

Tensegrity 구조물의 장력제어 기법에 관한 연구

A Study on the Stress Control Technique of Tensegrity Structures

김승덕*

정율석**

Kim, Seung-Deog

Jeong, Eul-Seok

ABSTRACT

The soft structure can make large space more effectively, and its construction is easy and simple as well. However, it is not easy to realize this in the actual space. Therefore, two works are needed to be done for effective and accurate construction of soft structures. First, making a working scenario to complete the final objective form; second, revising construction errors occurred in the middle of the actual works. These works are called constructional analysis. At this time, geometric nonlinearity should be considered to reflect the sensitivity by the initial stress of flexible structures, constructional analysis comes down to a nonlinear problem after all.

This study approaches nonlinear constructional analysis with the numerical method for adjusting stress of cable-dome structures which are a soft structure system, and then verifies it.

1. 서 론

최근의 대공간 구조물은 역학적 효율성과 신소재 등을 사용하여 경량 구조시스템으로 많이 만들어진다. 주로 인장부재를 이용하여 대공간을 경량의 구조시스템으로 만든 것을 연성 구조물(Soft Structures)이라 한다. 연성 구조물은 대공간을 보다 효과적으로 만들 수 있으며, 시공 또한 간편하다.

대공간 구조물을 만들기 위해서는 구조물의 각 부재가 효과적으로 외력에 저항 할 수 있는 구조시스템이어야 한다. 부재의 저항능력이란 관점에서 생각하면 휨 부재보다는 축력을 받는 부재가 유리하고, 축력 중에서도 압축부재는 좌굴 문제를 극복하여야 하므로 인장부재가 가장 효과적이라 할 수 있다. 그러나 인장부재만으로 구조물을 만드는 것은 불가능하므로, 인장력에 대한 반력을 받아줄 수 있는 다른 부재들과 적절히 혼합되어 만들어진다. 인장부재가 증가하면 그 만큼 재료의 효율성이 높아지고, 따라서 경량의 구조물이 가능하게 된다. 이와 같이 연속적인 인장부재와 불연속적인 압축부재들을 서로 연결하여 자기평형(Self-equilibrium)의 원리를 이용해 만든 구조시스템을 텐세그리티(Tensegrity)구조라 한다.

인장재로 케이블을, 압축재로 강봉등을 이용하여 만들어진 텐세그리티 구조의 일종인 케이블 돔은 시공성, 경제성을 향상시킨 매우 합리적인 구조시스템이다. 그러나 유연성이 높기 때문에 시공할 때 매우 고난도의 기술이 필요하다. 즉 케이블 등의 인장재의 장력변화에 따라 구조물 전체의 변동이 심해지며, 이때 인장재는 고무줄과 같이 유연하게 거동한다고 볼 수 있다. 따라서 구조물의 최종 형태는 책상 위에서 종이와 연필로 설계도면에 나타낼 수 있지만 이를 실제 공간에서 실현시킨다는 것은 쉬운 일이 아니다. 케이블 돔 구조물은 유연성이 크므로 어느 한 부재의 장력을 변화시키면 나머지 구조부재의 장력 및 위치 좌표가 함께 변하게

* 정희원 · 세명대학교 건축공학과 부교수

** 세명대학교 건설공학과 석사과정

된다. 그러므로 설계도면 상의 구조 형태에 접근시키기 위해서는 시공과정에서 계속적인 시도와 오차를 반복하여야 한다. 그러나 이러한 작업을 실제 시공현장의 공간상에서 반복 작업에 의해 목표하는 형태에 접근한다는 것은 거의 불가능한 일이다. 자유도수 즉 작업해야 할 케이블 수에 따라 작업량 및 시간은 기하급수적으로 늘어나므로 비경제적인 작업이 된다. 또 현장의 고공 작업이 많아짐으로 인해 안전사고 등의 위험 요소가 늘어나게 된다. 이와 같은 문제점을 극복하고 오차를 최소한으로 줄이기 위해서는 컴퓨터 상에서 시뮬레이션에 의한 예비 작업을 통해 작업 시나리오를 먼저 만들고, 이를 토대로 현장 작업에 임하는 것이 경제성과 안전성을 확보할 수 있다.

