

축대칭 하중을 받는 Hybrid 케이블 돔의 Bifurcation 특성에 관한 연구

A Study on the Bifurcation Characteristics of Hybrid Cable Domes under Axisymmetric Load

김 승 덕* 백 인 성** 김 형 석***
Kim, Seung-Deog Baek, In-Seong Kim, Hyung Seok

ABSTRACT

One of important problem, in large space structure, is to overcome the self-weight of roof structure. This problem can be solved with using tension members effectively. Thus the rapid progress of hybrid structure, that makes effective use of the means of settling, has a good effect on realizing the large space. These systems of hybrid structure have the advantages of light weight and its own internal redundancy, but are occurred unstable phenomenon such as bifurcation or snap-through buckling, when the load level is come to the critical point. Among the hybrid structure, cable dome is shown the strong nonlinearity of unstable phenomenon in accordance with the external force. Therefore, the purpose of this study is to analyze and verify comparatively the unstable phenomenon of the Geiger and Flower type cable dome structures under axisymmetric load.

1. 서 론

우리나라에서는 서울 올림픽을 통해서 대공간 구조물에 대한 관심의 눈을 뜨게 되었고 월드컵의 개최를 통해 다양한 첨단 경기장의 건립으로 대공간 구조물에 대한 신기술을 축적하였다. 그러나 대공간 구조물의 구조설계 기술에는 아직 세계적으로 규명되지 못한 현상들이 많이 있고, 이를 간과할 경우에는 대규모의 사고 또는 재앙이 예상된다. 대공간 구조물은 내력의 흐름을 자연스럽게 하고, 휨모멘트의 영향을 가능한 저감시켜 외부하중에 저항하는 구조물로서, 역학적 개념을 기초로 하여 구조시스템의 효율성을 극대화시킨 형태 저항형 구조이다. 이중 케이블 돔 구조물은 인장케이블 및 압축기둥을 주재료로 사용한 연성구조시스템의 일종이다. 구조재료의 역학적 거동특성은 휨모멘트 및 전단력을 받을 경우보다 축력을 부담할 경우가 유리하다. 또 축력 중에서도 압축부재는 부재좌굴 등을 고려해야 하나, 인장부재는 재료의 파단강도까지 사용할 수 있어 역학적으로 가장 우수한 구조부재라 할 수 있다. 케이블 돔 구조물은 이러한 역학적 우수성을 고려하여 인장케이블 및 압축기둥 만으로 연결된 텐세그러티 구조 시스템이다. 텐세그러티 구조물은 압축부재가 서로 직접 연결되지 않고 인장부재에 의해 연결되며, 전체적으로는 인장부재가 주 구조부재가 되어 인장구조물이 된다. 각 부재들은 매우 합리적으로 결합되어 있고, 따라서 전체적으로도 가볍고, 시공성이 우수한 특성을 지닌다. 그러나 케이블 돔 구조 시스템은 외력의 증가에 따라 전체좌굴의 위험성을 가진다. 즉 대칭 구조물에 대칭형 외력이 작용할 경우에도 어떤 임계점 부근에서 비대칭의 변형모드가 출현하고, 이로 인해 구조물의 저항능력이 급격하게 저하된다. 이러한 현상을 분기좌굴(bifurcation)이라 하며, 대공간 구조물의 구조 설계시

* 정회원 · 세명대학교 건축공학과 부교수

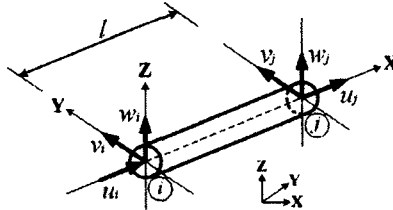
** 세명대학교 건축공학과 석사과정

*** 정회원 · 세명대학교 건축공학과 강사

반드시 반영하여야 한다.

본 연구에서는 케이블 돔 구조물의 비선형 불안정 현상을 조사·분석한다. 즉 분기좌굴 현상의 초기형상불완전에 의한 민감도를 조사하며, 개선된 케이블 돔인 Flower형 구조시스템의 거동특성을 비교·분석한다. 또한 축대칭 하중조건에서 하중모드가 단위하중모드일 경우와 각 절점이 부담하는 면적의 면적비로 하는 면적비하중모드로 나누어 비교·분석하였다.

