

SAR 영상 재생을 위한 Kalman 필터의 구성법

도재수*, 남윤석**, 강범주**

*동국대학교 컴퓨터학과

**동국대학교 정보통신공학과

e-mail:dojesu@dongguk.ac.kr

Derivation of Kalman Filter for SAR Image Reconstruction

Jae-Su Do *, Yoon-Seok Nam**, Bub-Joo Kang**

*Dept of Computer Science, Dongguk University

**Dept of Information & Communcation Engineering,
Dongguk University

요 약

Kalman 필터는 통계적 방법에 근거한 필터이므로, 이것을 구성할 때, 추정대상이나 잡음 등의 통계량을 미리 알고 있을 필요가 있다. 일반적으로 이러한 양을 미리 아는 것은 곤란하므로, 필터를 설계할 때에는, 적당한 통계적 모델을 가정하지 않으면 안된다. 그러나, 실제의 통계량이 이러한 값과 다른 경우, 즉, model mismatch가 발생하면, 최적의 추정이 행하여지지 않고, mismatch가 정도가 큰 경우에는, 올바른 추정이 전혀 행하여지지 않을 가능성이 있다. 본 논문에서는 Kalman 필터에 model mismatch가 발생한 경우의 추정값으로의 영향을 2가지의 방법으로 검토한다.

1. 서론

저자는 이미, 합성개구레이더(SAR)의 새로운 영상 재생법으로, 정상 Kalman 필터를 이용한 것을 제안하였다. 이것은 SAR 영상 재생 알고리즘 중에서 상관연산에 의하여 행하여져 온 레인지 압축과 아지마스(azimuth)압축 부분을, 정상 Kalman 필터에 의하여 반복적으로 행한 것으로, 종래의 방법에 비하여 많은 실시간 처리에 적합한 특징을 갖고 있다. 또, SAR 영상 재생의 컴퓨터 시뮬레이션에 의하여, 이 방법으로 얻어진 재생 영상이 종래의 것보다도 높은 화질을 갖는다는 것을 보였다[1].

Kalman 필터는 통계적 방법에 근거한 필터이므로, 이것을 구성할 때에, 추정대상이나 잡음 등의 통계량을 미리 알고 있을 필요가 있다. 일반적으로 이러한 양을 미리 아는 것은 곤란하므로, 필터를 설계할 때에는, 적당한 통계적 모델을 가정하지 않으면 안된다. 그러나, 실제의 통계량이 이러한 값과 다른 경우, 즉, model mismatch가 발생하면, 최적의 추정이 행하여지지 않고, mismatch의 정도가 큰 경우에

는, 올바른 추정이 전혀 행하여지지 않을 가능성이 있다.

그러므로, 본 논문에서는 Kalman 필터에 model mismatch가 발생한 경우의 추정값으로의 영향을 2가지의 방법으로 검토한다. 먼저, 2장에서, 일반적인 Kalman 필터에 있어서, 상태방정식이 스칼라의 식으로 주어진 단순한 경우를 상정하여, model mismatch 영향의 이론적 계산을 행한다. SAR의 영상 재생에 이용되는 Kalman 필터는, 상태방정식이 행렬-벡터적으로 표현되는 복잡한 것이므로, model mismatch의 영상의 이론적 해석은 곤란하다. 그러므로, 3장에서는, SAR 영상 재생용의 Kalman 필터에서의 model mismatch의 재생 영상으로의 영향을 영상 재생의 컴퓨터 시뮬레이션으로 조사한다. 마지막으로, 4장에서, 2장과 3장에서 얻은 결과에 따라, model mismatch가 SAR 영상 재생에 미치는 영향을 정리한다.

