

76층 벤치마크 건물의 풍응답 제어를 위한 TMD 및 HTMD 설계

Design of Tuned Mass Damper and Hybrid Tuned Mass Damper for a 76-story Benchmark Building to Alleviate Wind Response

민경원* 박지훈** 김홍진*** 김형섭**** 정 란*****
Min, Kyung-Won Park, Ji-Hun Kim, Hongjin Kim, Hyoung-Seop Chung, Lan

ABSTRACT

The design and performance of HTMD (hybrid tuned mass dampers) are evaluated for the response control of a wind excited 76-story benchmark building. When a HTMD utilizes active control forces, the optimally designed TMD (Tuned Mass Damper) generates the modal separation at the first natural frequency resulting in difficulties for applying active control forces additionally. Whereas, the modal separation does not occur if the HTMD is designed with the non-optimally designed TMD is used. Therefore, the response control performance of the HTMD with a non-optimally designed TMD is better than one with an optimally designed TMD. Further, the non-optimally designed TMD has an advantage of smaller stroke than the optimally designed TMD relieving the difficulty of limited strokes.

1. 서 론

현재까지 초고층 건축구조물의 바람에 의한 진동의 제어에 적용된 제어장치는 수동 동조질량감쇠기 (passive tuned mass damper, 이하 TMD) 와 복합동조질량감쇠기 (hybrid mass damper, 이하 HTMD)가 다수를 차지하고 있다⁽¹⁾. HTMD는 구조물의 응답이 작을 때에는 수동 TMD (tuned mass damper) 로서 기능하고 응답이 커지게 되면 TMD와 구조물 사이에서 동력이 작동하여 질량체와 구조물 사이에 인력 혹은 척력을 제공하여 진동을 제어하게 된다. 따라서 HTMD는 기본적으로 TMD에 의해서 응답이 상당히 줄어든 상태에서 부가적인 제어력을 가해 응답을 좀더 감소시키게 되어 비제어시 질량체와 구조물 사이에 역학적인 연계성이 없는 능동질량감쇠기 (active mass driver, AMD) 에 비해 적은 제어력으로도 제어 목적을 달성할 수 있게 해준다. 또한 HTMD는 구조물과 질량체가 스프링 및 댐퍼로 연결되어 있어서 질량체를 항상 원위치로 되돌려 놓으려는 복원력이 작용하고 제어력도 적게 들기 때문에 AMD에 비해서 안정성이 높고 스트로크도 줄어들게 된다는 장점이 있다.

본 연구에서는 TMD와 HTMD의 설계 및 성능분석에 대해 살펴보고자 한다. 처음에 Den Hartog의 최적의 파라미터와 비최적의 파라미터로 TMD를 설계하여 Yang 등이 제안한 76층의 벤치마크 건물에 적용을 한 후 그에 따른 응답을 관찰한다. 그리고 추가적으로 고유치 지정 제어 알고리즘을 이용하여 최적과 비최적 파라미터로 설계한 HTMD를 각각 적용한 후 그에 따른 응답을 관찰한다.

* 단국대학교, 건축공학과 부교수, 전화: 02-709-2731, E-mail: kwmin@dankook.ac.kr

** 연구원, ㈜마이다스 아이티, 공학박사

*** 단국대학교, 내진/리모델링 연구센터, 연구교수, 공학박사

**** 단국대학교, 건축공학과 석사과정

***** 단국대학교, 건축공학과 교수

2. 동조질량감쇠기의 최적설계

TMD 설계에 있어서 주어진 질량비에 대한 최적 TMD 고유진동수비 및 최적 감쇠비는 여러가지 제안식이 있다. Den Hartog (1928)는 처음으로 TMD 파라미터의 적절한 선택을 위한 과정과 기초원리를 개발했고⁽²⁾, Warburton 과 Ayorinde (1980)는 주 구조물의 감쇠비와 질량비의 특정한 수치에 대한 TMD의 감쇠비와 진동수비, 그리고 최대 진동 증폭계수를 각각 도표화 하였다⁽³⁾. 또한 Rahul 등 (1998)은 조화하중 일때의 TMD 파라미터의 주요 특성연구를 수행하였고⁽⁴⁾, Schmitendorf (2000)는 외란의 효과를 최소화하기 위한 TMD 설계 파라미터를 결정하는데 있어서 수치해석 접근법을 사용하였다⁽⁵⁾.