2. 비선형 강성방정식



$$\begin{cases} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u, v, w : \text{요소내 변위} \end{cases}$$

그림 1. 케이블 요소의 요소 좌표계

가상일의 원리를 이용하여 그림 1과 같은 비선형 케이블 요소의 평형방정식을 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = f^T \delta d \quad (1)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현상태에서의 증분에 관한 가상일의 원리를 적용하여, 적분영역 dV 를 일정단면적 A 와 일정길이 l 로 치환하여 정리하면 식(2)와 같다.

$$Al[(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(A_1 + d^T B^T B)] = (f^{(0)} + f)^T \quad (2)$$

여기서, A : 케이블 요소의 단면적, l : 케이블 요소의 길이

식(2)에 $\sigma_x = E \epsilon_x$ 의 관계를 대입하고 d 에 관한 2차항 이상을 소거하면 식(3)과 같다.

$$f^{(0)} + f = Al(A_1^T \sigma_x^{(0)}) + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B) d + AlE(A_1^T A_1) d + \text{고차항} \quad (3)$$

식(3)에서 d 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)은 식(4)와 같이 정의한다.

$$r = AlA_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)} \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하면, 식(5)와 같다.

$$f - r = AlE(A_1^T A_1) d + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B) d \quad (5)$$

여기서,

$$k_E = AlE(A_1^T A_1) : \text{요소의 탄성 강성행렬}$$

$$k_G = Al(\sigma_x^{(0)} B^T B) : \text{요소의 기하 강성행렬}$$

변환 매트릭스 T 를 이용하면 전체좌표계에서의 증분구간에 관한 강성매트릭스는 다음과 같이 구해진다.

$$F - R = [K_E + K_G] D \quad (6)$$

여기서,

$$K_E = T^T k_E T : \text{전체 좌표계에서의 탄성 강성 매트릭스}$$

$$K_G = T^T k_G T : \text{전체 좌표계에서의 기하 강성 매트릭스}$$

3. 해석 모델

본 연구에서는 케이블 돔 구조물 중 Geiger형과 Flower형을 해석모델로 선택한다. 쉘형 구조물은 불안정 현상이 초기불완전에 의해 민감하게 나타나고 이로 인한 구조물의 붕괴 위험성이 커지게 된다. 따라서 하중 조건은 축대칭 모드를 이용하고, 이들 해석결과를 비교·분석한다. 그림 2는 해석모델의 절점 및 요소번호를 나타내고, 각 절점의 좌표를 표 1에 나타낸다.

표 1. 절점 좌표 (단위 : cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
Type-A	X	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0
Type-B		0.0	0.0	20.0	20.0	34.6	34.6
Type-A	Z	21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	-11.5
Type-B		21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	0.0

표 2. 부재의 단면적 (단위 : cm²)

단 면 적	0.01	0.02	0.04	1.0
부 재 번 호	Type-A	2/3/4/9	6/7/8	11/12/13
	Type-B	2/3	5/6/7/8/9	11/12/13/14/15

Geiger형 케이블 돔을 Type-A로 하고 Flower형 케이블 돔을 Type-B로 한다. 또 각 부재의 물성치는, 케이블과 mast 모두 영계수 $E=1.6 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 밀도 $\rho=7.85 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^3$ 이고, 단면적은 표 2에서와 같다. 경계조건은 외곽의 절점들인 #7, #12, #17, #22, #27, #32의 6개 절점을 고정시키고, 나머지 절점은 자유로 한다.

