

FCM 교량의 경간비(SLR) 결정 Determination of Span Length Ratio in Bridges Constructed using a Free Cantilever Method

곽 효 경* 손 제 국**
Kwak, Hyo-Gyoung Son, Je-Kuk

ABSTRACT

This paper introduces a relation to determine the span ratio between exterior and interior spans, which is strongly required in the preliminary design stage of bridges constructed by Free Cantilever Method (FCM). A relation for the initial tendon force is derived on the basis of an assumption that no vertical deflection occurs at the far end of a cantilever beam due to the balanced condition between the self-weight and the cantilever tendons. In advance, the span ratio can be determined by using an assumption that the negative maximum moment must be the same with the positive maximum moment along the entire spans to be a rational bridge design. Finally, many rigorous time-dependent analyses are conducted to establish the validity of the introduced relations. The obtained numerical results show that the rational design of FCM bridges may be achieved when the span length ratio of the exterior span to the interior span ranges about 0.75 to 0.8.

1. 서 론

근대 사회의 산업발전에 따른 사회기반시설의 확충으로 인해 도심지는 물론 산간과 바다를 포함한 열악한 시공 여건을 갖는 지역에서도 장대교량의 건설이 활발히 이루어 지고 있으며, 특히 산간지역이나 해상에 설치되는 교량 가운데 상당수의 교량은 유지관리의 이유로 인해 콘크리트 교량으로 시공되고 있는데, 이러한 콘크리트 교량은 시간에 따른 응력손실, 크리프 그리고 탄성계수의 변화 등의 시간 의존적 특성을 가지게 되며, 시공방법에 따라 콘크리트 교량의 장기 거동이 다르게 나타나는 구조거동을 나타낸다. 특히 이미 시공된 교각으로부터 좌우로 평형을 유지하면서 약 3m 길이의 세그먼트(segment)를 순차적으로 시공하는 FCM (Free Cantilever Method) 공법은 그 공법의 특성상 시간에 따른 부재력과 처짐의 변화가 상대적으로 크게 나타나기 때문에 시공단계별 장기거동 해석에 기초한 정밀 시공을 요구하게 된다.

일반적으로 교량은 시공방법에 따라 경간길이와 하중에 따른 부재력의 변화와 분포에 차이를 보이게 되므로 교량의 경제적인 설계를 위해서는 시공방법에 따른 부재력 분포에 대한 경간길이와 하중의 최적화 방안이 필요하게 된다. 이 논문에서는 먼저 FCM공법에 의해 시공되는 콘크리트 교량의 처짐과 부재력의 분포에 영향을 주는 영향인자들의 상호관계를 검토한 후 복잡한 계산과정 없이 시공단계별 시간의존적 거동을 고려한 교량의 부재력을 최적화하는 방안을 제안되었다. 또한 구조계의 효과적인 구성을 위한 내측과 외측 경간비를 결정되었다.

* 한국과학기술원 토목공학과 부교수

** 한국과학기술원 토목공학과 박사과정

2. 해석모델

콘크리트의 시간 의존적 거동을 수치적으로 모사하기 위해 제안된 많은 수치모델 가운데 비교적 간단하면서 응력변화 이력(**loading history**)을 효과적으로 나타낼 수 있는 크리프 **Compliance** 전개에 기본을 둔 1차 순환적 단계 알고리즘(**the first-order algorithm based on expansion of creep compliance**)을 도입하여 크리프 변형을 산정하였다.^{(2), (3)} 반면 건조수축에 의한 영향은 상대적으로 작은 관계로 계산의 편의를 위해 건조수축은 고려하지 않았으며 콘크리트의 재령에 따른 강도와 탄성계수의 증가는 **ACI모델(1997)**을 토대로 해석에 반영함으로써 시간에 따른 콘크리트의 응력-변형을 관계를 해석에 고려하였다.