본 논문에서는 일반적으로 많이 사용되는 Den Hartog의 식을 사용한다⁽²⁾. 식 (1)은 공진 진폭을 최소화 하기 위한 최적의 진동수비이고, 그로 인해 최대 점이 두개로 분리된다.

$$\frac{\omega_{TMD}}{\omega_1} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (1)$$

여기서 ω_{TMD} , ω_1 , μ 는 각각 TMD 고유진동수, 구조물 1차모드 진동수, TMD와 구조물의 질량비를 나타낸다. 분리된 두 점을 최소로 하기위한 증폭계수는 다음과 같이 주어진다.

$$R = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (2)$$

식(2)에서 질량비가 증가하면 응답의 증폭계수가 항상 감소함을 쉽게 알 수 있다. 또한 분리된 두 점을 평균함으로써 감쇠비는 식(3)과 같이 주어진다

$$\xi_{TMD} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1.5\mu}{1 + \mu}} \quad (3)$$

여기서 ξ_{TMD} 는 TMD 감쇠비이다.

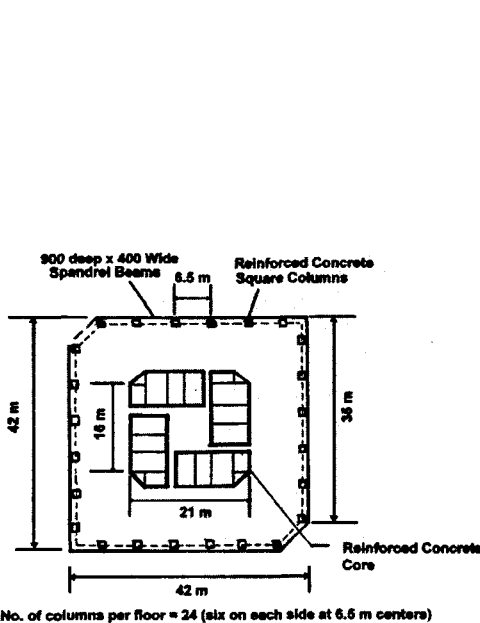


그림 1 76층 예제 건물의 평면도 (Yang 등, 1998)⁽⁶⁾

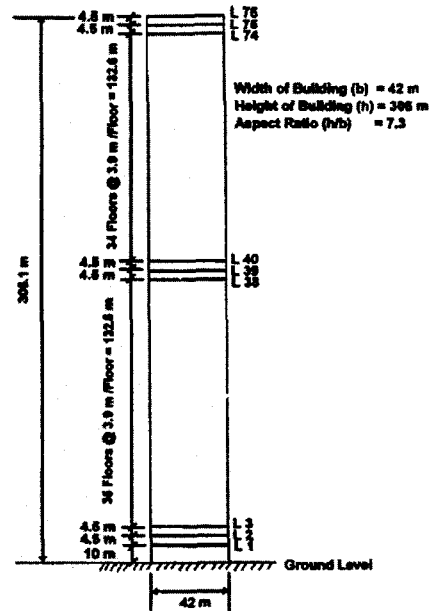


그림 2 76층 예제 건물의 입면도 (Yang 등, 1998)⁽⁶⁾

3. 76층 벤치마크 건물

예제 구조물은 Yang 등 (1998)⁽⁶⁾ 이 제안한 풍하중을 받는 고층건물의 진동제어에 관한 벤치마크 문제에서 제시된 구조물을 대상으로 한다. 이 건물은 높이 306m인 76층 사무소 건물로서 호주 Melbourne에 지어질 예정으로 구조해석 및 설계가 끝났으나 재정상의 문제로 세워지지 못하고 있는 건물이다. 구조 형식은 바람에 의한 횡하중에 저항하는 철근 콘크리트 코어와 수직하중에 저항하는 철근 콘크리트 골조로 구성되어 있다. 구조물의 총 질량은 153,000 ton, 부피는 510,000m³이며, 구조물의 높이와 폭의 비율은 306.1/42=7.3이다. 구조물의 평면 및 입면형상은 그림 1과 2와 같다.