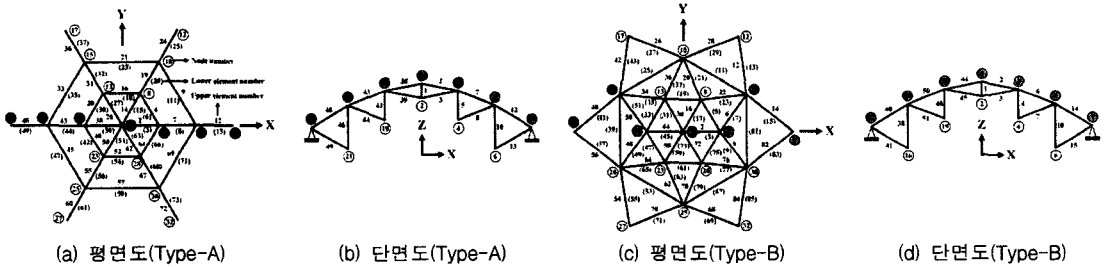


그림 2. 해석모델

하중조건은 각 절점에 단위하중모드와 면적비하중모드를 이용하여 비교하였다. 각 모델의 하중조건은 그림 3에서 나타낸다. 여기서, ●는 하중이 -Z로 작용되는 절점을 ○는 하중이 작용되지 않는 절점을 각각 나타낸다. ●안에 있는 수는 절점당 하중비를 나타낸다.

하중작용 총 절점이 부담하는 면적은 Type-A일 경우 7531.27cm²이고 Type-B일 경우 7644.68cm²이다.

케이블 돔의 구조거동 특징은 초기장력 및 외력에 따라 비선형성이 강하게 나타나므로 초기장력 도입에 의해 형상을 결정한후, 외력에 의한 불안정 현상을 파악한다. 초기장력은 Type-A의 초기장력을 기준으로 Type-B의 초기장력을 산정 하였다.

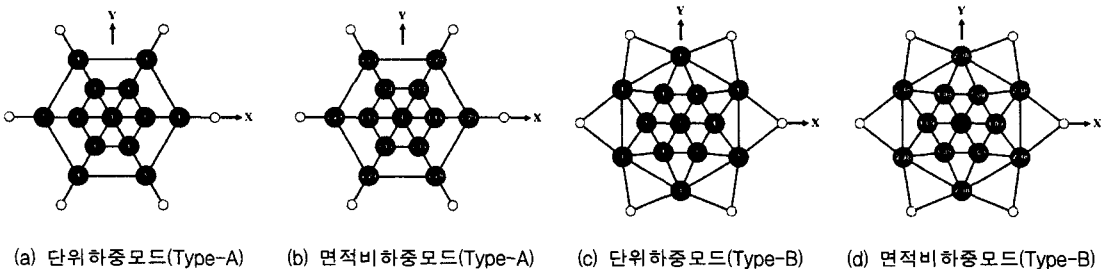


그림 3. 축대칭 하중조건

4. 해석결과 및 고찰

4.1 해석방법

비선형 해석의 정적 해석 방법으로는 접선 강성 방정식을 이용하여 step by step으로 해석을 수행하여 임계하중을 찾는다. 본 연구에서는 -Z방향으로 0.01cm씩 변위를 증분시켜 각 step에서의 하중 파라미터를 구하는 변위증분법을 이용하였다. 정적 불안정 해석에서 불안정 현상을 파악하기 위해서는 초기형상불완전(initial imperfection)을 도입하여야 한다. 초기형상불완전은 접선강성행렬의 초기 강성에 대한 고유치 해석을 수행하여 얻어지는 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상불완전 모드로 한다. 이를 나타내면 그림 4와 같다. 실선은 상부 부재를, 점선은 하부 부재를 각각 나타낸다.

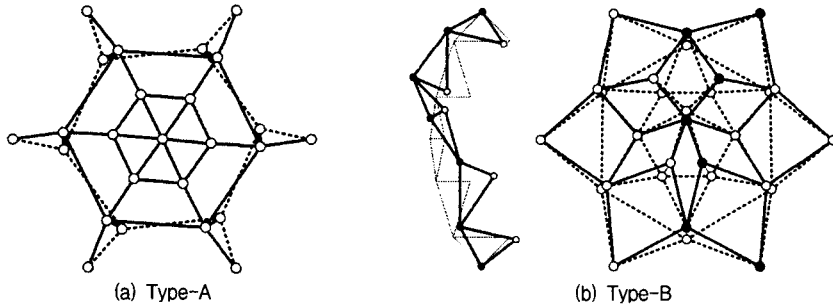


그림 4. 초기형상불완전모드

본 연구에서는 각각의 해석모델에 대해 span을 기준으로 하여 span의 0.01% 및 0.1%를 초기형상불완전량으로 도입하고, 축대칭 하중 재하시 결과를 비교한다. 정적 임계하중은 각 증분구간에서 접선 강성매트릭스의 행렬식을 구하고, 이를 이용하여 특이점(singular point)를 찾는다.