2. Kalman 필터에서의 model mismatch

본 장에서는, Kalman 필터에 있어서의 model mismatch(이후, 간단히 mismatch라 한다)의 영향을 이론적으로 구하기 위하여, 다음 식에서 보이는 것과 같은 상태방정식에 의하여 지배되는 계를 생각한다.

$$x_k = \rho x_{k-1} + u_{k-1} \quad (1)$$

$$y_k = cx_k + v_k \quad (2)$$

x 가 추정하여야 하는 양이고, 식(1)은 x 가 1차의 마르코프 과정인 것을 나타낸다. 또, y 는 관측값, v 는 관측 노이즈이다. 여기서 y 만 관측가능하기 때문에, 이 값만으로 x 를 추정하여야만 한다. 이것을 행하는 Kalman 필터를 구성하기 위하여 필요로하는 통계량은, v_k 의 평균과 분산 \bar{v} 와 σ_v^2 , x 의 상관계수 ρ , v 의 평균과 분산 \bar{v} 와 σ_v^2 이다, 단, x 의 평균과 분산은

$$\bar{x} = \frac{\bar{u}}{1-\rho} \quad \sigma_x^2 = \frac{\sigma_u^2}{1-\rho^2}$$

으로 구하여지므로, \bar{u} 와 σ_u^2 대신에 \bar{x} 와 σ_x^2 라도 좋다. 이러한 값들을 미리 알고 있다고 하면, x 를 추정하는 Kalman 필터가 설계가능하고, x_k 의 추정값 \hat{x}_k 는 다음 식과 같이 된다.

$$\hat{x}_k = (1-fc)\rho \hat{x}_{k-1} + fy + k + (1-fc)\bar{u} - f\bar{v} \quad (3)$$

$$f = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{\sigma_v^2}{\sqrt{(\sigma_v^2 - \rho^2 \sigma_v^2 - c^2 \sigma_w^2)^2 + 4c^2 \sigma_u^2 \sigma_v^2}} \right) \quad (4)$$

이 때의 추정오차 $e_k = x_k - \hat{x}_k$ 의 평균과 분산은, 충분히 큰 k 에 대하여, 다음 식과 같이 된다.

$$\bar{e}_k = 0 \quad (5)$$

$$\sigma_{e_k}^2 = \frac{f^2}{1-F^2\rho^2} \left[\sigma_v^2 + c^2 \sigma_x^2 \left(1 + \frac{F\rho^2}{1-F\rho^2} \right) \right] + \bar{x}^2 \quad (6)$$

단, $F=1-fc$

식(5)는 추정값이 불편추정량인 것을 나타낸다. 또,

Kalman 필터는 추정오차의 분산을 최소로 하도록 설계되어 있어, 식(6)이 그 최소값을 부여한다. 이와 같이 하여 설계된 Kalman 필터를, 실제의 통계량이 $(\hat{x}_r, \sigma_{xr}^2, \rho_r, \hat{v}_r, \sigma_{vr}^2)$ 로 되도록 계열에 적용하면, mismatch가 발생한다. 이 때의 추정오차의 평균은,

$$\bar{e}_k = \frac{1}{1-F\rho} [F(\bar{v}_r - \bar{v}) + F(1-\rho)(\bar{x} - \bar{x}_r)] \quad (7)$$

으로 되어, 평균치의 mismatch가 추정치를 불편추정량이 아닌 것으로 만드는 것을 알 수 있다. 같은 방법으로 추정오차의 분산도 계산할 수 있지만, 식이 복잡하므로 생략한다. $\sigma_{e_k}^2$ 에는, 모든 파라미터의 mismatch가 영향을 미친다.

