

# 아스팔트바인더유체를 위한 특성방정식 모델링

## Modeling of Constitutive Equations for Asphalt Binder Fluids

허정도\* · 김한용\*\* · 조규태\*\*\* · 손원표\*\*\*\*

Huh, Jung Do · Kim, Han Yong · Cho, Gyu Tae · Sohn, Won Pyo

### 1. 서론

동 전단시험이나 정상상태시험을 통하여 측정된 물질의 레올로지 데이터 (점도, 복합전단계수, 위상각, 주기, 전단속도, 등)는 단순히 정성적으로 그 특성이 무엇인지 알기 위함이 목적이 아니고, 물질의 성질을 정량화하여 물성 데이터베이스를 확보하는 데 주 목적이 있다. 이러한 목적을 위해서 수학적 모델링 식이 필수적이다. 허정도, 남영국<sup>(1)</sup>은 바인더점도를 정량화 하는 연구를 수행하여 점도예측 모델링 식을 논문으로 발표한 바 있다. 이러한 수학적 모델링 식은 측정된 물성 데이터의 회귀분석에 사용되어 바인더특성을 규명하는 물질상수의 산정을 가능하게 한다. 예를 들어, 이렇게 확보된 물질상수의 기능 중 하나는 바인더등급을 제정하는 데 필요한 정보를 제공하는 것이다.

개질아스팔트를 포함한 모든 아스팔트바인더는 크게 두 종류로 구분된다. 하나는 단일 상(single-phase) 유체의 거동이고, 다른 하나는 다상(multi-phase) 유체의 거동이다. 두 유체의 가장 큰 차이점은 단일 상 유체는 항복응력이 없는 데 반하여 다상유체는 항복응력을 보인다는 차이가 있다.

또한 다 같은 단일 상 유체라 하더라도 뉴턴 유동의 영역 없이 바로 지수법칙을 따르는 지수법칙 유체나, 아니면 처음에 뉴턴 유동을 보이다가 주기가 증가함에 따라 지수법칙영역에 들어가는 일반적인 비 뉴턴유체 나에 따라 두 종류로 나누어진다. 마찬가지로 다상유체와 같이 항복응력을 가지고 있는 경우라 하더라도 유체유동이 지수법칙을 따르느냐, 일반적인 비 뉴턴 법칙을 따르느냐에 따라서 또한 두 종류로 갈라진다.

이처럼 유체의 유동특성을 모델화 하는 데, 모두 네 다른 유동거동이 존재하며 이들을 정량화하기 위하여 네 다른 특성방정식이 고려된다. 이제 이들 네 다른 특성방정식과 온도변화영향을 아래에 살펴보자.

### 2. 전단유체를 위한 모델링 식

전단유동의 이론적 연구는 주로 고분자 레올로지 분야에서 정전단 및 동전단 유동에 의한 시험방법에 따라 개발되어 왔다. 본연구에서는 현재까지의 연구결과 중 비뉴턴 유동거동을 다루는 식들을 간략히 언급하고 여기에서 처음으로 제안하는 새로운 모델링 식에 대한 소개와 검증을 하려한다.

#### 2.1 정전단점도의 이론 식

정 전단점도란 유체유동이 정상상태에 도달했을 때 측정된 유체점도를 말한다. 일반적으로 비뉴턴유체의 전단점도 데이터를 정량적으로 기술하기 위하여 비교적 사용하기에 간편한 Cross(1965)<sup>(1)</sup> 모델이 자주 선정된다. 이 외에도 많은 특성방정식들이 존재하지만 너무 복잡하여 현실성이 없으므로 여기서는 제외된다.

\* 정회원 · 인천대학교 첨단도로교통연구센터 수석연구원 · 공학박사 · 032-770-8915 (Email : jung\_huh@hotmail.com)  
\*\* 정회원 · (주)한솔엔지니어링 사장 · 공학박사 · 02-578-4903 (Email : hseng@thrunet.com)  
\*\*\* 정회원 · 인천대학교 첨단도로교통연구센터 책임연구원 · 공학박사 · 032-770-8915 (Email : ichogt@yahoo.co.kr)  
\*\*\*\* 정회원 · 삼안기술공사 전무 · 인천대학교 토목환경시스템공학과 · 박사과정 · (Email : wpshon@samaneng.com)



Cross(1965)<sup>(1)</sup> 모델은 고분자 용융체의 전단유동에 사용되는 모델로서 균일하고 단일 상으로 된 유체에 적용된다. 이 식은 세 물질상수( $\eta_0$ ,  $\lambda$ ,  $n$ )로 구성되어 비교적 간편하면서도 물질의 점도 특성을 잘 나타내고 있다고 평가된다.