3.1 구조물의 모델링

벤치마크 문제에서 예제 구조물은 수직의 캔틸레버로 모델링 되었다. Yang 등은 먼저 각 층이 동일한 두께를 가진 고전적 보 요소(beam element)로 구성된 76개의 수평변위와 76개의 회전각을 가진 유한요소 모델을 구성한 뒤 이를 정적응축(static condensation) 방법을 사용하여 76개의 각 층 수평변위를 가진 구조물로 모델링 하였다. 시스템의 차수를 더욱 줄이기 위해 이 유한요소 모델을 상태방정식으로 만든 뒤에 축소차수 시스템의 상태방정식을 구하였으며 이는 23개의 변위와 그에 대응되는 23개의 속도를 상태변수로 가지며 변위 상태변수는 3, 6, 10, 13, 16, 20, 23, 26, 30, 33, 36, 40, 43, 46, 50, 53, 56, 60, 63, 66, 70, 73, 76층에 해당되는 상태변위이다. 저차의 5개 고유진동수는 0.160, 0.765, 1.992, 3.790, 6.395 Hz이다. 감쇠행렬은 저차의 5개 모드가 모두 1%의 감쇠비를 갖는 비례감쇠로 모델링 되었다.

3.2 풍하중의 모델링

풍하중은 일반적으로 풍속으로부터 계산된다. 풍속은 평균풍속 성분과 변동풍속 성분으로 구분될 수 있으며 이 가운데 평균풍속 성분은 정적 풍하중으로 작용하고 변동풍속 성분은 동적 풍하중으로 작용하게 된다. 동적하중으로 작용하게 되는 변동풍속 성분은 일반적으로 정상적 확률과정으로 모델링 할 수 있다. 벤치마크 문제에서는 계산상의 편의를 위하여 바람방향의 거동만을 고려하며 구조물의 질량중심과 강성중심이 일치하기 때문에 비틀림 효과는 고려하지 않는다. 풍하중의 각 층마다 작용하는 것으로 모델링하는 것이 정확하나 계산상의 편의를 위해 변위 상태변수에 해당되는 자유도에 작용하는 23개 하중으로 모델링 되었다.

각 층에서의 평균풍속은 다음과 같이 계산된다.

$$u_i = u_g \left(\frac{z_i}{z_g} \right)^\alpha = u_r \left(\frac{z_i}{10} \right)^\alpha \quad (4)$$

여기서 u_i , z_i , 그리고 u_r 는 각각 i 번째 층의 평균 풍속, 층의 높이, 그리고 지상 10m에서의 기준풍속(15m/sec)이다. 또한 α 는 0.4이다. 이로부터 각층에서의 평균풍하중은 다음과 같이 계산된다.

$$\bar{w}_i = \frac{1}{2} \rho A_i C_D u_i^2 \quad (5)$$

여기서 ρ , A_i , C_D 는 각각 공기밀도(1.25 kg/m³), i 번째 층의 풍하중에 노출된 면적, 그리고 drag 상수로서 1.2이다. 평균풍하중에 기초하여 변동풍하중의 교차스펙트럼밀도(cross spectral density)를 계산할 수 있으며 교차스펙트럼밀도는 잘 알려진 Davenport의 식을 사용한다.

$$\Phi_{\bar{w}_i \bar{w}_j}(\omega) = \frac{8 \bar{w}_i \bar{w}_j K_0 u_r^2}{u_i u_j |\omega|} \left\{ \frac{\left(\frac{600\omega}{\pi u_r} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{600\omega}{\pi u_r} \right)^2 \right]^{4/3}} \right\} \exp \left[-\frac{c_1 |\omega| |z_i - z_j|}{2\pi u_r} \right] \quad (6)$$

여기서 w_i 와 K_0 은 각각 i 번째 층의 평균 풍하중, 지표의 drag 상수로서 0.03이고, 또한 c_1 은 7.7이다.