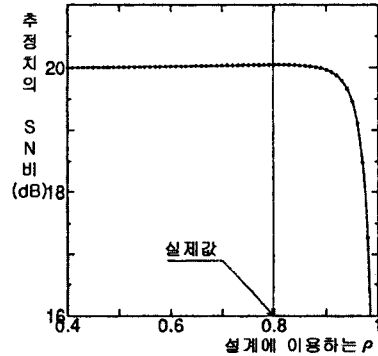


그림1. ρ 의 mismatch의 영향

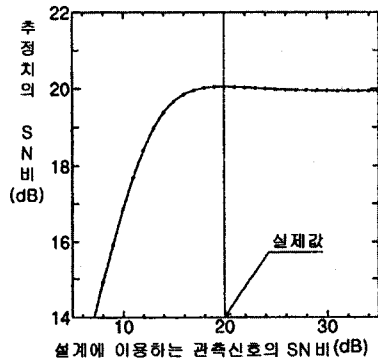


그림2. σ_v^2 의 mismatch의 영향

그림 1은 $c=1, \rho_r=0.8, \bar{u}_r=0, \bar{v}_r=0, \sigma_{xr}^2=0.36, \sigma_{vr}^2=0.01$ (관측신호의 SN비가 20dB인 것에

해당한다)이 되는 계열에 대하여, 잘못된 ρ 를 이용하여 설계한 Kalman 필터로 x 의 추정을 행한 경우의 추정치의 SN비를 보인다. 설계에 이용하는 ρ 의 값이 ρ_r 에 일치하지 않으면 최적의 추정은 행하여 지지 않지만, ρ 가 상당히 ρ_r 로부터 떨어져 있어도 추정치의 열화는 그다지 크지 않음을 알 수 있다. 단, ρ 가 1에 근접하면 추정치는 크게 열화한다. 그림2에 같은 계열에 대한 σ_v^2 , 즉, 관측신호의 SN비의 mismatch의 영향을 보인다. 이 그림으로부터, 설계에 이용하는 관측신호의 SN비가 실제값보다도 크게 되는 mismatch는, 추정치에 큰 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다. 그 외의 파라미터의 mismatch에 대하여도 마찬가지로 계산할 수 있지만, 여기서는 생략한다.

3. SAR 영상재생용 Kalman 필터에서의 mismatch

시스템이 식(1), 식(2)와 같이 간단한 상태방정식으로 표현되는 경우에는, 2장에서 행한 것과 같이, mismatch의 영향을 이론적으로 구할 수 있다. 그러나, SAR 영상 재생용의 Kalman 필터와 같이, 상태방정식이 복잡한 경우의 해석은 아주 곤란하다. 본 장에서는, SAR영상 재생 중에서, 아지마스 압축을 행하는 Kalman필터의 model mismatch 문제를, 영상 재생의 컴퓨터 시뮬레이션으로 조사하여, 2장에서 얻은 결과와 비교한다.

아지마스 압축을 행하는 Kalman필터를 구성하기 위한 상태방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\vec{x}_k = A \vec{x}_{k-1} + \vec{u}_{k-1} \quad (8)$$

$$y_k = \vec{c} \vec{x}_k + v_k \quad (9)$$

여기서, \vec{x} 는 지상의 전파반사율분포의 아지마스 방향의 벡터, y 는 레인지 압축후의 데이터를 나타낸다. 위의 식이 식(1), (2)와 다른 것은, 추정량 \vec{x} 가 벡터인 것과 데이터가 복소치인 것이다. 식(8), (9)로부터 Kalman필터를 구성하기 위하여 필요한 것은, \vec{x} 의 평균, 분산, v 의 평균, 분산과 행렬 A 이다. 그런데, A 는 x 의 상관계수 ρ 로만 구할 수 있으므로, 결국, 2장에서 이용한 것과 똑같은 파라미터에 의하여 Kalman 필터가 설계된다.

실험방법으로는, 그림3에 보이는 표준화상

MOON을 지상의 반사율 분포로 가정하여, 이것에 대하여 수신신호에, SN비가 20dB로 되도록 영평균의 가우스성 백색잡음을 부가하여, 이상적으로 레인지압축한 것을 입력으로 한다. 이 경우에는 목표물과 잡음의 올바른 통계량은 이미 알고 있으므로, Kalman 필터를 설계할 때, 각 파라미터에 의도적으로 mismatch를 발생시켜, 그 필터에 따라 아지마스 압축을 행하여, 재생 영상의 SN비를 조사한다.