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + (\lambda\dot{\gamma})^{1-n}} \quad (1)$$

위 식에서  $\eta_0$ 는 제로전단점도 (zero shear viscosity) 또는 절대점도 (absolute viscosity)라 부르며, 전단속도가 제로인 상태에서의 점도를 말한다.  $\lambda$ ,  $\dot{\gamma}$ ,  $n$ 는 각각 이완시간, 전단속도 그리고 전단 민감 지수를 나타낸다. 이완시간이란 유체분자가 외부로부터 전단응력을 받았을 때, 분자체인이 움직이는 데 소요되는 시간을 말하며, 전단 민감 지수는 흐름 중에 있는 분자체인의 유동저항지수를 나타낸다.

## 2.2 정전단 응력식

일정한 응력 하에서 전단점도는 전단속도와 반비례함으로 전단 응력( $\tau$ )은 전단점도( $\eta$ )와 전단속도( $\dot{\gamma}$ )의 곱으로 표현된다. 따라서, 이 이론을 Cross(1965)<sup>(1)</sup> 모델에 적용하면 다음과 같다.

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} = \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{1 + (\lambda\dot{\gamma})^{1-n}} \quad (2)$$

## 2.3 동전단점도 이론식

위에서 소개된 식은 정 전단점도와 전단속도에 관한 식이다. 그러나 점도를 측정하는데 있어서 정 전단방법 이외에도 동 전단시험 방법이 있다. Cox-Mertz(1958)<sup>(2)</sup>는 전단속도( $\dot{\gamma}$ )와 동일한 주기( $\omega$ )를 사용한다면 전단점도( $\eta$ ) 대신에 복합점도( $\eta^*$ )를 사용해도 동일한 결과를 얻는다고 주장하였다. 이 이론에 의해 동 전단점도는 다음과 같이 표현된다.

$$\eta^* = \frac{\eta_0^*}{1 + (\lambda\omega)^{1-n}} \quad (3)$$

위 식에서  $\eta^*$ ,  $\eta_0^*$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  및  $n$ 는 각각 복합점도 (complex viscosity), 복합 제로전단점도 (reference zero shear rate viscosity), 이완시간 (relaxation time), 주기 (frequency), 전단민감지수 (shear susceptibility index)를 가리킨다.

## 2.4 동전단 응력식

동 전단시험에서 측정한 복합전단계수 ( $G^*$ )는 정전단시험에서의 응력( $\tau$ )과 동일하며 식 (2)와 식 (3)에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$G^* = \eta^* \omega = \frac{\eta_0^* \omega}{1 + (\lambda\omega)^{1-n}} \quad (4)$$

## 2.5 동 점탄성 응력식

위의 식 (1)에서 식 (4)까지는 점도를 고려한 식들로서 문헌을 통해 살펴보았다. 그러나 대부분의 비뉴턴 유체는 유동 시에 점정보다는 점탄성 성질을 나타내므로, 점성에 근거한 응력 식보다는 점탄성 응력 식이 필요하다. 점성응력인  $G^*$  대신에 점탄성응력인  $G^*/\sin\delta$ 를 식 (4)에 삽입함으로써 원하는 새로운 점탄성 식을 얻는데 이 수식은 본 연구에서 처음으로 제안되는 식이다.



$$\frac{G^*}{\sin \delta} = \frac{\eta^*}{\sin \delta} \cdot \omega = \frac{\eta_o^*}{\sin \delta} \cdot \frac{\omega}{1 + (\lambda \omega)^{1-n}} \tag{5}$$