벤치마크 문제에서 주어진 풍하중은 계산량을 줄이기 위해 각층에 작용하는 것이 아니라 3, 6, 10, 13, 16, 20,

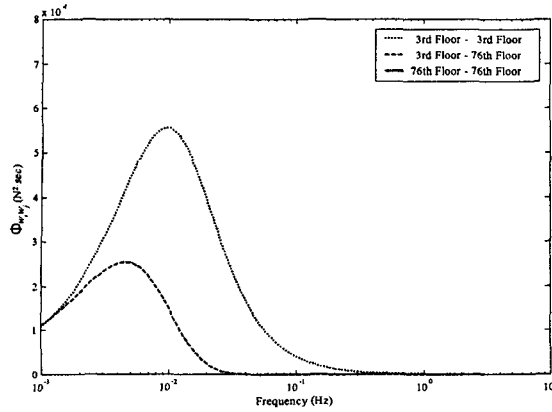


그림 3 3층 및 76층의 풍하중 교차 스펙트럼밀도표

23, 26, 30, 33, 36, 40, 43, 46, 50, 53, 56, 60, 63, 70, 73, 76 층에 묶여서 작용하는 것으로 모델링 되었다. 그림 3은 본 예제의 풍하중 가운데 3층과 76층의 풍하중의 교차스펙트럼밀도를 나타낸 것이며 매우 낮은 진동수에 에너지가 밀집되어 있음을 볼 수 있다.

3.3 제어목표

일반적으로 고층건물의 진동제어는 풍하중에 대한 사용성 제고를 목적으로 한다. 여기서 사용성이라고 함은 구조물의 가속도로 인한 거주자의 불안감을 최소화하는 것을 말한다. 일반적으로 최상층의 가속도가 가장 큰 경우가 많으며 본 예제구조물의 경우 76층은 사람이 거주하지 않기 때문에 75층의 가속도를 임계치 이하로 줄이는 것을 목표로 하게 된다. Yang이 제시한 본 벤치마크 문제에서는 본 건물의 용도인 사무소 건물에 대해서 평균제곱근 가속도는 5cm/sec^2 이하, 최대가속도는 15cm/sec^2 이하로 줄이는 것을 제어 목표로 삼고 있다.

실제 풍하중 관련 사용성 기준에서는 구조물의 풍하중의 크기를 재현주기에 따라 1년, 5년 10년으로 분류하여 각각에 대한 제곱평균 가속도의 제한치, 또는 최대 가속도의 제한치를 제시하고 있는 실정이다. 그러나 본 벤치마크 문제의 경우에 풍하중의 파워스펙트럼밀도함수 및 관련된 파라미터와 함께 지상 10m에서의 기준 평균풍속을 제시하고 있으나 이것의 재현주기가 몇 년인지 명시하지 않고 있다. 따라서 먼저 본 예제구조물에 대하여 기준에서 요구되는 가속도 제한치를 살펴본다.

대표적인 사용성 기준에는 미국의 CTBUH (Council on Tall Building and Urban Habitat)에서 제시한 "Motion Perception and Tolerance", 캐나다 NBC 1985 (National Building Code 1985)⁽⁷⁾, Irwin에 의해서 정립된 ISO

표 1 풍하중 사용성 기준에 의한 예제구조물의 가속도 제한치

사용 가속도	RMS 가속도	최대 가속도				
		ISO 6897	CTBUHNBC 1985			
기준	ISO 6897	ISO 6897	1년	5년	10년	10년
재현주기	5년	5년				
가속도 제한치 (cm/sec)	6.510	16.679	11.320	16.679	18.986	30.000

표 2 최적 TMD와 벤치마크 문제에서 제시된 非최적 TMD의 비교

	최적 TMD (Den Hartog 식)	非최적 TMD (벤치마크 문제)
고유진동수비 (ω_{TMD}/ω_1)	0.9950	1.00
TMD 감쇠비 (ξ_{TMD})	0.0430	0.20
RMS 스트로크 (cm)	21.936	9.655
최대 스트로크 (cm)	78.753	33.546
75층 RMS 가속도 (cm/sec^2)	4.974	5.546
75층 최대가속도 (cm/sec^2)	18.680	21.153

