

고정점과 시간적 상관성의 적응조정에 의한 견실 알고리즘의 조합형 독립성분분석

조용현, 오정은⁰
대구가톨릭대학교 컴퓨터정보통신공학부
e-mail : yhcho@cu.ac.kr

Hybrid ICA of Fixed_point and Robust Algorithm Using Adaptive Adaptation of Temporal Correlation

Yong-Hyun Cho and Jeung-Eun Oh⁰
School of Computer and Information Communications. Eng.,
Catholic Univ. of Daegu

요 약

본 연구에서는 고정점 알고리즘과 원 신호의 시간적 상관성을 적응조정된 견실 알고리즘의 조합형 독립성분분석을 제안하였다. 여기서 고정점 알고리즘은 뉴우턴법의 경신규칙에 따른 빠른 분석속도와 견실 알고리즘은 시간적 상관성과 낮은 kurtosis를 가지는 영상의 효과적인 분리를 얻기 위함이다. 제안된 알고리즘의 독립성분분석을 512x512 픽셀의 10개 영상으로부터 입의의 혼합행렬에 따라 발생하는 혼합영상의 분리에 적용한 결과, 기존의 고정점 알고리즘의 독립성분분석보다 우수한 분리성능과 빠른 분리속도가 있음을 확인하였다.

1. 서론

최근 신호의 적절한 표현을 찾기 위한 연구가 통계학, 신호처리, 그리고 신경망 등에서 활발하게 진행되고 있다[1-3]. 그 중에서도 공분산(covariance)을 이용하는 2차원 방법의 가우스(Gaussian) 분포의 데이터 표현에 적절한 주요성분분석(principal component analysis : PCA)이 널리 이용되고 있다[1-3]. 하지만 많은 분야에서의 신호는 비가우스 분포를 가지며, 이러한 경우에도 효과적으로 적용될 수 있는 방법의 연구가 요구된다.

독립성분분석(independent component analysis : ICA)는 이러한 PCA의 제약을 해결하기 위해 제안되었으며, 이는 신호의 다차원적 통계적 성질을 고려한 선형 변환으로 신호 및 영상 등 다양한 분야에 적용되고 있다[2-5]. 하지만 ICA에서는 신호의 독립성과 비가우스성의 조건이 선행되어야 하며, 통계적 독립성을 판정하기 위해 고차원의 kurtosis 등을 구하는 복잡한 계산이 요구된다[3,4]. 이러한 복잡한 계산을 요구하는 수치적 기법의 대안으로 간단한 신경망을 이용하여 해결하려는 연구가 활발하게 진행되고 있다. 신경망을 이용한 ICA 방법으로는 고정점 (fixed point : FP) 알고리즘과 기울기를 이용하는 알고리즘들이 제안되었다[3,4]. FP 알고리즘은 빠른 수렴속성을 가지지만 분리성능이 떨어지고, 기울기

를 이용하는 방법은 학습 파라미터의 설정에 따라서는 분리속도가 늦은 제약이 있다. 하지만 이들 방법들도 원 신호의 독립성과 비가우스성의 조건은 여전히 선행조건으로 만족되어야 한다. 원 신호의 시간적 의존성과 매우 작은 kurtosis값을 가지는 신호를 위한 ICA로 견실 알고리즘의 ICA가 개발되었다[5].

본 연구에서는 뉴우턴(Newton)법[6]에 기초한 고정점 알고리즘과 원 신호의 시간적 상관성을 적응조정된 견실 알고리즘의 조합형 독립성분분석을 제안하였다. 여기서 고정점 알고리즘은 빠른 분리속성을 얻기 위함이고, 견실 알고리즘은 시간적 상호 의존성을 가지거나 낮은 kurtosis의 속성을 가진 신호도 효과적으로 분리하기 위함이다. 제안된 기법을 512x512 픽셀의 10개 혼합영상의 분리문제에 적용하여 기존의 고정점 알고리즘의 결과와 비교분석하였다.

2. 조합형 독립성분분석

ICA는 은닉신호의 분리(blind source separation : BSS)나 특징추출에 널리 이용되고 있다[2-4]. 이때 은닉된 원 신호는 서로 독립이며, kurtosis가 영(zero)이 아니라는 선행조건이 요구된다. 여기서는 BSS를 기준으로 ICA를 소개한다.