시공과정에서 또 다른 문제점으로, 실제 현장에서의 작업 환경은 컴퓨터 상의 작업 환경과는 다를 수밖에 없다. 이로 인해 발생되는 시공 오차는 강성 구조물에서는 큰 영향을 끼치지 않으나, 연성 구조물에서는 매우 심각한 영향을 미치게 되며 목표하는 작업 수행이 불가능해 질 수도 있다. 그러므로 실제 작업을 수행하며 변화되는 환경을 체크하여 그때마다 보정 작업을 반드시 해 주어야 한다. 이때 기본적인 시공해석 데이터가 없으면 보정 작업은 불가능해 지고, 현장 작업에 대응할 수 없게 된다.

따라서 연성 구조물을 효율적이며 정확한 시공을 하기 위해서는 크게 2가지 작업이 필요하다. 첫째는 최종 목표하는 형태를 완성하기 위한 작업 시나리오 작성하는 것이고, 둘째는 실제 작업 중에 야기되는 시공오차를 보정 하는 작업이다. 이러한 일련의 작업을 시공해석이라 한다. 이때 연성 구조물의 초기 장력에 의한 민감도를 반영하기 위해서는 기하학적 비선형성을 고려하여야 하므로, 결국 시공해석은 비선형 문제에 귀착하게 된다.

본 연구에서는 연성 구조시스템인 케이블 둘 구조물의 비선형 시공해석 방법을 처음으로 제안하고, 수치 해석적 방법으로 접근하여 해석기법의 타당성을 검증한다.

2. 케이블 요소의 비선형 강성방정식

입체 케이블 요소의 요소 좌표계를 그림 1과 같이 정의한다.

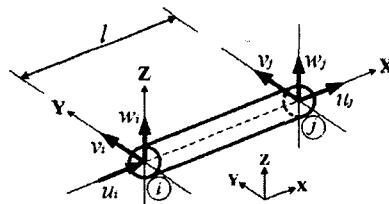


그림 1. 케이블 요소의 요소 좌표계
 $\left\{ \begin{array}{l} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u, v, w : \text{요소내 변위} \end{array} \right.$

가상일의 원리를 이용하여 비선형 케이블 요소의 평형방정식을 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \sigma_x \delta \varepsilon_x dV = f^T \delta d \quad (1)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현 상태에서의 증분에 관한 가상일의 원리를 적용하면 식(2)와 같다.

$$\int_V [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x) \delta \varepsilon_x] dV = (f^{(0)} + f)^T \delta d \quad (2)$$

적분영역 dV 를 일정 단면적 A 와 일정길이 l 로 치환하고, δd 가 임의의 가상 변위임을 고려하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$A l [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(A_1 + d^T B^T B)] = (f^{(0)} + f)^T \quad (3)$$

위 식을 정리하면, 다음과 같은 가상일의 방정식이 구해진다.

$$\begin{aligned} f^{(0)} + f &= A l (\mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)}) + A l (\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{d} \\ &+ A l E(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{d} + \text{고차항} \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서 \mathbf{d} 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)은 식(5)와 같이 정의한다.

$$\mathbf{r} = A l \mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)} \quad (5)$$

식(5)를 식(4)에 대입하면, 충분구간내의 접선 강성 방정식은 식(6)과 같이 된다.

$$f - \mathbf{r} = (\mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G) \mathbf{d} \quad (6)$$

여기서, $\mathbf{k}_E = A l E(\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1)$: 요소의 탄성 강성행렬

$\mathbf{k}_G = A l (\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B})$: 요소의 기하 강성행렬

3. 비선형 시공해석

시공해석시 제어 방법에는 변위제어와 응력제어 2가지 방법이 있으며, 본 논문에서는 응력제어방식을 이용하여 간단한 해석모델의 시공해석을 수행한다.

먼저, 시공해석에 사용되는 용어에 대하여 간단히 설명한다. 구조물의 부재를 한번씩 돌아가며 순차적으로 제어하는 것을 단위순차제어라 하며, 이를 반복적으로 수행하는 경우를 반복순차제어라 하고 Step수로 나타낸다. 이러한 일련의 반복계산을 통해 오차를 최소화할 수 있는 누적 장력량을 구하고, 이를 제어장력으로 사용하는 것을 시공해석이라 한다. 이상의 과정을 그림으로 나타내면 그림 2에서와 같다.