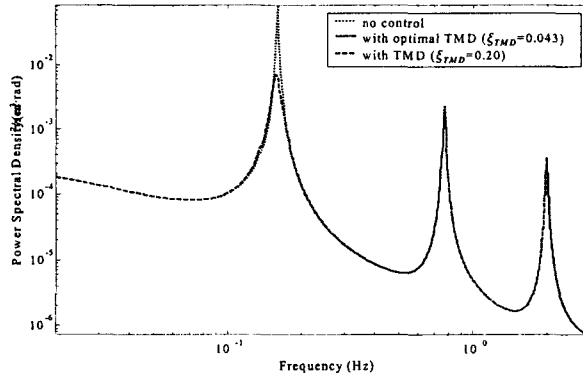


그림 4 비제어시와 TMD설치 후 75층 가속도 PSD

6897 (International Standard Organization 6897)⁽⁸⁾ 및 지역적 특수성에 기인하여 다소 보수적인 경향이 있는 일본 건축학회 규준이 있으며 구조물의 진동수와 풍하중의 재현주기에 따라 평균제곱근 혹은 최대가속도의 제한치를 제시하고 있다. 각각의 규준에서 보통 용도의 건물에 대하여 예제구조물의 1차모드 진동수인 0.16Hz에 대해 두고 있는 가속도 제한치는 표 1과 같다. 표에서 판단할 때에 벤치마크문제에서 제시한 응답 제한치는 대략적으로 5년 재현주기 풍하중에 대한 ISO 6987 및 도시환경 이사회 규준과 유사한 것으로 보아 사용된 풍하중은 5년 재현주기 풍하중이라고 볼 수 있겠다.

4. TMD 및 HTMD 의 설계와 성능분석

식 (1)과 (3)에 의한 본 예제건물에 대한 최적 TMD 파라미터는 표 2와 같다. 위와 같은 최적 파라미터를 사용한 TMD를 설치하기 전에 먼저 풍하중에 대한 구조물의 응답특성을 알아보기 위해 설계 풍하중에 대한 75층 가속도의 파워스펙트럼밀도를 그려보면 그림4와 같다. 그리고 이에 대응하는 최적 TMD와 벤치마크 문제에서 제시된 非최적 TMD 스트로크의 파워스펙트럼밀도가 그림 5에 주어졌다. 그림 4에서 TMD 가 설치되지 않은 본래 구조물의 경우에 1차모드의 응답이 가장 큰 부분을 차지함을 볼 수 있다. 여기에 TMD를 부가한 경우에는 그림 4에서 볼 수 있듯이 1차 모드의 응답만이 크게 줄어들음을 볼 수 있다. TMD를 설치할 때에 가장 중요한 설계변수는 구조물에 대한 TMD의 질량비, TMD의 감쇠비 및 고유진동수이다. 일반적으로 TMD는 질량체의 관성력에 의해 제어력을 발생시키기 때문에 질량비가 클수록 유리하나 수직하중의 증가에 의한 구조적 부담 때문에 1% 이하의 질량비가 사용되면 본 예제 구조물의 경우에 0.5%가 사용되었다.

위와 같이 최적의 파라미터를 사용한 TMD를 설치하게 되면 구조물의 1차모드가 두개의 근접한 고유진동수를 가진 모드로 분리되며 그림 4에서 이를 확인할 수 있다. 이 때 나뉘어진 두 개 모드의 응답성분은 서로 유사하