식 (5)의 온도의존성 식은  $\eta_o^*/\sin\delta$ ,  $\lambda$  및  $n$ 에 대한 온도표현을 각각 구하여 식 (5)에 삽입하면 만족된다. 여기서 점탄성성질을 나타내는  $\sin\delta(=G''/G^*)$ 는  $G''$ 와  $G^*$ 의 온도의존성이 거의 동일하므로 서로 상쇄되어 온도에 대한 변화가 없다고 가정된다. 따라서  $\eta_o^*/\sin\delta$ 에 대한 온도의존성은 실제로 복합제로전단점도( $\eta_o^*$ )와 동일하며, 이완시간( $\lambda$ )도 복합제로전단점도의 함수이므로 이 또한 복합제로전단점도의 온도의존성을 따른다. 복합제로전단점도는 아레니우스(Arrhenius) 온도법칙을 지키므로  $\eta_o^*/\sin\delta$  및  $\lambda$ 에 대한 온도의존성도 아레니우스(Arrhenius) 온도법칙을 따른다고 가정된다. 전단민감지수( $n$ )의 변화영역은 이론 상 0.0-1.0 사이지만, 보통 0.3-0.95이며 이 좁은 변화영역에 대한 온도의존성은 절대점도의 역순에 의한 일차 또는 이차 선형방정식으로 표현된다. 이들을 수학적으로 표현하면 각각 아래와 같다.

$$\frac{\eta_o^*}{\sin \delta} = \frac{\eta_{or}^*}{\sin \delta} \cdot \exp\left[\frac{E_\eta}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r}\right)\right] ; \quad \text{Ln}\left(\frac{\eta_o^*}{\sin \delta}\right) = \text{Ln}(V_1) + \frac{W_2}{T} \tag{6}$$

$$\lambda = \lambda_r \cdot \exp\left[\frac{E_\lambda}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r}\right)\right] ; \quad \text{Ln}(\lambda) = \text{Ln}(V_2) + \frac{W_2}{T} \tag{7}$$

$$n = a + \frac{b}{T} + \frac{c}{T^2} \tag{8}$$

**2.6 동전단 점탄성 지수법칙(Power-Law) 모델**

아스팔트바인더의 유동거동을 표현하는 데 있어서 식 (4)보다 더욱 간단한 특성방정식으로서 동복합전단 지수법칙 (파워법칙) 식이 있다. 이 식은 식 (4)에서 다음 조건을 상정할 때 주어진다.

$$(\lambda \cdot \omega)^{1-n} \gg 1 \tag{9}$$

이 때 동복합전단계수에 대한 지수법칙은 다음과 같이 표현된다.

$$G^* = (\lambda^{n-1} \eta_o^*) \cdot \omega^n = K \cdot \omega^n \tag{10}$$

위 식에서 K는 컨시스턴시 지수 (consistency index)라 부르며, 복합제로전단점도( $\eta_o^*$ )의 함수이다. 지수법칙을 따르는 동전단 점탄성 응력 식은 식 (10)이 유도된 절차를 따름으로서 식 (5)로 부터 얻어진다.

$$\frac{G^*}{\sin \delta} = \frac{K}{\sin \delta} \cdot \omega^n \tag{11}$$

식 (11)에서 온도에 대한 변화를 나타내는 변수는  $K/\sin\delta$ 와  $n$ 이며,  $n$ 에 대한 표현은 이미 식 (8)에 나타내었다. 여기서,  $\sin\delta$ 는 온도변화와 무관하므로  $K$ 와  $K/\sin\delta$ 는 복합제로전단점도의 함수이므로 아레니우스(Arrhenius) 온도법칙을 따른다고 할 수 있다.

$$\frac{K}{\sin \delta} = \frac{K_r}{\sin \delta} \cdot \exp\left[\frac{E_K}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_r}\right)\right] ; \quad \text{Ln}\left(\frac{K}{\sin \delta}\right) = \text{Ln}(V_3) + \frac{W_3}{T} \tag{12}$$

소성변형온도영역에서의 동 전단시험 측정데이터에서 위 식 (10), (11), (8) 및 (12)가 적용될 수 있는 아스팔트바인더재료는 스트레이트 뿐만 아니라 개질아스팔트바인더도 포함되며, 이들은 균일한 단일 상 유체를 이루고 있다. 각 바인더마다 식 (10)으로  $G^*$ 를(그림 1), 식 (11)로  $G^*/\sin\delta$ 를(그림 2) 예측하였고, 여기서 얻은 온도변화에 대한  $K/\sin\delta$ 와  $n$  상수는 식 (12)와 식 (8)을 사용하여 그림 3과 4에 나타내었다. 마지막으로 점탄성성질을 관찰하기 위하여  $\sin\delta$ 를 주기의 함수로 그림 5에 나타내었다. 각 그림들의 데이터는 기호로, 회귀분



석한 결과는 선으로 표시하였다. 각 그림에서 보여주는 우수한 예측결과들은 I-바인더가  $G^*$ 는 식 (10)을,  $G^*/\sin\delta$ 는 식 (11)을 따른다는 사실을 입증하며 지수법칙을 따름을 시사한다. 그리고 회귀분석으로 얻어진  $K/\sin\delta$ 와  $n$ 의 온도변화 데이터는 온도의존식 (12)와 식 (8)에 따라 변화함을 해당 그림들을 통해 관측된다.