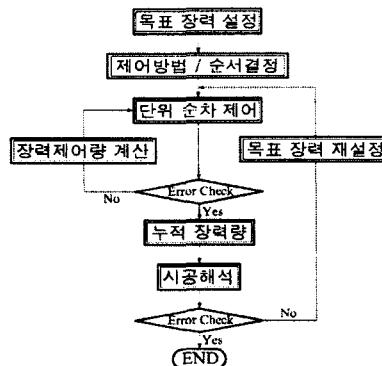


그림 2. 시공해석의 흐름도

3.1 Geiger형 케이블돔 구조물

Tensegrity 구조물을 대상으로 시공해석을 수행하고자 그림 3과 같은 Geiger형 케이블돔 구조물을 해석모델로 채택한다. 해석 모델의 절점 및 요소번호를 그림 3에 나타낸다. 여기서 요소번호는 상현과 하현부재를 각각 분리하여 나타내기 위해 하현부재는 팔호를 이용하였다. 각 절점의 좌표를 표 1에 나타낸다. 또 각 부재의 물성치로는, 탄성계수는 $E = 1.6 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 단면적은 표 2에서와 같다. 경계조건은 외곽의 절점들, 즉 7, 12, 17, 22, 27, 32 등 6개 절점을 고정시키고, 나머지 절점은 자유로 한다. 모델의 초기 장력량을 표 3에 나타낸다.

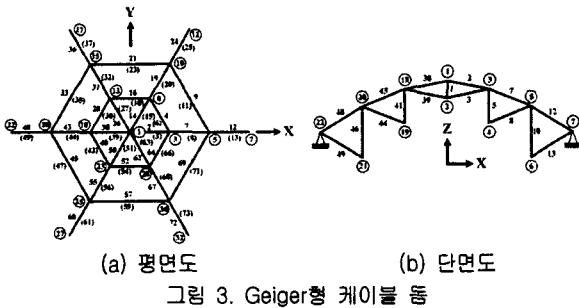


그림 3. Geiger형 케이블 둘

표 1. 절점좌표 (단위:cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X 좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
Z 좌표	21.0	15.0	18.5	4.5	11.5	-11.5	0.0

표 2. 부재의 단면적 (단위:cm²)

부재번호	1	2	3	4	5	6	7
단면적	1.00	0.01	0.01	0.01	1.00	0.02	0.02
부재번호	8	9	10	11	12	13	
단면적	0.02	0.01	1.00	0.04	0.04	0.04	

표 3. 부재의 초기장력 (단위:kgf)

부재번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
부재장력	-14.92	20.04	14.42	15.03	-17.19	49.13	52.05	52.05	15.07	-65.16	113.72	130.72	130.72

최초 장력조정 완료후, 시간의 경과에 따른 케이블의 장력 이완으로 인하여 절점 좌표 및 부재 장력값은 변하게 될 것으로 예상되며, 이때를 가상모델로 채택한다. 본 연구에서는 예제의 단순화를 위해 Outer diagonal cable의 장력조정을 중심으로 진행한다. 즉 가상모델의 설정은 Outer diagonal cable 중 3개의 케이블을 하나씩 단계적으로 이완시킨 경우를 Type-A로, 3개의 케이블을 동시에 이완시킨 경우 Type-B로 가정한다.

3.1.1 단계적 이완 모델[Type-A]

3개의 Outer diagonal cable을 단계적으로 이완시킨 Type-A모델은 그림4와 같고, 그림에서 실선은 초기형상을, 점선은 목표형상을 의미한다. 가상모델의 절점좌표 및 부재의 장력값을 표 4, 표 5에 각각 나타낸다. 채택한 가상모델을 시공해석에 의해 원래의 상태, 즉 목표형상으로 이행시킨다. 해석 과정은 단위순차제어→반복순차제어→시공해석의 단계로 이루어진다. 또 부재 제어순서에 따른 목표형상과의 오차를 파악하기 위해 표 6에서와 같이 제어순서를 3가지 경우로 설정하여 해석한다.