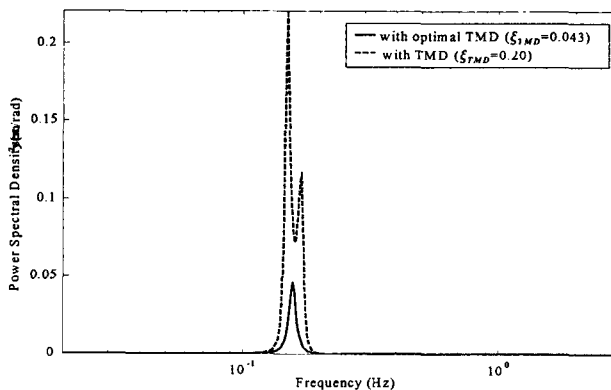


그림 5 최적 TMD와 非최적 TMD의 스트로크 PSD

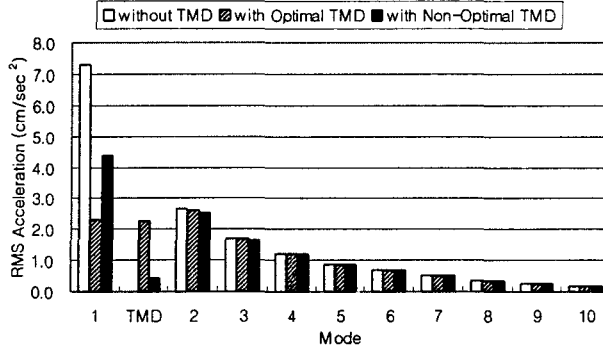


그림 6 75층 가속도의 모드별 RMS 비교

표 3 최적 및 非최적 TMD에 의한 고유진동수 및 감쇠비 변화

모드	고유진동수 (Hz)			감쇠비		
	비제어	최적 TMD	非최적 TMD	비제어	최적 TMD	非최적 TMD
1차 모드	0.1600	0.1489	0.1575	0.0100	0.0241	0.0399
		0.1709	0.1623		0.0291	0.1718
2차 모드	0.7651	0.7655	0.7654	0.0100	0.0102	0.0110
3차 모드	1.9920	1.9921	1.9921	0.0100	0.0101	0.0104
4차 모드	3.7898	3.7900	3.7900	0.0100	0.0100	0.0102
5차 모드	6.3945	6.3945	6.3934	0.0100	0.0100	0.0101

기 때문에 부가적으로 능동제어를 수행한다면 어느 한쪽만 제어하는 것으로는 불충분한 결과를 얻게 될 소지가 크다. 또한 그림 5에서 보는 바와 같이 위와 같은 최적 파라미터를 사용하게 되면 구조물의 응답을 최소화되는 반면에 TMD의 움직임이 최대화되어 TMD의 스트로크가 크게 증가하게 되며 스트로크의 제한이 있을 때 능동제어에 의해 질량체가 움직일 여유 공간이 작아지는 단점이 있다. 또한 그림 6을 보면 최적 TMD 설치시에 2차모드의 RMS 값이 가장 큼을 알 수 있으며 1차모드에서 나뉘어 진 두 개 모드와 2차모드의 응답들이 거의 대등함을 볼 수 있다. 따라서 이 경우 능동제어시 (HTMD) 제어해야 할 모드가 3개가 된다.

일반적으로 능동제어를 위해 제작되는 HTMD의 경우에 TMD의 감쇠비를 최적 감쇠비보다 증가시켜 줌으로써 수동제어에 의한 질량체 움직임을 대폭 줄이게 되며 이로 인한 수동제어 성능의 저하는 능동제어에 의해서 충분히 보상되기도 남을 만큼 크지 않다. 벤치마크 문제에서는 이와 같은 이유로 인해 표 3와 같이 크게 증가된 TMD 감쇠비를 사용하도록 제시하고 있으며 非최적 TMD를 사용함으로써 스트로크를 거의 50% 이상 줄일 수 있는 반면에 가속도 응답은 최적 TMD가 非최적TMD의 대략 90%로서, 큰 성능향상을 보이지는 않고 있다. 非최적 TMD를 사용한 경우의 응답의 파워스펙트럼밀도를 그림 4에 나타내었으며 최적TMD를 사용하는 경우와는 달리 그림 상에서는 1차모드는 두개의 모드로 분리되지 않고 있다. 이는 표 3에서 볼 수 있듯이 非최적 TMD가 설치된 구조물에서 1차모드가 나뉘어 진 2개 모드 가운데 1개모드는 감쇠비가 0.1718에 달하기 때문에 응답에 대한 참여도가 극히 작아지기 때문이다. 그림 5에서 非최적 TMD를 사용함으로써 상당한 스트로크의 감소가 있음을 확인할 수 있으며 그림 6을 보면 非최적 TMD를 사용할 때의 모드별 RMS 응답은 첫번째 모드가 지배적이기 때문에 능동제어를 적용함에 있어 충분한 타당성을 얻을 수 있다.