크리트의 응력-변형을 관계는 **Blakeley와 Park(1973)**이 제안한 모델을 사용하였으며 철근의 경우는 선형탄성-선형소성 재료로 크리프 변형이 일어나지 않는 것으로 가정하였다. 긴장재의 경우 철근과 달리 높은 인장강도와 뚜렷한 항복점을 가지지 않는 응력-변형을 특성을 나타내므로 이를 모사하기 위해 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 수치해석에서 널리 적용되고 있는 다선형 응력-변형을 관계가 사용되었다. 긴장재는 압축응력을 받지 않기 때문에 압축측의 응력-변형을 관계는 정의되지 않으며 재하중과 하중 제거 시 초기 탄성계수값을 갖는 응력-변형을 관계로서 나타내었다.⁽⁵⁾ 시간에 따른 긴장력의 손실을 동반하는 콘크리트의 크리프는 임의의 시간에 대한 비역학적 변형률로서 수치해석을 통한 계산으로 고려되어지며 긴장재의 응력이완(**relaxation**)은 **Magura 등(1964)**이 제안한 식을 고려하였다.

그리고 단면을 유한 수의 층(**layer**)으로 나누어 해석하는 적층단면법을 사용하여 임의의 단면의 평형조건을 토대로 크리프로 인한 시간에 따른 응력 재분배를 고려하였다. 나아가 단면의 깊이 방향으로 서로 다른 재료로 구성된 경우 각 재료의 특성을 해당 층에 직접 적용시킬 수 있도록 하였으며 균열한계를 초과한 층은 해석에서 제외함으로써 균열의 영향을 고려하였다.⁽⁶⁾

이러한 기본적 재료모델을 가정하여 단면의 수직축 대칭인 평면 프레임 요소를 이용한 각 요소의 변위장은 연속이라는 변위법을 바탕으로 요소강성행렬 등 기본적인 식이 유도되었으며 이들 강성행렬과 절점하중을 이용하여 구조물을 해석함에 있어서는 비선형 구조해석법 가운데 하중 증분법과 반복법을 함께 사용하는 복합법이 사용되었다.⁽⁵⁾

3. FCM 공법의 최적화

앞에서 언급한 바와 같이 **FCM공법**에 의한 콘크리트 장대교량의 시공에서 교량단면의 최적화를 위해서는 교량의 시공단계에서 고려되는 부재력 분포에 대한 영향을 살펴볼 필요가 있다. 따라서, 이 논문에서는 **FCM공법**의 대표적인 시공방법인 양끝 단에서 중앙부로 연속화를 진행시키는 과정을 나타내는 **FCM 2**를 중심으로 교량의 거동특성이 분석되었다.

그림 1의 교량은 5경간 교량으로 일정한 경간길이 **30m**를 가지며 표 1에 가정된 재료와 단면의 물성치를, 표 2에 긴장재의 물성치를 나타내고 있다. 또한 **ACI모델**을 기초로 콘크리트의 극한 크리프 계수로 **2.35**를 사용하였다. 세그먼트를 순차적으로 7일 간격으로 시공하는 동시에 쉐일레버 텐던을 배치하여 각 쉐일레버부를 순차적으로 연결하는 전형적인 **FCM공법**으로 시공되는 교량을 대상 구조계로 설정하였다.