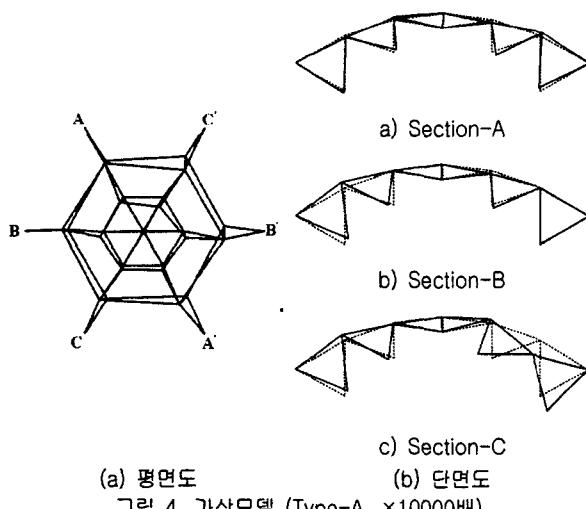


그림 4. 가상모델 (Type-A, ×10000배)

표 4. 가상모델 A의 절점좌표 (단위:cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X 좌표	0.00	0.00	20.0	20.0	40.0	39.98	60.0
Y 좌표	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Z 좌표	20.99	14.839	18.49	4.49	11.49	-11.51	0.0

표 5. 가상모델 A의 초기장력 (단위:kgf)

부재번호	1	2	3	4	5	6	7
부재장력	-14.20	19.13	13.71	14.17	-16.33	46.64	49.43
부재번호	8	9	10	11	12	13	
부재장력	49.43	13.76	-61.46	106.8	123.4	123.3	

표 6. 부재 제어 순서

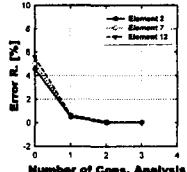
Case	부재 제어 순서
1	#73 → #13 → #25 → #37 → #49 → #61
2	#25 → #37 → #49 → #61 → #73 → #13
3	#49 → #61 → #73 → #13 → #25 → #37

Case-1의 제어 순서는 반시계방향으로 #73→#13→#25→#37→#49→#61번 부재를 하나씩 순차적으로 제어한다. Geiger형 모델은 부재수가 많아짐에 따라 많은 횟수의 반복제어가 필요하다. 이를 효율적으로 수행하기 위해 반복 해석할 수 있는 해석 프로그램을 개발하였으며, 이때 목표장력과의 허용오차를 0.01% 이내로 하여 반복제어한다. 613회의 반복순차제어후 사용된 장력량의 누적값을 한번에 부여하여 제1차 시공해석 한다. 제1차 시공해석후의 부재장력값을 표 7에 나타내며, 목표형상과 0.41 ~ 1.1%의 오차분포임을 알 수 있다.

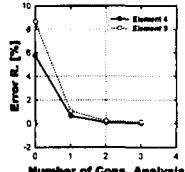
제1차 시공해석 결과값은 만족할 수 없으므로 이를 다시 반복하여 제3차까지 반복해 해석을 수행한다. 제3차 시공해석후의 결과를 표 8에 나타내며, 부재 장력은 0 ~ 0.19%의 오차 분포를 보인다. 시공해석 단계에 따른 오차의 수렴 상황을 그림 5에 나타낸다.

표 7. 제1차 시공해석후의 부재장력 (단위:kgf)

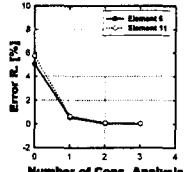
부재번호	1	2	3	4	5	6	7
부재장력	-14.83	19.94	14.33	14.94	-17.10	48.85	51.75
부재번호	8	9	10	11	12	13	
부재장력	51.76	14.90	-64.71	112.6	129.9	129.9	



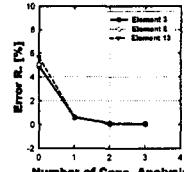
(a) Ridge cables



(b) Upper ring cables



(c) Lower ring cables

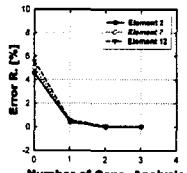


(d) Diagonal cables

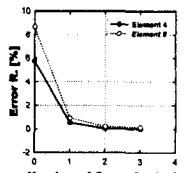
그림 5. 시공해석 단계에 따른 부재 장력 오차율 (case-1)