다음으로는 75층 RMS 가속도를 얻기 위해서 각 모드 별 RMS응답의 제곱평균 제곱근(SRSS)을 통해 조합할 때에 개별 모드의 응답 감소율에 대한 전체 응답의 감소율을 살펴본다. 이 연구에서 HTMD를 위한 개별 모드의 능동제어 알고리즘으로는 각각의 선택된 모드만을 제어할 수 있는 고유치 지정제어 알고리즘 (Eigenvalue Assignment Control Alogrithm)⁽⁹⁾을 사용하였다. 고유치 지정제어란 모든 모드가 제어가능(Controllable) 한 경우에 선행시스템의 각각의 고유치를 임의의 값으로 지정하는 것이 가능하다. 따라서 제어대상 모드의 고유값을 원하는 값으로 지정하고자 하고 나머지 모드는 원래의 고유값을 지정하는 경우에 특정 모드만을 제어하고자 하는 목적을 달성할 수 있다⁽¹⁰⁾.

그림 7은 최적 TMD 설치 건물에 대한 것으로서 2차모드 감소에 의한 전체응답 감소율이 가장 크고 1차 모드

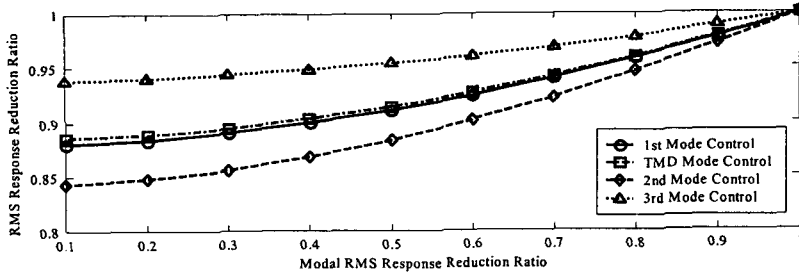


그림 7 모드의 응답감소에 의한 75층 가속도 RMS 응답 감소율 (최적 TMD 설치시)

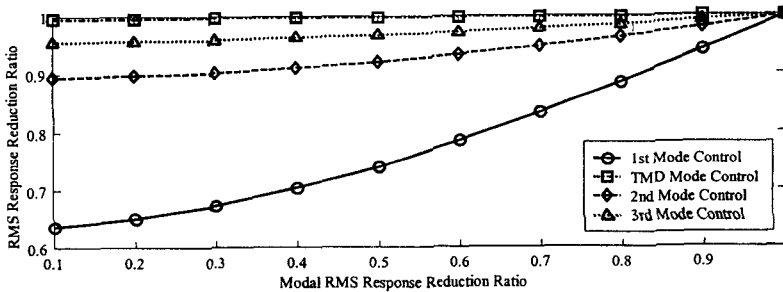


그림 8 모드의 응답감소에 의한 75층 가속도 RMS 응답 감소율(非최적 TMD 설치시)

및 TMD에 의한 부가모드 감소에 의한 응답감소율은 그보다 약간 작으면서 비슷하다. 그러나 그림 7에서 볼 수 있듯이 개별적으로 1개모드만 제어했을 시에 전체응답 감소는 매우 적음을 알 수 있다. 그림 8은 非최적 TMD 설치 건물에 대한 것으로서 1차모드 감소에 의한 전체응답 감소율이 가장 현저하며 2차모드의 감소에 의한 전체 응답 감소는 크지 않음을 볼 수 있고 TMD에 의한 부가모드의 응답 감소는 전체응답 감소에 거의 영향을 주지 못함을 볼 수 있다. 따라서 앞서 언급했듯이 1차모드만을 제어함으로써 상당한 제어효과를 거둘 수 있다.

