Contact between ball and raceway

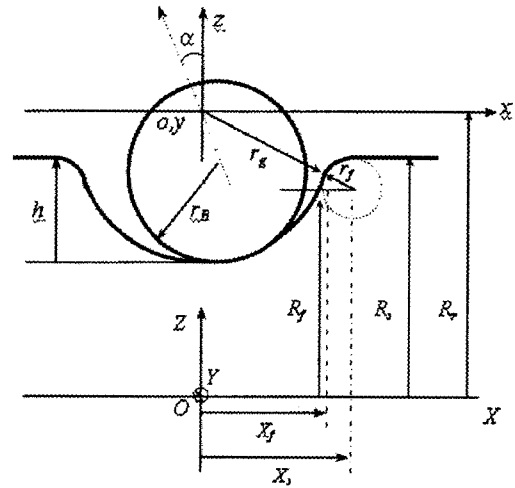


Fig. 6 Coordinates of raceway and ball

같이 non-conformal 및 conformal 형태의 접촉이 동시에 이루어지고 있고 결과적으로 타원접촉의 접촉형상을 가지게 된다. 따라서 볼과 레도륜의 기하학적인 분석을 통하여 하나의 상당 표면과 강체 평판의 접촉으로의 모델링이 필요하다. 이러한 하나의 상당 표면과 가압하는 강체면의 접촉을 통해 접촉면의 압력분포를 구할 수 있다.

Fig. 6은 볼과 레도륜의 형상함수, 즉 두 표면간의 간극을 계산하기 위한 것으로, 레도륜의 경우 볼이 안착되는 그루부(groove)부와 그루부와 쇼울더(shoulder) 사이의 곡률부, 그리고 쇼울더부로 나누어 그 형상함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

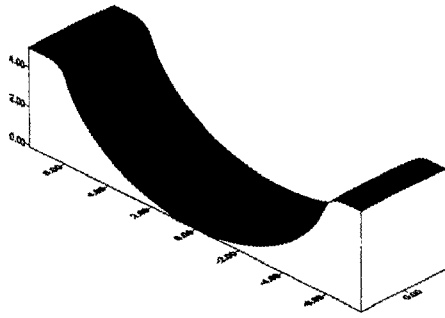


Fig. 7 Raceway mesh modeling

(1) $X_v \geq X$

$$Z = \sqrt{\{R_f - (r_f^2 - X^2)^{1/2}\}^2 - Y^2} \quad (13)$$

(2) $X_s \geq X > X_v$

$$Z = \sqrt{\{R_f + (r_f^2 - (X_f - X)^2)^{1/2}\}^2 - Y^2} \quad (14)$$

(3) $X > X_s$

$$Z = \sqrt{(R_f^2 - Y^2)} \quad (14)$$

여기서, R_f 은 베어링 축중심에서 레도륜의 곡률중심까지의 거리, r_f 는 레도륜의 곡률반경, $R_f = R_s - r_f$, R_s 는 쇼울더 반경, r_f 는 그루부와 쇼울더 사이 곡률부의 곡률 반경이다. Fig. 7은 이상의 방법으로 계산한 볼 베어링 레도륜의 형상의 일부를 도시한 것이다.

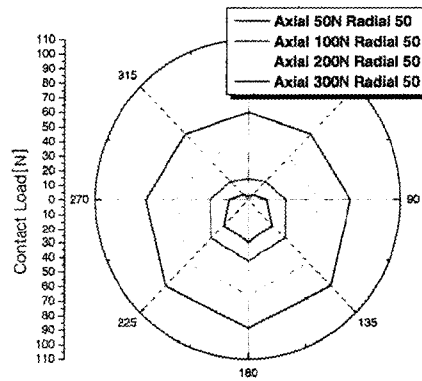
4. 해석 결과

본 연구에서 해석 대상으로 삼은 것은 HDD 스피들용 소형 볼 베어링으로 그 제원은 Table 1과 같다.

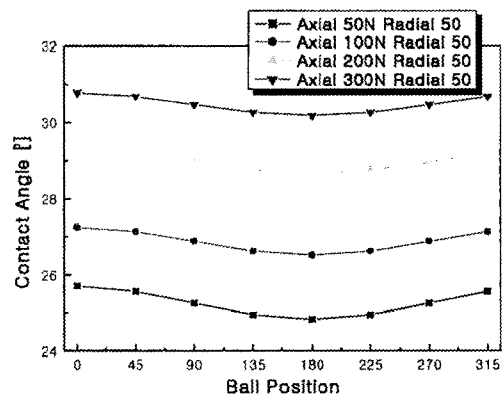
볼 베어링의 하중 변화에 따른 접촉 압력분포를 계산하기 위해서 우선 볼 베어링의 시스템 해석을 통해 외력이 작용할 경우의 각 전동체에 작용하는 하중 및 접촉각도를 계산하여야 한다. Fig. 8는 주어진 볼 베어링에 반경방향의 하중이 50N으로 일정하게 작용