따라서 최종 시공해석은 그림 8-(a)에서와 같이 제1차 ~ 제3차 시공해석시 사용된 장력량의 누적값을 이용하여 해석한다. 그림 8-(a)에서 화살표와 (+) 부호는 인장측으로의 보정을 나타낸다. 최종 시공해석의 결과값은 그림 9-(a)에서와 같다. 해석모델이 축대칭임을 고려하여 모델의 한 부분만을 대상으로 오차율을 나타내며, 팔호 안의 값은 하부 부재의 장력오차율을 의미한다. 해석결과, 목표 형상과의 장력오차는 0.0 ~ 0.19%의 분포를 보이며, 목표형상과 매우 근접함을 알 수 있다.

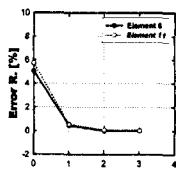
Case-2의 제어순서는 반시계방향으로 #25→#37→#49→#61→#73→#13번 부재를 하나씩 순차적으로 제어하며, 그림 8-(b)와 같다. 시공해석 단계에 따른 오차의 수렴상황을 그림 6에 나타낸다. 최종시공해석시 사용되는 누적장력량은 그림 8-(b)에 나타낸다. 최종시공해석후의 부재장력 오차율은 그림 9-(b)와 같다. 해석결과, 목표형상과의 장력오차는 0.0 ~ 0.23%의 분포를 보인다.



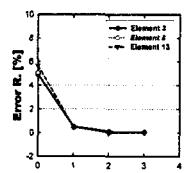
(a) Ridge cables



(b) Upper ring cables



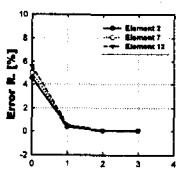
(c) Lower ring cables



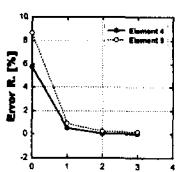
(d) Diagonal cables

그림 6. 시공해석 단계에 따른 부재 장력 오차율 (case-2)

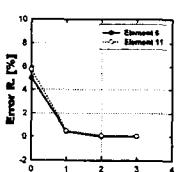
Case-3의 제어순서는 반시계방향으로 #49→#61→#73→#13→#25→#37번 부재를 하나씩 순차적으로 제어하며, 그림 8-(c)과 같다. 시공해석 단계에 따른 오차의 수렴상황을 그림 7에 나타낸다. 최종시공해석시 사용되는 누적장력량은 그림 8-(c)에 나타낸다. 최종시공해석후의 부재장력 오차율은 그림 9-(c)와 같다. 해석결과, 목표형상과의 장력오차는 0.0 ~ 0.27%의 분포를 보인다.



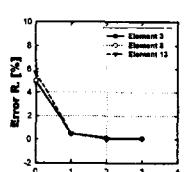
(a) Ridge cables



(b) Upper ring cables



(c) Lower ring cables



(d) Diagonal cables

그림 7. 시공해석 단계에 따른 부재 장력 오차율 (case-3)