4.2 해석결과

4.2.1 Geiger형 케이블 돔(Type-A)

Geiger형 케이블 돔인 Type-A에서 완전형상인 경우와 0.01%, 0.1%의 초기형상불완전을 도입하였을 경우로 각각 나누어 행렬식을 구하면 그림 5에서와 같다. 축대칭 하중조건에서 단위하중모드와 면적비하중모드를 비교하였다.

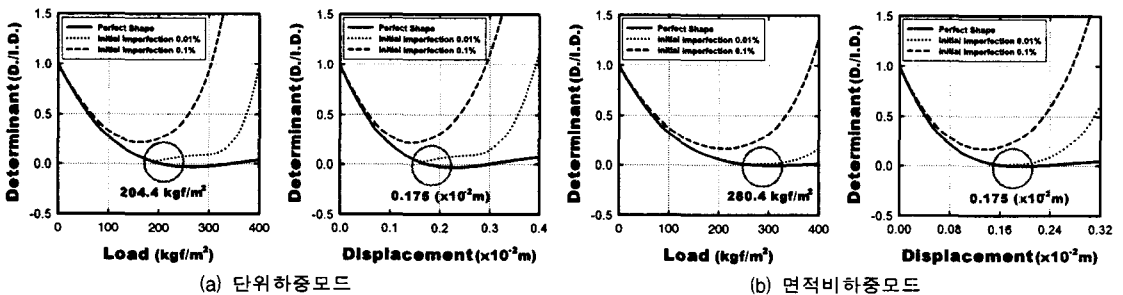


그림 5. 접선강성의 행렬식(Type-A)

본 연구에서는 해석 모델의 span을 기준으로 하여, span의 0.01% 및 0.1%를 초기형상불완전량으로 도입하고, 이들 결과를 완전형상 모델의 결과와 비교한다. 단위하중모드에서 완전형상일 경우 행렬식 값이 특이점을 나타내는 하중레벨은 204.4kgf/m²(절점당 11.9kgf)이고, 면적비하중모드에서는 280.4kgf/m²이다.

특이점이 나타나는 절점변위는 0.18cm로 단위하중모드와 면적비하중모드에서 같게 나타난다. 초기형상 불완전을 도입하면 초기형상불완전량이 클수록 점선강성은 특이점 부근에서 회복되는 현상을 알 수 있다. 이는 초기형상불완전을 도입하면 불안정점 부근에서 새로운 좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 되므로 점차 강성이 안정화해 갈 수 있기 때문이다. 또 초기형상불완전량이 클수록 강성의 안정화가 빠르게 진행된다. 따라서 Type-A는 특이점 근방에서 점점 강성이 약해지면서 평형궤도의 분기현상에 의해 불안정 현상이 일어남을 알 수 있다.

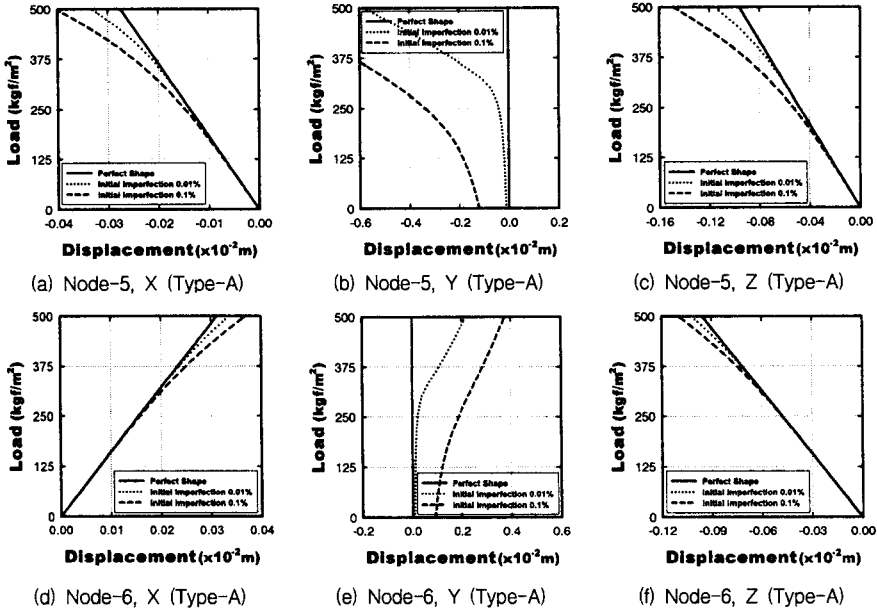
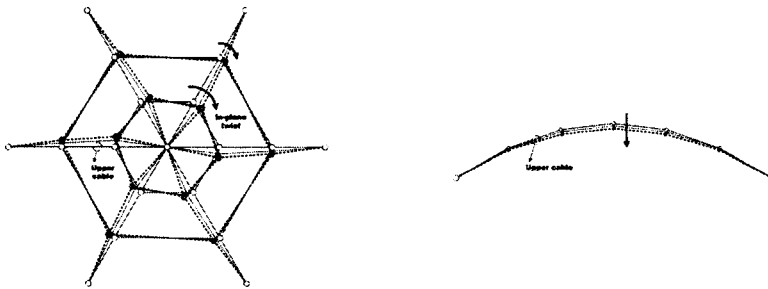