Table 1 Specifications of ball bearing

Bearing		ACBB	
<i>Material properties</i>			
AISI 52100	E	209	(GPa)
	ν	0.3	
Shaft speed		7200 (rpm)	
<i>Geometry</i>			
Number of balls	N	8	(ea)
Ball diameter	d_B	1.5875	(mm)
Pitch circle diameter	c_d	9.1	(mm)
Initial diametral clearance	d_m	0.015	(mm)
Outerraceway conformity ratio	f_o	0.535	
Innerraceway conformity ratio	f_i	0.529	
Shoulder height(inner)	h_i	0.2435	(mm)
Shoulder height(outer)	h_o	0.194	(mm)

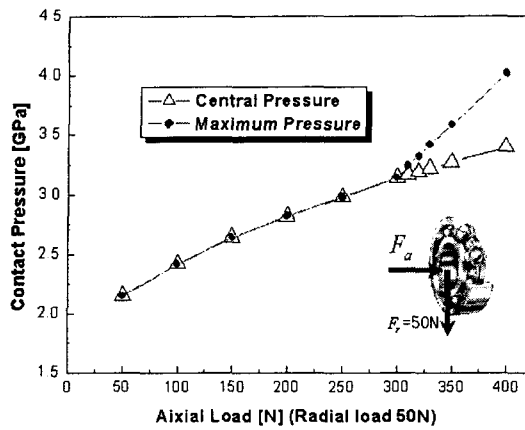


(a) Contact load

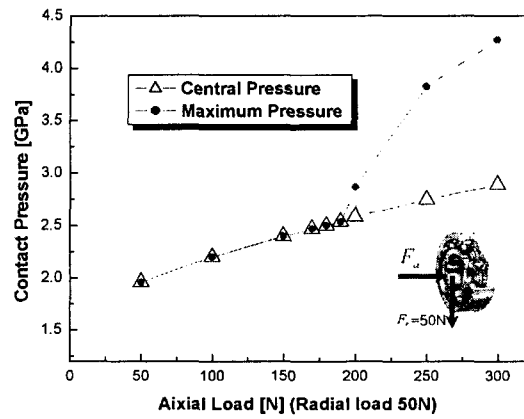


(b) Contact angle

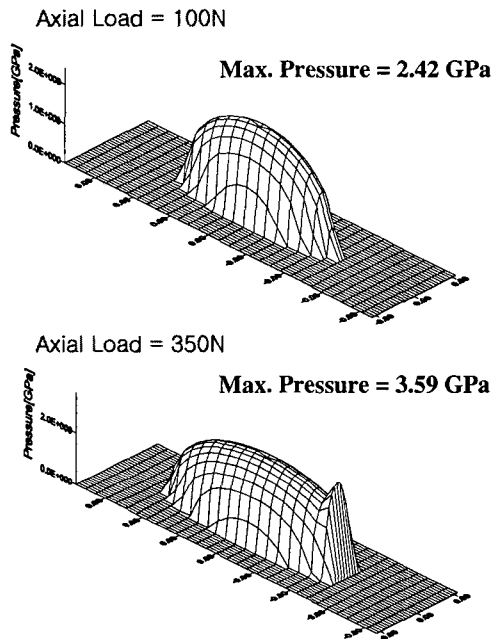
Fig. 8 Quasi-static analysis results according to different external loads



(a) Contact pressure vs axial load

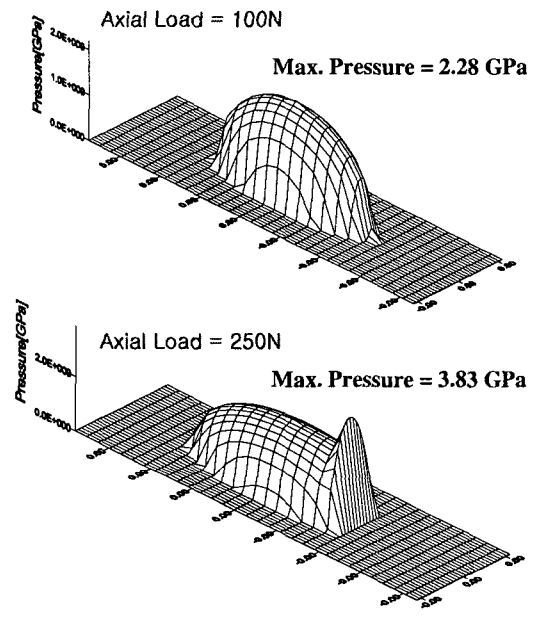


(a) Contact pressure vs axial load



(b) 3D contact pressure

Fig. 9 Contact analysis results at inner raceway



(b) 3D contact pressure

Fig. 10 Contact analysis results at outer raceway

하고 축방향 하중이 증가할 때 각 전동체에 작용하는 하중 및 접촉각도를 준정적해석을 통해 계산한 것이다.