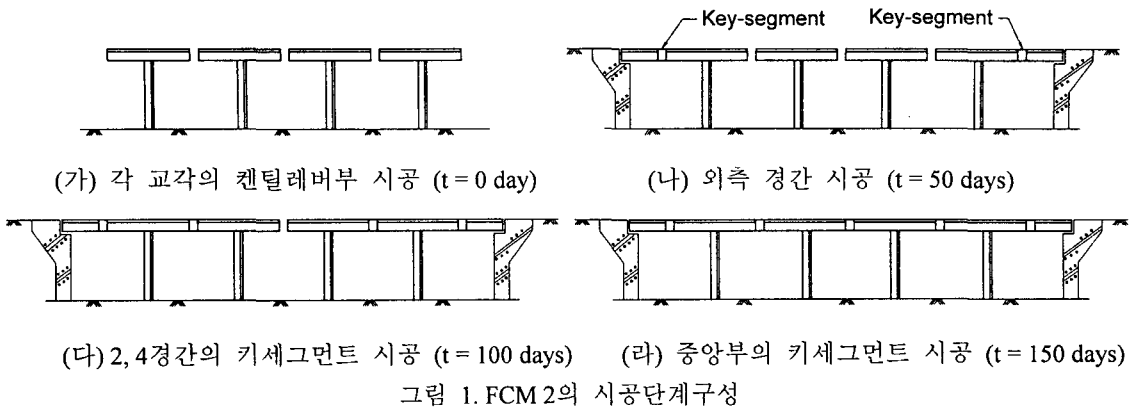


표 1. 재료와 단면의 물성치

A_c	$\rho_{sc} = \rho_{st}$	W_D	f'_c	f_{sy}	E_S
4.5 m ²	0.62 %	10.3 t/m	400 kg/cm ²	4000 kg/cm ²	2.1 × 10 ⁶ kg/cm ²

표 1. 긴장재의 물성치

편심 (e)	항복응력 (f_{pv})	곡률마찰계수 (μ)	파상마찰계수 (k)
1.3m	14.8tonf/cm ²	0.25	0.13 × 10 ⁴

그림 2에는 긴장재 단면적은 10cm², 긴장력은 117tonf의 경우로 전용해석 프로그램(Kang, 1989)에 의한 FCM 2의 시공단계별 시간의존적 거동의 부재력 변화와 구조계의 변화없이 일체시공을 나타내는 TS (Total Structure)의 부재력을 비교되어 있다. 그림 2과 같이 FCM공법으로 시공되는 교량의 경우 시공단계별 시간의존적 거동의 정밀해석에 따른 고정하중과 켈틸레버 텐던의 긴장력에 의한 부재력의 분포는 TS의 부재력 분포와 차이를 나타내게 된다.

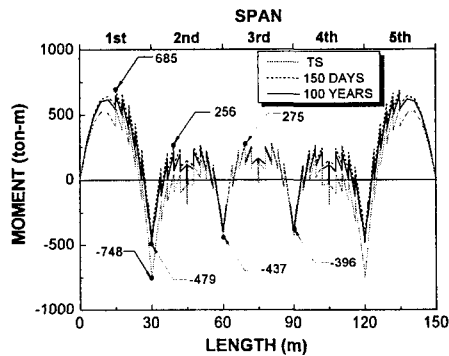


그림 2. FCM2의 고정하중과 켈틸레버 텐던의 긴장력에 의한 부재력 분포

3.1. 시공단계에서 켈틸레버 처짐에 따른 최적 긴장력(P)의 유도

그림 3과 같이 FCM공법으로 시공되는 교량이 길이 l_1 인 세그먼트가 좌, 우로 각각 m 개씩 설치되면, 켈틸레버 보의 길이(L_1)는 $L_1 = (m+0.5) \times l_1$ 으로 나타낼 수 있다. 켈틸레버 끝단에서 고정 하중 w 에 의해 δ_a 의 하향처짐이 발생하게 되며, 단면의 상단에 배치되는 켈틸레버 텐던의 긴장력 P 에 의해서는 δ_b 의 상향처짐이 발생하게 된다. 이 논문에서는 기본적 상황인 고정하중과 켈틸레버 텐던의 긴장력에 의한 처짐의 크기가 같다($\delta_a = \delta_b$)는 가정에서 켈틸레버 텐던의 긴장력의 크기를 유도하였다.