ICA는 은닉신호의 m 개의 입력신호 s 로부터 선형적으로 혼합된 n 개의 신호 x 가 알려져 있을 때, 혼합된 신호로부터 역으로 m 개의 독립인 입력신호를 찾는 기법이다. 하지만 입력신호들을 혼합하는데 이용된 혼합행렬 A 는 알려져 있지 않으며, 혼합과정에서 잡음 n 이 추가될 수도 있다. 이때 혼합신호와 입력신호와의 관계는

$$x = As + n = \sum_{i=1}^m s(i)a(i) + n \quad (1)$$

로 정의된다. 여기서 n 은 보통 입력신호와 구별되지 않기 때문에 생략할 수도 있으며, $A=[a(1), a(2), \dots, a(m)]$ 으로 $a(i)$ 는 ICA의 basis vector이다. 결국 ICA는 알려진 혼합신호로부터 혼합행렬의 역행렬 $A^{-1}(=W)$ 을 찾는 기법이다. 혼합행렬 A 와 역혼합행렬 W 에 대하여 상세히 살펴보면 다음 그림 1과 같은 구성도로 나타낼 수 있다. 여기서 $x = As$ 이고, $y = Wx$ 이다. 그림에서 보면 ICA는 혼합행렬과 일치하는 역혼합행렬을 찾는 과정에서 출력신호가 독립성을 가지도록 하는 기법이다. 따라서 ICA는 알려진 혼합신호 x 로부터 출력신호 y 를 찾는 기법으로 궁극적으로는 역혼합행렬 W 을 찾아서 원 신호 s 의 근사값을 알아내는 것이다.

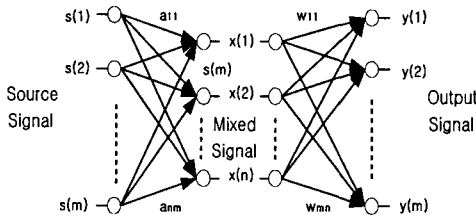


그림 1. 혼합행렬과 역혼합행렬의 상세 설명도

한편 학습알고리즘을 좀 더 간략화 하기 위해서 신호의 영평균과 whitening의 전처리 과정을 수행한다. 신호의 영평균은 데이터의 1차적 통계성을 고려한 과정으로 신호벡터 x 에서 그 평균값 x^* 를 빼 차를 구함으로써 간단하게 구할 수 있다. 또한 신호 상호간의 의존성을 줄이기 위한 whitening은 신호벡터 x 의 공분산 행렬이 단위행렬값을 갖도록 함으로써 구할 수 있다. 즉, $E\{xx^T\}=I$ 가 되도록 한다.

독립성분분석을 위한 FP 알고리즘은 엔트로피 최적화 방법으로부터 유도된 기법으로 지금까지 알려진 기법 중 가장 빠른 학습속도를 가진다[3,4]. 이는 신호 내에 포함된 상호정보를 최소화함으로써 ICA의 해를 구하는 기법으로 알고리즘의 한 단계에 많은 수의 데이터들이 이용되는 batch mode로 계산을 수행하며,

신경망으로 구현될 수 있는 알고리즘이다. 신호벡터 x 의 상관행렬 $E\{xx^T\} = I$ 로 whitening되어 있다고 가정할 때, 뉴턴의 FP 알고리즘에 의한 근사화된 반복기법의 역혼합행렬 W 경신식은

$$W^* = W - [E\{xg(W^T x)\} - \beta W] / [E\{g'(W^T x)\} - \beta],$$

$$W^* = W^* / \|W^*\| \quad (2)$$

와 같다. 여기서 W^* 는 W 의 새롭게 경신된 값이고, $\beta = E\{W^T x g(W^T x)\}$ 이다. 또한 식 (2)의 첫째 식 양쪽에 $\beta - E\{g'(W^T x)\}$ 를 곱해 구해지는 더욱 간단한 FP 알고리즘은

$$W^* = E\{xg(W^T x)\} - E\{g'(W^T x)\}W, W^* = W^* / \|W^*\| \quad (3)$$

로 된다. 경신식에서 $g(\cdot)$ 는 비선형 함수이며 일반적으로 $(\cdot)^3$ 과 $\tanh(\cdot)$ 이 이용된다[4,5,6]. 본 연구에서는 $(\cdot)^3$ 을 이용하였다.