각 바인더마다  $G^*$ 와  $G^*/\sin\delta$ 를 표시한 이유는 서로 간의 비교를 나타내기 위해서이며, 온도변화에 대한  $K/\sin\delta$ 와  $n$  상수의 표현은  $G^*/\sin\delta$ 에 대한 온도변화를,  $\sin\delta$ 에 대한 표현은 점탄성성질을 고려하기 위해서이다.  $K/\sin\delta$ 가 크면 점탄성성질이 크며,  $n$ 가 작으면 상대적으로 탄성의 성질이 큼을 시사한다. 실제로 탄성성질이 큰 I-바인더의  $n$ -값은 0.64인 데 반하여 대부분의 다른 바인더들은 0.9이상임이 관측된다.

또한 점탄성성질을 보기 위하여  $\sin\delta$  값을 그림 5에 나타내었다. 일반적으로 탄성이 적고 점성이 큰 바인더의 경우, 주기가 낮을 때 완전한 점성을 나타내다가(1.0에 가까운 값), 주기가 증가함에 따라 약간의 탄성성질(1.0보다 작아짐)이 발생한다. 이러한 현상은 주기가 증가함에 따라 바인더의 체인이 유동방향으로 늘어남에 따라 발생하는 현상이다. 그러나 이와는 달리 탄성이 비교적 큰 I-바인더의 경우, 특히 온도가 40℃나 45℃의 경우, 주기가 조금만 증가하여도 탄성성질이 빠르게 증가함을 볼 수 있다. 탄성성질로 인하여  $\sin\delta$  값이 1.0보다 적은 I-바인더는  $G^*/\sin\delta$ 가  $G^*$ 보다 그 값이 다소 커짐이 관측된다. 이러한 의미는 탄성이 큰 바인더를 제외하고는  $G^*$ 와  $G^*/\sin\delta$  값에 거의 차이가 없으므로  $G^*/\sin\delta$ 대신에  $G^*$ 를 사용해도 무방함을 시사한다.

### 3. 다상유체를 위한 모델링 식

일부 고분자개질 아스팔트의 특성은 스트레이트 아스팔트와는 전혀 다르다. 스트레이트 아스팔트는 균일한 단일상(單一相) 물질처럼 거동하는 반면에 고분자개질 아스팔트는 고분자물질이 미세입자로서 아스팔트에 점점이 분산되어 있는 다상유체의 형태를 보이는 경우가 허다하다. 스트레이트 아스팔트와 구분되는 상기 차이점은 개질아스팔트에 독특한 레올러지적 특성을 부여한다.

#### 3.1 다상유체(多相流体)를 위한 물질특성방정식

일반적으로 다상유체는 서로 다른 상의 존재로 인하여 수많은 계면이 존재하고, 각 계면에는 표면장력이 작용하여 전체유체가 응집력을 가진 하나의 물질로 거동한다. 다상유체는 유동을 일으키기 전에 이러한 응집력을 파괴하기 위해 항복응력을 필요로 한다. 즉, 가해진 전단응력에서 항복응력을 제한 잔여 응력만이 유체 유동에 직접적으로 관여하며 이를 수식적으로 표현하면 다음과 같다.

$$\tau - \tau_y = \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (13)$$

식 (13)에서 전단점도는 Cross모델(1965)<sup>(11)</sup>인 식 (1)을 사용하면, 항복응력을 지닌 다상유체의 특성방정식이 구성된다. 즉,

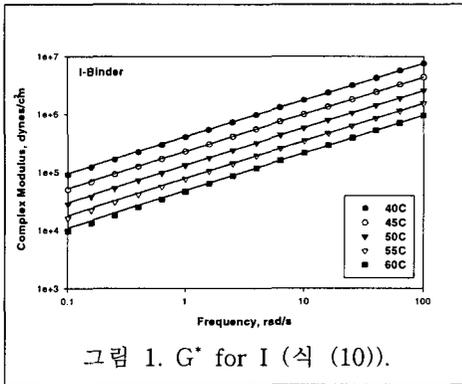


그림 1.  $G^*$  for I (식 (10)).