그림 6. Outer부분 절점의 하중-변위곡선(Type-A, 면적비하중모드)

그림 6에서는 면적비하중모드에서 얻은 outer부분(절점 #5, #6)의 하중-변위 곡선을 나타낸다. 절점 #5, #6의 X방향 변위는 서로 반대 방향으로 진행하고 있으며, Y방향도 서로 반대 방향으로 진행하고 있다. 즉 mast #10의 상부 및 하부는 hoop방향으로 서로 반대로 회전하고 있으며, 이로 인해 면내 비틀림을 발생시키고 있음을 알 수 있다. 그러나 Z방향의 변위는 하중방향으로 함께 진행하고 있다.



(a) 초기형상불완전량 0.1%도입 (평면도) (b) 초기형상불완전량 0.1%도입 (단면도)

그림 7. 불안정 거동특성(Type-A)

이상의 결과를 종합해 볼 때, Type-A에서의 불안정 현상은 평형궤도의 분기현상에 의해 면내 비틀림이 일어남을 알 수 있다.

그림 7에서 변위증가에 따른 불안정 거동특성을 시각화 하였다.

4.2.2 Flower형 케이블 돔(Type-B)

Flower형 케이블 돔인 Type-B에서 완전형상인 경우와 0.01%, 0.1%의 초기형상불완전을 도입하였을 경우로 각각 나누어 행렬식을 구하면 그림 8에서와 같다. 축대칭 하중조건은 단위하중모드와 면적비하중모드를 비교하였다.

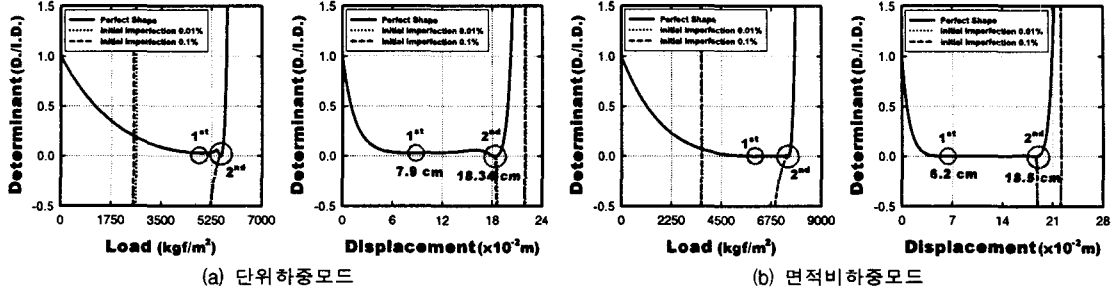


그림 8. 접선강성의 행렬식(Type-B)

단위하중모드에서 완전형상일 경우 행렬식 값이 특이점을 나타내는 하중레벨은 5556.83kgf/m²(절점당 326kgf)이고, 면적비하중모드에서는 7488.04kgf/m²이다. 그림 8의 행렬식 궤도의 특징을 살펴보면, 단위하중모드에서는 특이점이 하중레벨 5556.83kgf/m²(절점변위 : 18.34cm)에서 나타나지만, 실은 그 전 단계인 하중레벨 4872.69kgf/m²(절점변위 : 7.9cm)에서부터 “0”에 근접하고 있다. 이때의 행렬식은 초기값의 약 2.8%에 해당하는 값으로 구조물의 불안정을 야기 시키기에 충분하다. 이는 Type-A의 점진적인 특이점의 접근과는 상이한 궤도의 특징을 나타내며, 여기서 부터는 하중레벨 4872.69kgf/m²을 1차 불안정점, 하중레벨 5556.83kgf/m²을 2차 불안정점이라 한다.