한편 견실 알고리즘은 원 신호가 알려지지 않은 안정된 자기회귀 모델로 표현된다는 조건하에서 batch mode로 계산되는 독립성분분석 기법이다. 이는 신호의 kurtosis가 영에 수렴됨에 따른 낮은 분리성능과 느린 분리속도를 개선하기 위한 독립성분분석 기법이다[5]. 신호벡터 x 의 상관행렬 $E\{xx^T\}=I$ 로 whitening되어 있다고 가정할 때, 견실 알고리즘에서 근사화된 반복기법의 역혼합행렬 W 경신식은

$$W^* = E\{x y_p\}, W^* = W^* / \|W^*\|$$

$$b = E\{y_p y_p\} / E\{y_p^2\} \quad (4)$$

와 같다. 여기서 W^* 는 W 의 새롭게 경신된 값이고, $y_p = \sum_{k=1}^L b_{p,k} y(k-p)$ 로 k 와 p 는 각각 학습반복수와 시간 지연이다. 따라서 식 (4)로부터 견실 알고리즘의 성능은 신호의 시간적 상관성의 범위를 설정하는 최대시간지연 L 에 의존함을 알 수 있다. 이러한 최대시간지연 L 의 선택은 지금까지 경험적인 방법에 의해서 이루어지고 있다. 결국 신호의 시간적 상관성을 가장 잘 반영할 수 있는 최대시간지연 L 의 선택이 요구된다.

본 연구에서는 이를 위해 시간 영역에서 신호 상호간의 관계를 나타내는 자기상관함수 값을 계산하고, 그 값 중에서 최대값을 가지는 시간지연을 최대시간지연 L 로 설정하였다. 이는 원 신호의 시간적 상관성

은 이들이 임의 섞여진 혼합신호에도 그대로 유지된다는 것에 기초한 것이다. 최대시간지연 L을 적용적으로 설정하기 위한 신호의 자기상관함수 C(p)는

$$c(p) = E[x_j(t)x_j(t-p)] = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^C x_j(t)x_j(t-p) \quad (5)$$

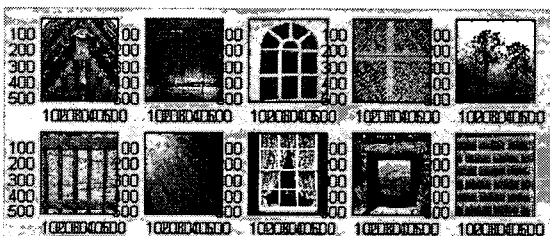
와 같다. 여기서 x는 입력신호, 그리고 M와 C는 각각 신호수와 임의의 상수이다.

한편 제안된 알고리즘에서는 신호의 kurtosis가 0.5 이상이면 FP 알고리즘, 아니면 건설 알고리즘의 독립성분분석을 수행하도록 하였다.

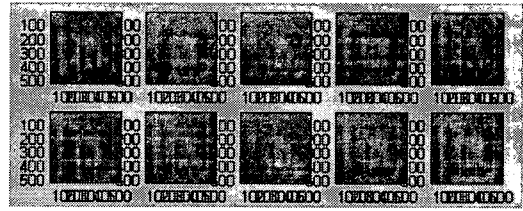
3. 시뮬레이션 및 결과분석

제안된 ICA 알고리즘의 타당성과 성능을 평가하기 위해 10개의 원 영상으로부터 임의의 혼합행렬에 의해 생성된 10개의 혼합영상 분리에 적용하였다. 알고리즘의 종료조건으로는 $1 - |WW'| < 10^{-7}$ 로 하였으며, 여기서 W와 W'는 각각 현재의 역혼합행렬과 바로 이전의 역혼합행렬이다. 또한 분리성능을 평가하기 위해 정합도 ASE를 정의하여 원 데이터와 분리된 데이터를 비교하였다. 이때 정합도는 $ASE = 100 - \frac{1}{N} \sum_{i,j} |s_{ij} - y_{ij}|$ 로 여기서 N은 전체 픽셀수이고, s_{ij} 와 y_{ij} 는 각각 j번째 원 영상의 픽셀값과 분리된 영상의 픽셀값이다. 또한 시뮬레이션은 펜티엄 IV-2.2G 컴퓨터 상에서 Matlab 5.1로 실행하였다.