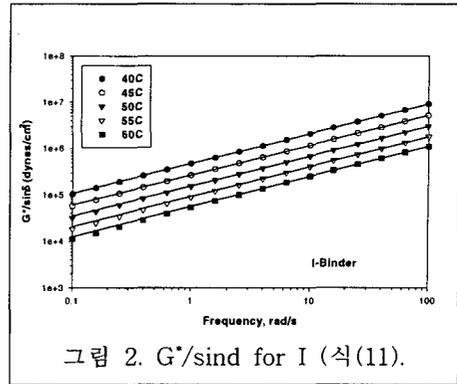


그림 2.  $G^*/\sin\delta$  for I (식(11)).

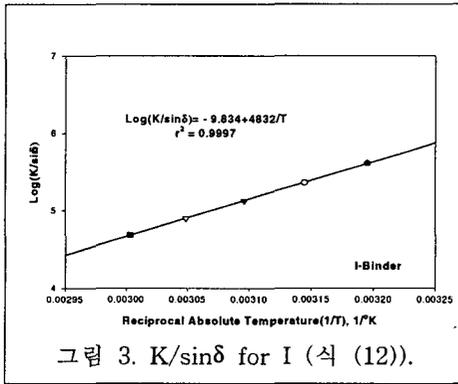


그림 3.  $K/\sin\delta$  for I (식 (12)).

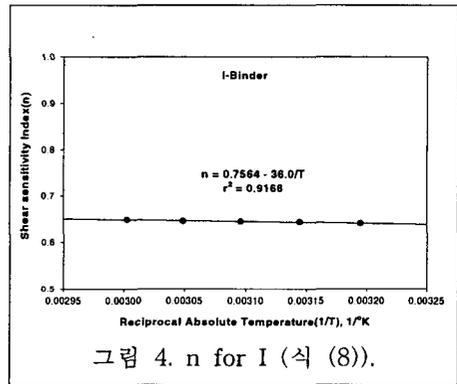


그림 4.  $n$  for I (식 (8)).

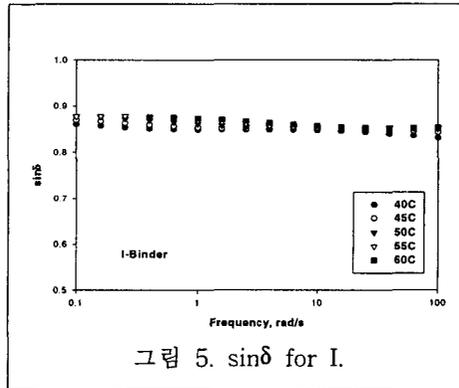


그림 5.  $\sin\delta$  for I.

$$\tau = \tau_y + \frac{\eta_o \dot{\gamma}}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^{1-n}} \quad (14)$$



### 3.2 다상유체(多相流体)를 위한 새로운 점탄성특성방정식

점탄성유체는 전단응력( $\tau$ ) 대신에 점탄성응력( $G^*/\sin\delta$ )을, 제로전단점도( $\eta_0$ ) 대신에 점탄성 제로전단복합점도( $\eta_0^*/\sin\delta$ )를, 전단속도( $\dot{\gamma}$ ) 대신에 주기( $\omega$ )를 식 (14)에 삽입하면 된다.

$$\frac{G^*}{\sin\delta} = \left( \frac{G^*}{\sin\delta} \right)_y + \frac{\eta_0^*}{\sin\delta} \cdot \frac{\omega}{1 + (\lambda\omega)^{1-n}} \quad (15)$$

식 (15)는 균일한 단일 상 아스팔트바인더에 적용되는 식 (5)와 동일하지만 다상유체의 특징인 항복응력 항, ( $G_y^*/\sin\delta$ ),이 추가되어 있는 점이 다르다. 온도변화를 고려하면, 식 (16)에  $\eta_0^*/\sin\delta$ ,  $\lambda$ ,  $n$ 에 대한 온도법칙을 삽입하여야 하는 데, 이들은 이미 식 (6), (7) 및 (8)에서 밝힌 바 있다. 그러므로 항복응력 항, ( $G_y^*/\sin\delta$ ),에 대한 온도변화 식만을 여기서 제시한다. 항복응력 항도 편리상 아래니우스법칙을 따른다고 가정하면 다음과 같다.