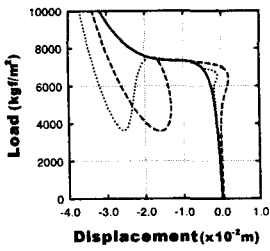
면적비하중모드에서는 1차 불안정점의 하중레벨은 6339.83kgf/m²(절점변위 : 6.2cm)이고 2차 불안정점의 하중레벨은 7488.04kgf/m²(절점변위 : 18.5cm)이다. 불안정 현상이 발생하는 하중레벨은 단위하중모드보다 면적비하중모드에서 높게 나타난다. 그러나 불안정점의 절점변위는 2차 불안정일 경우 단위하중모드와 면적비하중모드의 두 절점변위 차이는 1% 이내지만, 1차 불안정의 두 절점변위 차이는 21.5%로 크게 나타나며 면적비하중모드에서 단위하중모드보다 낮은 절점변위로 불안정현상이 나타난다.

초기형상불완전의 도입으로 인한 행렬식 궤도의 변화를 살펴보면, Type-A에서는 특이점 근방에서 초기형상불완전량에 의해 접선강성은 점차 회복해 가는 반면, Type-B의 1차 불안정점에서는 회복하는 경향을 나타내지만, 2차 불안정점에서는 “-”값으로 변화하고 있다.

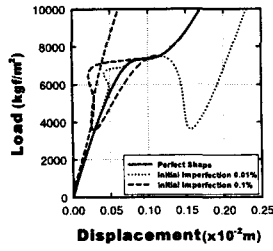
이러한 현상을 물리적 거동특성으로 분석하기 위해 그림 9 및 그림 10에서는 middle부분 절점인 #8, 9 및 #28, 29의 하중-변위 곡선을 각각 나타낸다. 그림 9 및 10에서 X축에 대칭 관계에 있는 mast #18과 #74의 상부 절점(#8, #28)과 하부 절점(#9, #29)의 수평변위를 비교한다. 상부 절점들은 수평방향으로 모두 center방향으로 집중되는 변위이고, 하부 절점들은 상부 절점과는 반대 방향으로 이행한다. 그러나 2차 불안정점을 지나면서 상부 절점들은 초기 방향과 같게 이행 하지만, 하부 절점들은 #29의 X방향만 같은 방향이고 나머지는 반대 방향으로 이행한다. 이를 종합분석하면 1차 불안정점에서는 분기좌굴현상이 나타나고, 2차 불안정점에서는 꺾좌굴현상이 나타남을 알 수 있다. 그러나 이러한 불안정점들은 큰 하중레벨에서 변형의 order가 클 때 나타나고, 특히 2차 불안정점은 설계하중레벨과는 매우 멀리 떨어져 있다.

따라서 Type-B의 Flower형 케이블 돔은 Geiger형 케이블 돔 보다 훨씬 안정적인 구조 시스템을 알 수 있다.

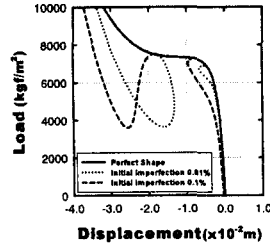
다음은 요소 #1의 mast와 연결되어 있고 X축에 대칭 관계에 있는 상부 케이블 #16, #72와 하부 케이블 #17, #73의 장력변화를 그림 11에서 비교한다.