실험결과를 그림4와 그림5에 보인다. 그림4는, 상관계수 ρ 의 값에 대한 mismatch의 영향을 보인다.



그림 3. 표준영상 MOON

실제값 ρ_r 은 0.90이다. 이 결과는 2장의 그림1과 일치하고 있다. 즉, ρ 를 1에 근접하게 하지 않으면, 재생영상의 열화는 그다지 크지 않다. 따라서, SAR의 재생영상의 상관계수가 0.7에서 0.9사이의 분포를 하고 있는 것을 고려하면, 이 범위의 ρ 를 필터의 설계에 이용하는 한, ρ 의 mismatch의 영향을 고려할 필요는 없다. 그림 5는, 잡음의 분산, 즉, 수신신호의 SN비의 mismatch의 영향을 나타내고 있다.

이것도, 2장에서의 이론적인 결과와 일치하고 있다. SN비의 실제값은 20dB이며, 설계에 이용하는 SN비가 실제값보다도 작은 경우에는 재생영상의 열화가 크다. SAR의 수신신호는 4비트정도로 양자화되므로, 그 외의 잡음의 영향을 고려하면 수신신호의 SN비는 최대라도 30dB정도로 생각된다. 따라서, SN비를 30dB라 가정하고 필터를 설계하면, 재생영상의 열화는 그다지 크지 않다. 이 외의 파라미터의 mismatch에 대하여도 시뮬레이션을 하였으나, 어떠한 경우에도, 필터의 설계에 이용하는 값이 SAR재생영상의 파라미터로서 현실적인 것이면, mismatch의

영향은 그다지 크지 않다는 결론을 얻었다.

學會技術報告, SANE2000-29, pp.47-523(2000)

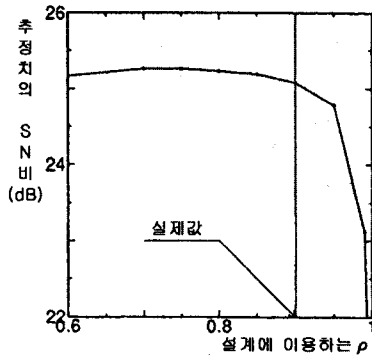


그림 4. ρ 의 mismatch의 영향

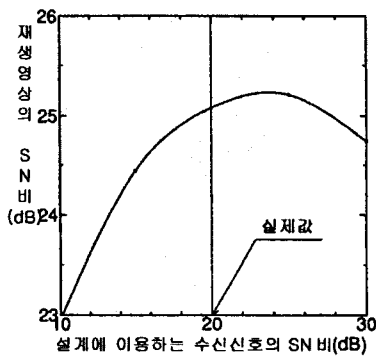


그림 5. σ^2 의 mismatch의 영향

4. 결론

SAR영상재생용의 Kalman 필터 설계시에 model mismatch가 발생한 경우의 영향을 조사하기 위하여, 2장에서 단순하지만 일반적인 Kalman 필터에 대하여 model mismatch의 영향을 이론적으로 검토하여, 3장에서 SAR의 영상재생 시뮬레이션에 의해 그 영향을 조사한 결과, 양자는 거의 일치하였다. 그 결과, SAR 영상 재생용의 Kalman 필터에 대하여는, 설계에 필요한 파라미터를 SAR로서의 현실적인 값으로 설계하면, 다소의 mismatch가 발생하여도, 재생영상으로의 영향은 작다는 것을 보일 수가 있었다. 이 결과를 역으로 이용하면, 추정의 최적성을 구하지 않는다면, 하나의 Kalman 필터로 광범위의 목표물의 재생이 가능하다.

참고문헌

- [1] 都在鉄, 白川, 三田村, 小川 "カルマンフィルタによる合成開口レーダの反復的像再生法" 電子情報通信