그림 2는 512x512 픽셀의 10개 원 영상과 임의의 혼합행렬로부터 생성된 10개 혼합영상을 나타낸 것이다. 그림에서 보면 혼합영상 각각에서는 원 영상들의 정보들을 발견할 수 없으며, 실제에서는 혼합영상들은 알려져 있으나 원 영상들은 미지의 영상들이다. 시뮬레이션에서는 영평균과 whitening의 전처리된 혼합영상 신호를 이용하였다.



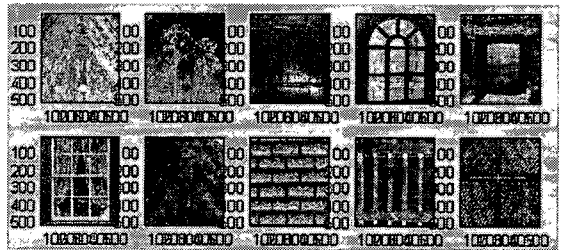
(a) 원 영상



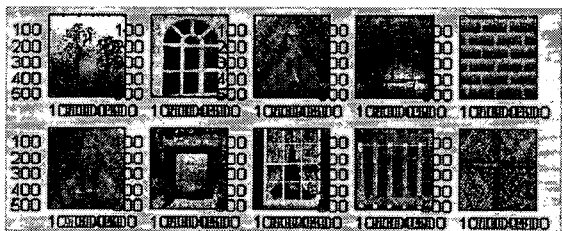
(b) 혼합 영상

그림 2. 512x512 픽셀의 10개 영상

그림 3은 그림 2(b)의 혼합영상을 대상으로 고정점 알고리즘과 제안된 알고리즘의 독립성분분석에 의해 분리된 영상들을 각각 나타낸 것이다. 제안된 알고리즘에서 최대시간지연 L은 11로 하였다. 먼저 각 알고리즘의 결과들을 보면 원 영상과 분리된 영상의 부호가 반대이며, 모든 영상의 순서가 일치하지 않음을 알 수 있다. 이는 독립성분분석이 부호나 순서를 고려하지 않는 고유의 속성이 있음을 보여주는 것이다.



(a) 고정점 알고리즘



(b) 제안된 알고리즘

그림 3. 10개의 분리된 영상

그림 4는 제안된 기법으로 시간지연에 따른 자기상관함수 값의 변화를 나타낸 것이다. 그림에서는 자기상관함수 값이 1.4일 때 최대값을 가지며, 최대시간지연 L은 11이다. 그러나 기존의 방법에서는 최적의 시간지연 값을 알아내기 위해 많은 시행착오를 거쳐야 한다.