이러한 전동체 하중 결과에 근거하여 최대 하중이 작용하는 전동체의 내륜과 볼, 외륜과 볼에서의 접촉해석 결과를 Fig. 9와 Fig. 10에 각각 도시하였다. 우선 두 그래프를 비교하면 내륜의 경우(Fig. 9(a))가 외륜(Fig. 10(a))에 비해 접촉압력이 비교적 높게 나타

남을 확인 할 수 있는데, 이는 볼과 외륜은 축방향과 반경방향 모두 conformal 접촉을 하지만 볼과 내륜은 반경방향으로 non-conformal 접촉을 하기 때문에(Fig. 5) 동일한 전동체 하중이 작용하더라도 볼과 내륜의 접촉압력이 보다 높게 나타나는 것으로 사료된다.

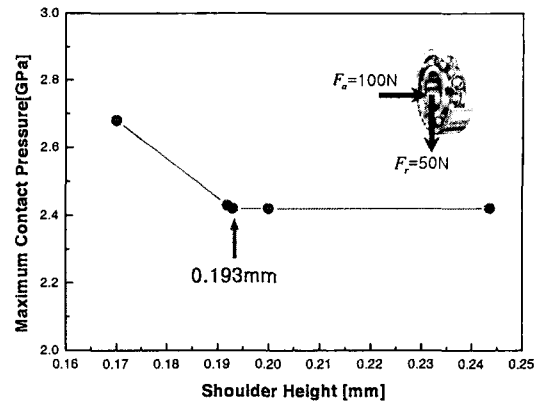
Fig. 9(a)와 Fig. 10(a)는 반경방향 하중이 50N으로 일정하고 축방향 하중이 증가할 때,

접촉 중앙부의 압력과 최대압력을 동시에 나타낸 그래프이다. 그림에서 보는 바와 같이 내륜의 경우는 축방향 하중이 300N이 넘어서면서, 외륜의 경우는 190N을 넘어서면서부터 접촉중앙부의 압력과 최대 접촉압력이 달라짐을 알 수 있다. 이는 고하중에서 충분한 접촉영역을 확보하지 못함으로 인해 edge effect에 의한 압력 스파이크는 발생하고 있음을 의미하는 것으로 Fig. 9(b)와 Fig. 10(b)에서 이러한 현상을 확인할 수 있다. 그러나 HDD용 소형 베어링의 경우 이러한 고하중이 작용한다는 것은 비현실적이며 따라서 적절한 쇼울더 높이를 평가할 필요가 있다.

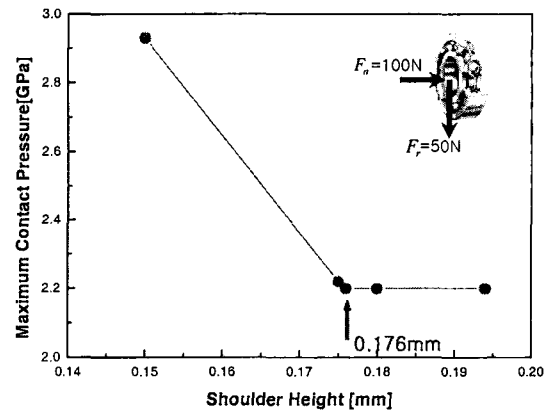
Fig. 11은 내·외륜에 대하여 반경방향 하중이 50N, 축방향 하중이 100N 작용하는 조건에서 edge effect에 의한 압력 스파이크가 발생하지 않을 shoulder height를 선정한 결과를 도시한 것이다. 그래프에서 알 수 있듯이 본 연구에서 해석 대상으로 삼은 소형 볼 베어링의 임계 shoulder height는 내륜의 경우 0.193mm, 외륜의 경우 0.176mm임을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 수치적인 접촉해석기법을 이용하여 볼 베어링의 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하였다. 즉, 각 전동체 하중을 계산하기 위한 준정적 해석, 볼과 웨드륜의 접촉 모델링, 그리고 영향함수법을 이용한 3차원 접촉해석 등의 일련의 시뮬레이션 과정을 거쳐 edge effect에 의한 압력 스파이크가 발생하지 않을 shoulder height를 결정하는 방법을 제시하였다. 예제로서 HDD 스피들용 소형 볼 베어링에 대하여 일련의 수치 시뮬레이션을 수행하여 현재 설계된 shoulder height가 과설계 되어 있음을 보였고 임의의 외력조건에서 edge effect를 받지 않은 임계 shoulder height를 제시하였다.



(a) Inner raceway



(a) Inner raceway

Fig. 11 Critical shoulder height

참 고 문 헌

1. Lorosch, H.K., "구름 베어링의 적정치수 결정과 경제적 베어링 장치의 설계," 원간 기계기술, 2월호, pp.63-70, 1996
2. Harris, T.A., Rolling Bearing Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1984.
3. 김태완, 구영필, 조용주, "Kurtosis를 고려한 3차원 거친표면의 탄성접촉해석," vol.18, no.10, pp.53-60, 2001
4. 윤기찬, "유전알고리즘을 이용한 응용분야 기반 전용 볼베어링의 설계방법," 한양대학교, 박사학위논문, 2000
5. Love, A. E. H., 1929, "The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary," Proc. Roy. Soc. London, Vol. A228, pp.377