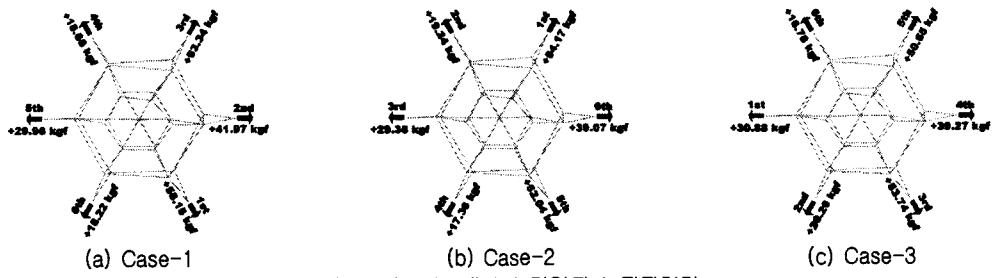


그림 8. 최종시공해석시 가력된 누적장력량

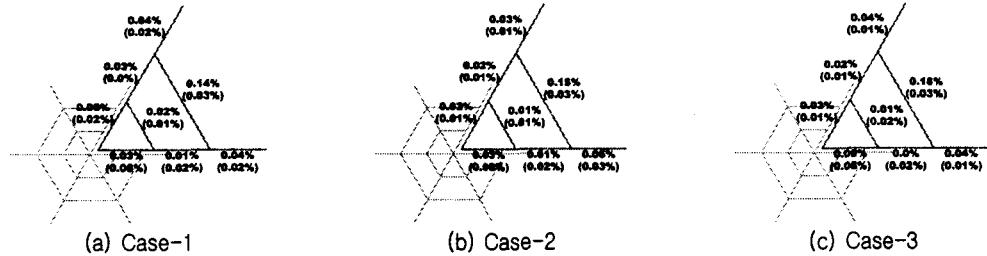
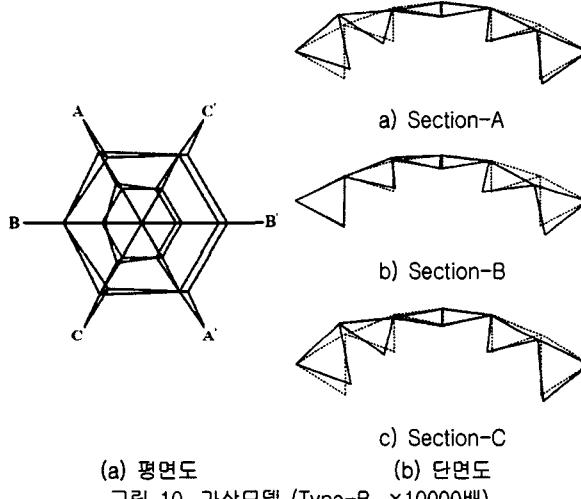


그림 9. 최종시공해석후의 부재장력 오차율

3.1.2 동시 이완 모델[Type-B]

3개의 Outer diagonal cable을 동시에 이완시킨 Type-B모델은 그림10과 같고, 그림에서 실선은 초기형상을, 점선은 목표형상을 의미한다. 가상모델의 절점좌표 및 부재의 장력값을 표 9, 표 10에 각각 나타낸다. 채택한 가상모델을 시공해석에 의해 원래의 상태, 즉 목표형상으로 이행시킨다. 해석 과정은 단위순차제어→반복순차제어→시공해석의 단계로 이루어진다. 또 부재 제어순서에 따른 목표형상과의 오차를 파악하기 위해 표 11에서와 같이 제어순서를 3가지 경우로 설정하여 해석한다.

표 9. 가상모델 B의 절점좌표 (단위:cm)



(a) 평면도

(b) 단면도

그림 10. 가상모델 (Type-B, ×10000배)

표 10. 가상모델 B의 초기장력 (단위:kgf)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X 좌표	0.00	0.00	20.0	20.0	40.0	39.98	60.0
Y 좌표	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Z 좌표	20.99	14.839	18.49	4.49	11.49	-11.51	0.0

표 11. 부재 제어 순서

Case	부재 제어 순서
1	#13 → #25 → #37 → #49 → #61 → #73
2	#37 → #49 → #61 → #73 → #13 → #25
3	#61 → #73 → #13 → #25 → #37 → #49

Case-1의 제어 순서는 반시계방향으로 #13→#25→#37→#49→#61→#73번 부재를 하나씩 순차적으로 제어한다. 743회의 반복순차제어후 사용된 장력량의 누적값을 한번에 부여하여 제1차 시공해석 한다. 제1차 시공해석후의 부재장력값을 표 12에 나타내며, 목표형상과 0.3 ~ 1.02%의 오차분포임을 알 수 있다.

제1차 시공해석 결과값은 만족할 수 없으므로 이를 다시 반복제어하여 제3차까지 반복해 해석을 수행한다. 제3차 시공해석후의 결과를 표 13에 나타내며, 부재 장력은 0 ~ 0.2%의 오차 분포를 보인다. 시공해석 단계에 따른 오차의 수렴 상황을 그림 11에 나타낸다.