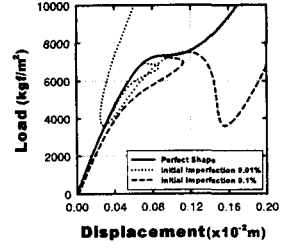
(a) Node-8, X (Type-B)



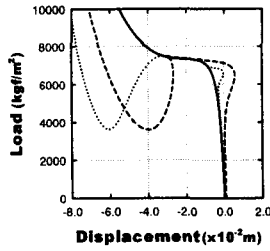
(b) Node-9, X (Type-B)



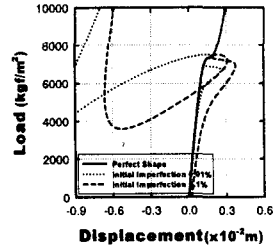
(a) Node-28, X (Type-B)



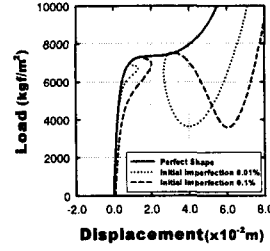
(b) Node-29, X (Type-B)



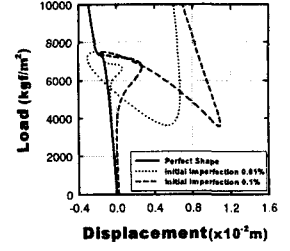
(c) Node-8, Y (Type-B)



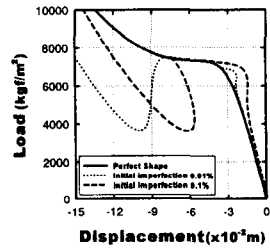
(d) Node-9, Y (Type-B)



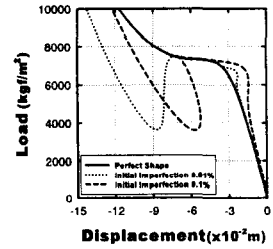
(c) Node-28, Y (Type-B)



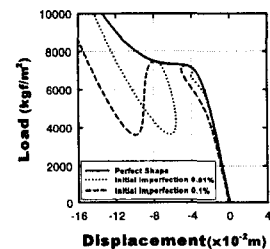
(d) Node-29, Y (Type-B)



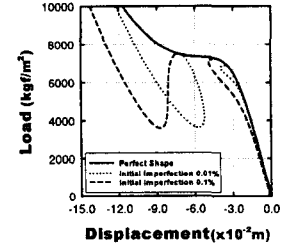
(e) Node-8, Z (Type-B)



(f) Node-9, Z (Type-B)



(e) Node-28, Z (Type-B)

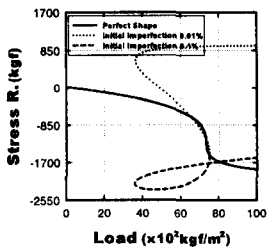


(f) Node-29, Z (Type-B)

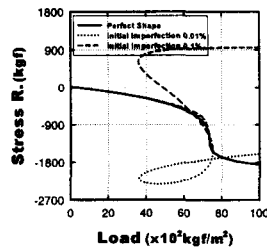
그림 9. 하중-변위곡선(Mast #18, 면적비하중모드)

그림 10. 하중-변위곡선(Mast #74, 면적비하중모드)

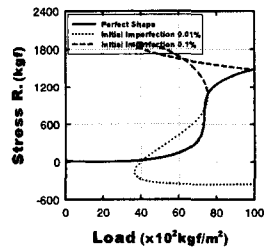
하중 재하시 mast #1이 주변의 mast 보다 -Z방향으로 보다 큰 이행을 하므로 초기에는 상부 케이블인 요소 #16, #72는 장력이 빠져나가고 하부 케이블인 요소 #17, #73은 장력이 증가하고 있다.



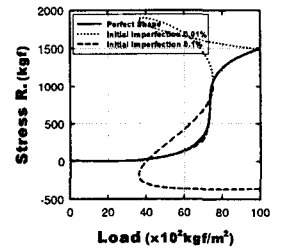
(a) 상부케이블 요소 #16



(b) 상부케이블 요소 #72



(c) 하부케이블 요소 #17



(d) 하부케이블 요소 #73

그림 11. 케이블의 장력변화 (면적비하중모드)

그림 12에서 Type-B의 불안정현상을 시각화하기 위해 Y-Z평면에서 상부 절점 #32, #25, #28, #1, #8, #10, #12의 불안정 이행 과정을 나타낸다. 8cm 간격으로 변위 증가에 따른 단면형상의 변화과정을 완전형상인 경우와 초기형상불완전을 도입한 경우로 나누어 나타내었다. 초기형상불완전을 도입하면 불안정 변형모드와의 연성작용(coupling)에 의해 풀림현상이 일어남을 알 수 있다.