참고로 그림 6에서 2차 모드의 성분도 상당함을 볼 수 있으나 이는 벤치마크 문제에서 제시한 구조물의 1차에서 5차모드까지의 감쇠비가 모두 0.01로서 동일한 값을 가지기 때문인 것으로 판단된다. 실제 구조물의 경우에 고차모드로 갈수록 감쇠비가 증가하는 경향이 있기 때문에 본 예제 구조물의 경우에 있어서도 실제로 시공된다면 2차모드의 감쇠비는 0.01보다 클 것으로 추측된다. 그러나 벤치마크 문제에서 저차의 5개 모드에 모두 동일한 감쇠비를 지정하고 있는 것은 고차모드에 대한 제어성능을 평가하기 위한 의도인 것으로 보이며 실제 적용의 측면에 있어서는 비틀림 모드가 없는 경우라면 1차모드의 응답이 지배적이라고 할 수 있다.

5. 결 론

복합형 질량 감쇠기가 설치된 76층 벤치마크 건물에 적용한 수치해석 예제를 통해서 최적 수동형 질량 감쇠기 (TMD) 와 복합형 질량 감쇠기 (HTMD) 의 설계 및 성능을 살펴보았다. 최적 설계된 TMD는 수동으로 작용할 때는 최소의 응답을 나타내지만 응답의 최대점이 두 개로 분리되는 모드 분리현상을 관찰할 수 있었다. 이로 인해 추가적인 능동제어를 원할 때는 선택된 모드만을 제어하더라도 제어효과가 크지 않음을 알 수 있었다. 또한 스트로크에 제한이 있을 때 최적 TMD 제어시에 발생하는 큰 스트로크의 응답으로 인해 추가적인 제어를 위한 HTMD 설계에 있어서 스트로크의 부족이 발생할 수 있다. 하지만 非최적의 TMD를 사용함에 있어서 모드분리를 막을 수 있고, 고유치 지정제어 알고리즘 등을 사용한 HTMD의 있어서 그 효과를 극대화 할 수 있었다. 또한 非최적의 TMD는 최적의 TMD에 비해 스트로크의 큰 감소의 효과가 있어서 HTMD의 설계에 있어서 큰 이점이 있다.

감사의 글

이 연구는 과학기술부 국가지정연구실사업(M1-0203-00-0068)의 연구비 지원으로 수행 되었으며, 이에 감사드립니다

니다.

참고문헌

1. Housner, G. W., Bergman, L. A., Caughey, T. K., Chassiakos, A. G., Claus, R. O., Masri, S. F., Skelton, R. E., Soong, T. T., Spencer, B. F., and Yao, J. T. P., "Structural Control: Past, Present, and Future", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 123, No.9, 1997년, Special Issue, pp. 897-971.
2. Den Hartog J. P., *Mechanical Vibrations*, 4th Edition, McGraw-Hill, NY, 1956년.
3. T. T. Soong and G. F. Dargush, "Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering", State University of New York at Buffalo, U.S.A, 1997, pp. 234-239.
4. Rahul Rana and T. T. Soong, "Parametric study and simplified design of tuned mass dampers", *Engineering Structures*, Vol. 20 No. 3, 1998년, pp. 193-204.
5. W. E. Schmitendorf, "Designing tuned mass dampers via static output feedback: a numerical approach", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 29, 2000년, pp. 127-137, 2000.
6. Yang, J. N., Wu, J. C., Samali, B., and Agrawal, A. K., "A Benchmark Problem for Response Control of Wind-Excited Tall Buildings" *Proceedings Of Second World Conference on Structural Control*, Vol. 2, 1998년, pp. 1407-1416.
7. User's Guide - NBC 1995 Structural Commentaries (Part 4) issued by the Canadian Commission on Building and Fire Codes, National Research Council of Canada, 1995년.
8. International Standard 6897, *Guidelines for the evaluation of the response of occupants of fixed structures, especially buildings and off-shore structures, to low-frequency horizontal motion (0.063 to 1 Hz)*, first edition 1984-08-15, International Organization for Standard, 1984년.
9. 박지훈, '불규칙 가진에 대한 동적응답의 확률분포에 기초한 건축구조물의 진동제어' 서울대학교 대학원 박사학위 논문, 2002년, p. 102.
10. Chen, C.T., *Linear System Theory and Design*, 3rd Ed. Holt, Rinegart and Winston, p. 662, 1984년.