$$\left( \frac{G^*}{\sin\delta} \right)_y = \left( \frac{G^*}{\sin\delta} \right)_{y_r} \cdot \exp \left[ \frac{E_y}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \right] ; \quad \ln \left( \frac{G^*}{\sin\delta} \right)_y = \ln(V_4) + \frac{W_4}{T} \quad (16)$$

### 3.3 다상유체(多相流体)를 위한 새로운 점탄성 지수법칙

다상유체의 유동 시에 지수법칙을 따른다면 식 (14)의 점도표현에 지수법칙 모델(식 (10))을 적용하여 이 유체의 유동거동을 기술하게 된다. 이 식은 Hershel and Bulkley(1926)<sup>(3)</sup> 식으로 알려져 있다.

$$\tau = \tau_y + K \cdot \dot{\gamma}^n \quad (17)$$

식 (17)에 해당하는 복합전단계수( $G^*$ )에 대한 표현은 아래와 같다.

$$G^* = G_y^* + K \cdot \omega^n \quad (18)$$

식 (18)의 양변에  $\sin\delta$ 로 나누면 다상유체를 위한 새로운 점탄성 지수법칙이 얻어진다.

$$\frac{G^*}{\sin\delta} = \left( \frac{G^*}{\sin\delta} \right)_y + \frac{K}{\sin\delta} \cdot \omega^n \quad (19)$$

식 (19)에서 온도변화를 고려하면  $G_y^*/\sin\delta$ ,  $K/\sin\delta$ ,  $n$ 에 대한 온도법칙이 알려져야 하는 데, 이들은 이미 식 (16), (12) 및 (8)에서 밝힌 바 있어 이들을 사용하면 된다.

### 3.4 다상유체(多相流体)를 위한 동전단시험 데이터 분석

다상유체의 점탄성 지수법칙에 따라 거동하는 개질 아스팔트바인더는 많이 있지만 여기서는 J-바인더에 대한 예를 든다. 이 바인더의 동전단시험 데이터 중  $G^*$ 는 식 (18)를,  $G^*/\sin\delta$ 는 식 (19)을 적용하여 회귀분석을 실시하였다. 그 결과는 그림 6과 7에 표현되어 있다. 각 그림의 우수한 예측결과는 점탄성지수법칙인 식 (18)와 식 (19)의 타당성을 입증해준다. 특기할만한 사항은 낮은 주기에서 항복응력을 가지고 있는 사실이다.

식 (18)를 적용하여 온도변화에 따른 각 바인더의  $G^*/\sin\delta$  데이터를 회귀분석하여 얻은 각 물질상수

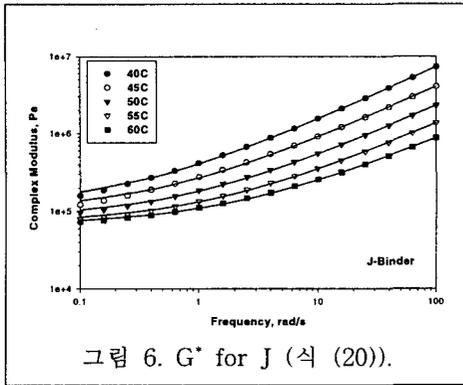


그림 6.  $G^*$  for J (식 (20)).

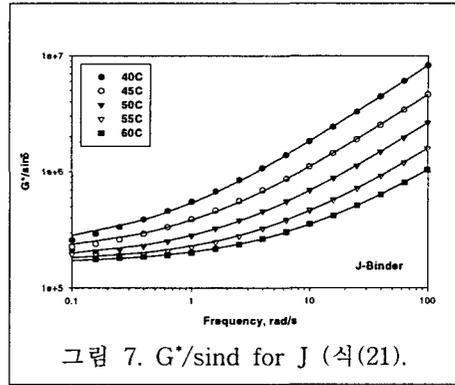


그림 7.  $G^*/\sin\delta$  for J (식(21)).