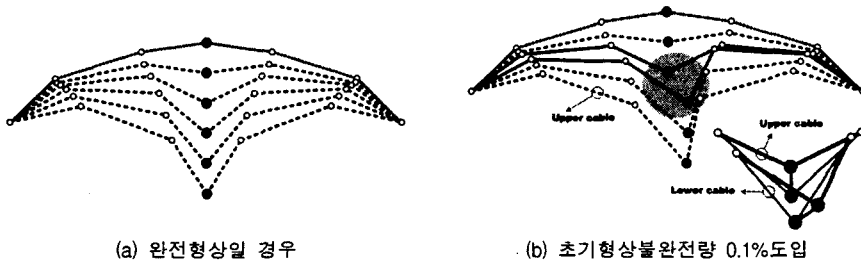


그림 12. 불안정 거동특성(Type-B)

5. 결론

본 연구에서는 축대칭 하중조건인 단위하중모드와 면적비하중모드로 나누어 케이블 돔 구조물의 형태에 따른 불안정 현상을 규명하였다. 또 초기형상불완전에 의한 불안정 거동의 민감도도 비교·분석하였다.

- 1) Geiger형 케이블 돔 구조물의 불안정 현상은 평형궤도의 분기좌굴(bifurcation)현상에 의해 일어난다.
- 2) Flower형 케이블 돔 구조물은 1, 2차의 불안정 현상으로 구분되어 나타난다. 1차 불안정점에서는 분기좌굴현상이, 2차 불안정점에서는 뚫좌굴(snap-through)현상이 일어난다. 이때 뚫좌굴은 국부적으로 일어나며 이로 인해 구조물 전체의 쓸림현상을 야기 시킨다.
- 3) 축대칭 하중조건에서 단위하중모드와 면적비하중모드의 결과를 비교하면, 1, 2차의 불안정 현상이 나타나는 Flower형 케이블 돔에서, 1차 불안정점의 하중레벨은 면적비하중모드에서 높게 나타나지만, 절점 변위는 낮게 나타난다.

따라서 케이블 돔 구조물은 케이블의 조립형태에 따라 불안정 거동특성이 달라짐을 알 수 있다. 또 본 연구에서 채택한 대표적인 2개의 케이블 돔을 비교·분석한 결과, Geiger형 구조시스템 보다 Flower형 구조시스템이 보다 안정적임을 알 수 있었다.

참고 문헌

1. Kim, S.D., Kim, H.S., and Kang, M.M.(2003), "A Study of the Nonlinear Dynamic Instability of the Hybrid Cable Dome Structures," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.15, No.6, pp.653-668.
2. 김승덕, "반강접합 프레임형 대공간 구조물의 비선형 불안정 해석에 관한 연구," 대한건축학회 논문집, 구조계, 제 18권 3호, 2002.3, pp.55-62.
3. 김승덕, 손수덕, 김형석, 강문명, "Hybrid 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구(1) : 초기형상 불완전에 의한 정적 면내비틀림 좌굴 특성," 한국강구조학회 논문집, 제 13권 5호, 2001.10, pp.587-597.
4. 김승덕, 김형석, 강문명, "Hybrid 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구(2) : STEP 하중에서의 동적 면내비틀림 좌굴 특성," 한국강구조학회 논문집, 제 13권 5호, 2001.10, pp.599-608.
5. 김승덕, 박지윤, 권택진, "얇은 정현형 아치의 불안정 거동에 관한 연구(1) : 형상특성에 따른 정적좌굴의 분류," 전산구조공학 논문집, 제 12권 3호, 1999.9, pp.407-415.
6. 김승덕, 박지윤, 권택진, "얇은 정현형 아치의 불안정 거동에 관한 연구(2) : 스텝하중에서의 동적좌굴 특성," 전산구조공학 논문집, 제 12권 3호, 1999.9., pp.417-426.3.
7. 林曉光, 複合ケーブル構造の構造安定解析, 修士學位論文, 東京大學, 1990.
8. Hill, C. D., Blandford, G. E. and Wang, S. T., "Post-buckling analysis of steel space trusses," *Journal of structural engineering*," Vol. 115, No. 4, April, 1989, pp. 900-919.