표 12. 제1차 시공해석후의 부재장력 (단위:kgf)

부재번호	1	2	3	4	5	6	7
부재장력	-14.86	19.95	14.36	14.95	-17.11	48.88	51.79
부재번호	8	9	10	11	12	13	
부재장력	51.79	14.92	-64.76	112.7	129.9	130.0	

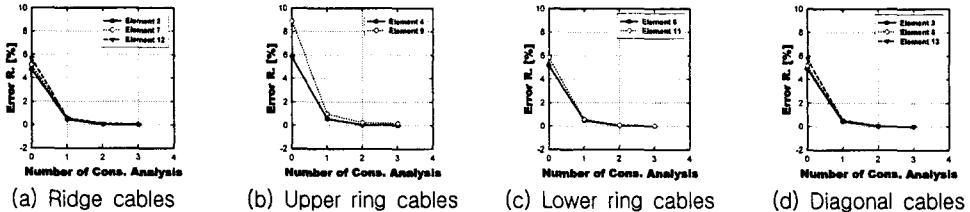


그림 11. 시공해석 단계에 따른 부재 장력 오차율 (case-1)

따라서 최종 시공해석은 그림 14-(a)에서와 같이 제1차 ~ 제3차 시공해석시 사용된 장력량의 누적값을 이용하여 해석한다. 그림 14-(a)에서 화살표와 (+)부호는 인장축으로의 보정을 나타낸다. 최종 시공해석의 결과값은 그림 15-(a)에서와 같다. 해석모델이 축대칭임을 고려하여 모델의 한 부분만을 대상으로 오차율을 나타내며, 괄호 안의 값은 하부 부재의 장력오차율을 의미한다. 해석결과, 목표 형상과의 장력오차는 0.0 ~ 0.23%의 분포를 보이며, 목표형상과 매우 근접함을 알 수 있다.

Case-2의 제어순서는 반시계방향으로 #37→#49→#61→#73→#13→#25번 부재를 하나씩 순차적으로 제어하며, 그림 14-(b)와 같다. 시공해석 단계에 따른 오차의 수렴상황을 그림 12에 나타낸다. 최종시공해석시 사용되는 누적장력량은 그림 14-(b)에 나타낸다. 최종시공해석후의 부재장력 오차율은 그림 15-(b)와 같다. 해석결과, 목표형상과의 장력오차는 0.0 ~ 0.25%의 분포를 보이며, 이는 목표형상에 매우 근접함을 알 수 있다.

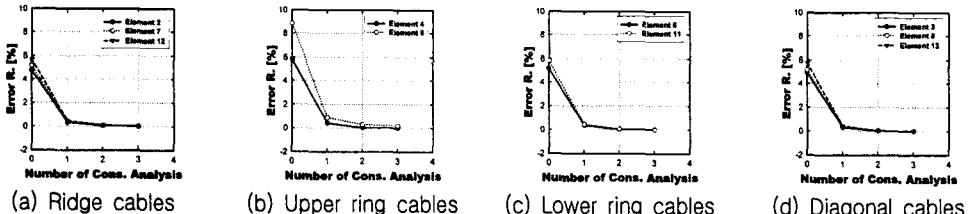


그림 12. 시공해석 단계에 따른 부재 장력 오차율 (case-2)

Case-3의 제어순서는 반시계방향으로 #61→#73→#13→#25→#37→#49번 부재를 하나씩 순차적으로 제어하며, 그림 14-(c)과 같다. 시공해석 단계에 따른 오차의 수렴상황을 그림 13에 나타낸다. 최종시공해석시 사용되는 누적장력량은 그림 14-(c)에 나타낸다. 최종시공해석후의 부재장력 오차율은 그림 15-(c)와 같다. 해석결과, 목표형상과의 장력오차는 0.0 ~ 0.26%의 분포를 보인다.