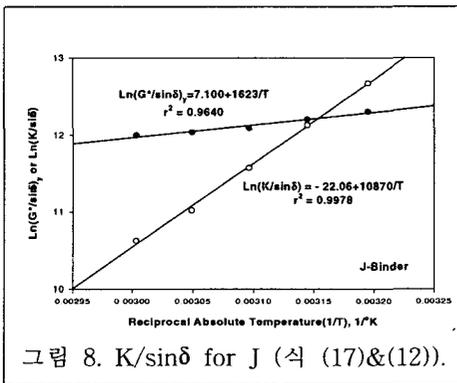


그림 8.  $K/\sin\delta$  for J (식 (17)&(12)).

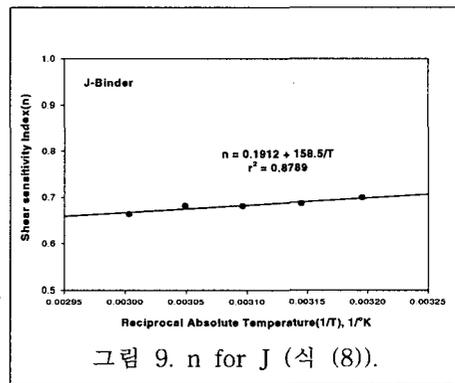


그림 9.  $n$  for J (식 (8)).

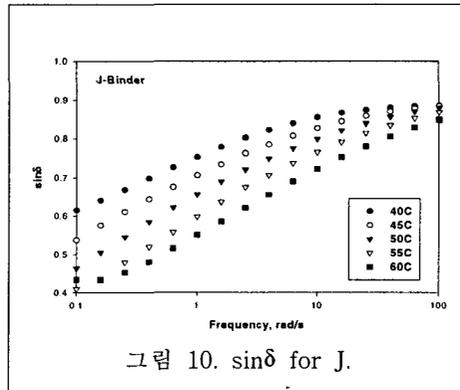


그림 10.  $\sin\delta$  for J.

$(G^*/\sin\delta, K/\sin\delta, n)$ 를 식 (16), 식 (12) 및 식 (8)에 적용하여 회귀분석한 결과는 그림 8과 9에 표시하였다. 모두 만족할만한 결과를 보여주며, 이들 식의 정당성을 입증하고 있다.

마지막으로 점탄성성질을 조사하기 위하여  $\sin\delta$ 를 주기의 함수로 그림 10에 표현하였다. 이들 그림에서 볼 수 있듯이, 주기가 낮은 영역에서 나타나는 상당히 큰 탄성영향은 원래구조의 파괴에 따른 항복응력과 관련이 있다고 추정된다. 그러나 바인더 자체의 탄성은 높은 주기에서 목격하는 것이 타당할 것이다.



#### 4. 결론

모든 아스팔트바인더는 크게 나누어 균일한 단일상을 가지는 바인더와 불균일한 다상 형태를 취하는 바인더로 구분된다. 이들 두 다른 아스팔트바인더의 구조는 유동거동에서도 차이가 있음을 지적하였고 각각에 대한 특성방정식을 제안하였다. 대체적으로 아스팔트바인더는 항복응력을 가지고 있으나(불균일 다상유체나) 없으나(균일한 단일상 유체나) 하는 차이가 있긴 하지만, 소성변형온도영역에서는 모두 지수법칙에 따라 거동함을 밝혔다. 또한 온도변화를 고려한 특성방정식도 제안하였고, 동전단실험데이터를 통하여 제안식들이 타당함을 입증하였다. 이상의 결과들은 각 바인더의 특성을 정량화 하는 데 기여할 것이다.

#### 감사의 글

본 연구는 2001년 건설교통부 산학연 공동연구사업과 관련하여 한국건설교통기술평가원의 재정적 지원을 받아 수행되었기에 본 연구를 가능케 한 두 기관에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Cross, M.M.(1965), "Rheology of Non-Newtonian Fluids: A New Flow Equation for Pseudoplastic Systems", *J. of Colloidal Sci.*, 20, pp. 417-437; Cross, M.M. (1979), *Rheological Acta*, Vol. 18, pp. 609.
- (2) Cox, W.P. and Mertz, E.H.(1958), *J. Polymer Science*, Vol. 28, pp. 619-622.
- (3) Hershel, H. and R. Bulkeley (1926), *Proc. Am. Soc. Test. Mater.*, Vol. 26(2), pp. 621.