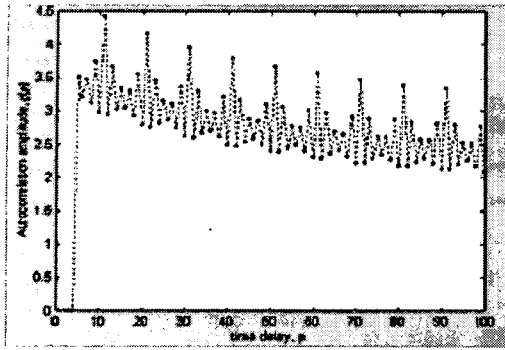


그림 4. 시간지연에 따른 자기상관함수의 변화

표 1은 고정점 알고리즘과 제안된 알고리즘을 각각 20회 시행하여 학습반복수 itr, CPU 시간 t, 그리고 정합도 ASE를 나타낸 것이다. 표에서 보면, 고정점 알고리즘의 경우 각각의 영상을 분리하는데 소요된 학습반복수는 평균적으로 약 14.7회, 분리시간은 약 147.9초, 그리고 약 98.7 정도의 정합도가 있음을 알 수 있다. 하지만 제안된 알고리즘에서는 약 8.2회의 학습반복수와 100.7초의 분리시간, 그리고 약 98.7 정도의 정합도가 있음을 알 수 있다. 따라서 제안된 알고리즘의 독립성분석은 유사한 정합도를 가지면서도 고정점 알고리즘에 비해 빠른 분리시간을 가짐을 알 수 있다. 따라서 제안된 조합형 알고리즘은 혼합신호의 분리에서 우수한 분리성능을 가지는 효과적인 기법임을 확인할 수 있다.

표 1. 고정점과 제안된 알고리즘의 영상분리 결과

| 영상 | 고정점 알고리즘 | | | 제안된 알고리즘 | | |
|------|------------|---------|---------|------------|---------|---------|
| | 학습 반복수 itr | 분리 시간 t | 정합도 ASE | 학습 반복수 itr | 분리 시간 t | 정합도 ASE |
| 영상1 | 19.1 | 192.2 | 98.6 | 7.4 | 90.5 | 98.8 |
| 영상2 | 19.9 | 200.2 | 98.8 | 8.1 | 99.1 | 98.5 |
| 영상3 | 13.2 | 132.8 | 98.7 | 6.4 | 78.3 | 98.8 |
| 영상4 | 12.8 | 128.8 | 98.8 | 8.2 | 100.3 | 98.7 |
| 영상5 | 16.5 | 166 | 98.7 | 9 | 110.3 | 98.9 |
| 영상6 | 20.6 | 207.2 | 98.6 | 7.2 | 88.1 | 98.5 |
| 영상7 | 15.4 | 154.9 | 98.7 | 7.5 | 91.7 | 98.6 |
| 영상8 | 15.6 | 156.9 | 98.8 | 7.5 | 91.7 | 98.8 |
| 영상9 | 12.9 | 129.8 | 98.8 | 19 | 232.4 | 98.9 |
| 영상10 | 1 | 10.1 | 98.9 | 2 | 24.5 | 98.6 |
| 계 | 147 | 1479 | | 82.3 | 1006.9 | |
| 평균 | 14.7 | 147.9 | 98.7 | 8.23 | 100.7 | 98.7 |

4. 결론

본 논문에서는 뉴우턴(Newton)법[6]에 기초한 고정점 알고리즘과 원 신호의 시간적 상관성을 적응조정간섭 알고리즘의 조합형 독립성분석을 제안하였다. 여기서

고정점 알고리즘은 빠른 분리속성을 얻기 위함이고, 견실 알고리즘은 시간적 상호 의존성을 가지거나 낮은 kurtosis의 속성을 가진 신호도 효과적으로 분리하기 위함이다.

제안된 기법을 512x512 픽셀의 10개 영상으로부터 임의의 혼합행렬에 따라 발생하는 혼합영상의 분리에 적용한 결과, 기존의 고정점 알고리즘보다 우수한 분리성능과 빠른 분리속도가 있음을 확인하였다.

향후 독립성분석에 대한 좀 더 많은 추가적 연구와 다양한 문제의 적용에 대한 지속적 연구가 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

- [1] K. I. Diamantaras and S. Y. Kung, *Principal Component Neural Networks: Theory and Adaptive and learning Systems for Signal Processing, Communications, and Control*, John Wiley & Sons, Inc., 1996
- [2] S. Haykin, *Neural Networks : A Comprehensive Foundation*, Prentice-Hall, 2ed, London, 1999
- [3] A. Hyvaerinen, J. Karhunen, and E. Oja, *Independent Component Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001
- [4] A. Hyvaerinen, "Fast & Robust Fixed-Point Algorithms for Independent Component Analysis", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol. 10, No. 3, pp.626-634, May 1997
- [5] A. Cichocki and K. Barros, "Robust Batch Algorithm for Sequential Blind Extraction of noisy Biomedical Signals", *Proc. ISSPA' 99*, Australia, Oct. 2000
- [6] K. Atkinson, *Elementary Numerical Analysis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993