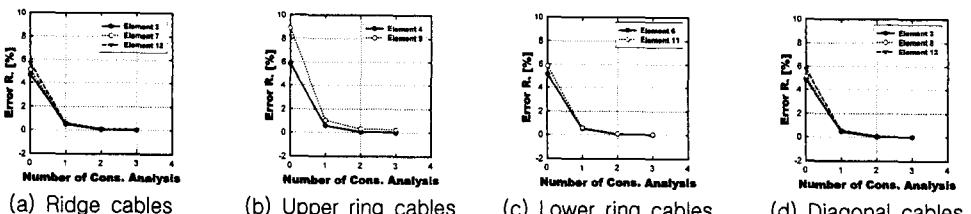


그림 13. 시공해석 단계에 따른 부재 장력 오차율 (case-3)

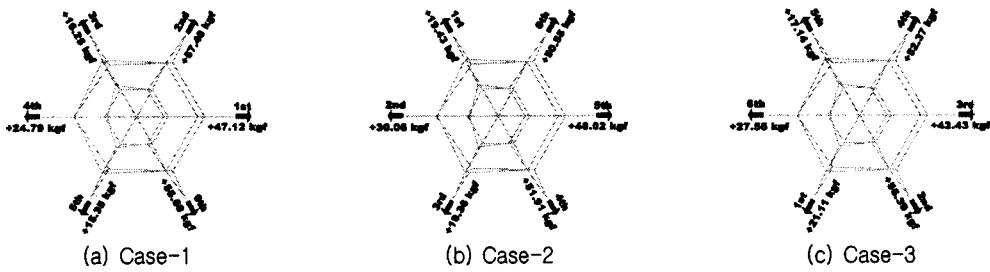


그림 14. 최종시공해석시 가력된 누적장력량

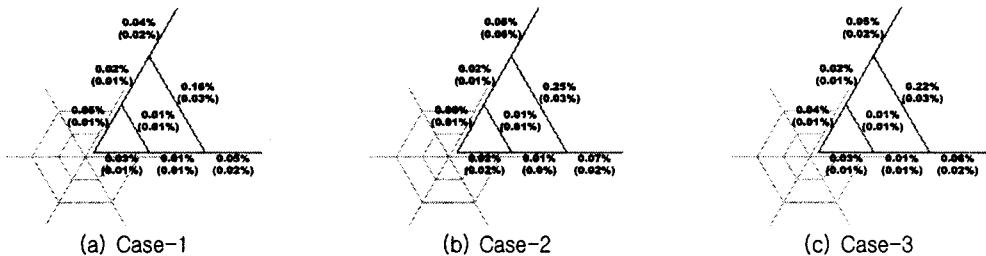


그림 15. 최종시공해석후의 부재장력 오차율

4. 결 론

본 연구에서는 비선형 수치 해석기법을 이용한 이론적 접근 방법으로 연성 구조시스템인 케이블 구조물의 시공해석을 제안하였으며, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- 1) 구조물의 자유도수가 증가함에 따라 순차제어를 할 수 밖에 없고, 이때 시공해석을 통해 적은 횟수의 제어로 목표 형상에 근접시킬 수 있다.
- 2) 같은 제어방법이라 할지라도 제어순서를 달리하면 그 결과값은 차이를 보인다. 그러므로 시공해석시 가장 많은 오차를 가진 부재부터 제어하는 것이 효과적이다.

실제 연성 구조물은 더 복잡한 과정의 시공해석이 예상되며, 단위순차제어→반복순차제어→시공해석의 일련의 단계를 통해 보다 효율적인 현장 시공이 가능하게 된다. 따라서 본 연구에서 제안한 시공해석기법은 현장 적용이 가능하고, 현장에서의 효율적인 시공이 가능한 기법임을 알 수 있다.

참고문헌

1. H. A. Buchholdt, "An Introduction to Cable Roof Structures", Cambridge University Press, 1985.
2. Peter Broughton & Paul Ndumbaro, "The analysis of Cabel & Catenary Structures", Thomas Telford, 1994.
3. Max Irvine, "Cable Structures", Dover, 1981.
4. 삼성건설 (주) 기술연구소, "Membrane & Cable/Truss 구조물의 형상해석 및 응력-변형해석을 위한 범용프로그램의 개발", 1995.2.
5. 김승덕, "대공간 구조물의 연구동향", 한국강구조학회지 제 7권 3호, 1995.9. pp.78-81.
6. 김승덕, "대공간 구조물의 비선형 해석기법", 한국전산구조공학회, 1997.3. pp7-18
7. 한상율, 김승덕, 서일교, 서삼열, "대공간 구조물의 해석 및 설계", 교재15-2, 한국전산구조공학회, 1997.