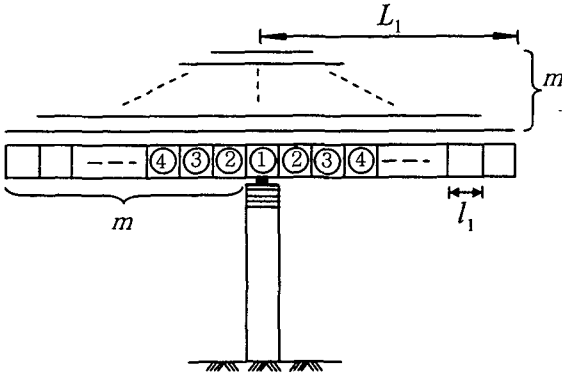


그림 3. 켈틸레버 보의 세그먼트

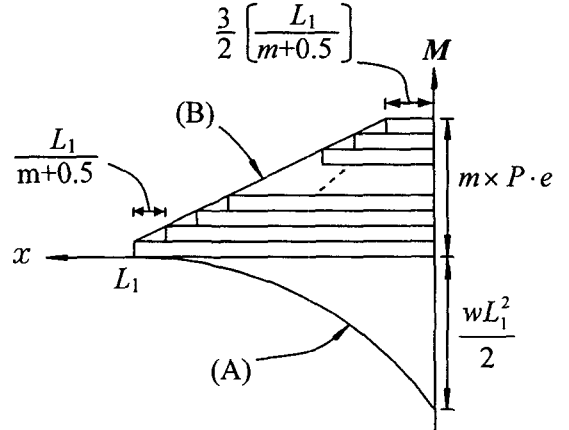


그림 4. 켈틸레버 보의 고정하중과 긴장력의 모멘트 분포

그림 3과 같이 켈틸레버 부의 각 세그먼트를 순차적으로 시공할 경우 두 번째 세그먼트 ②의 타설이 완료된 후 첫 번째 켈틸레버 텐던에 긴장력 P 를 작용시키게 된다. 동일한 시공과정이 각 세그먼트의 타설에 따라 순차적으로 이루어지고, 이때 긴장력에 의한 모멘트 $P \cdot e$ 가 순차적으로 발생하게 되며, 그림 4와 같이 각 세그먼트에서의 모멘트 $P \cdot e$ 로 인한 계단형태의 모멘트가 발생하게 된다. 따라서 앞의 가정에 따라 공역보법을 토대로 처짐 $\delta_a = \delta_b$ 의 관계로서 켈틸레버 텐던의 긴장력 P 를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$P = \frac{wL_1^2}{4e \cdot \sum_{i=1}^m \left(1 - \frac{(i-1)}{m+0.5}\right) \left(1 + \frac{(i-1)}{m+0.5}\right)} \quad (1)$$

여기서 P 는 켈틸레버 텐던의 긴장력, e 는 편심, m 은 켈틸레버 텐던의 개수, 그리고 w 는 자중을 포함한 고정하중이다.

3.2. 최적 부재력 산정 및 최적 경간길이의 결정

일반적으로 콘크리트 구조물은 초기 재령에서 상대적으로 큰 크리프 변형이 나타나게 되는데, FCM 교량은 시공단계의 특성상 콘크리트의 재령 초기 단계에서는 정정구조계를 유지하는 관계로 콘크리트 크리프 변형이 모멘트 재분배에 영향을 주지 못하게 된다. 이는 그림 2과 같이 시공단계

에 따른 FCM교량의 시간에 따른 모멘트의 변화가 TS의 부재력과는 상대적으로 많은 차이를 나타내는 반면, 부정정구조계로 변화 후 시간경과에 따른 모멘트의 변화는 상대적으로 작게 나타나는 결과로도 알 수 있다. 따라서 FCM교량의 경우 시공단계를 고려한 최대 부재력은 시공의 각 단계를 나타내는 정정구조계 가운데 최대 부재력을 나타내는 구조계를 토대로 산정이 가능할 것으로 예상된다.

내측경간의 정모멘트와 지점부의 부모멘트에 대한 관계식을 그림 4의 구조계가 캔틸레버 상태 일 때의 탄성해석에 대한 고정하중에 의한 모멘트(M_1^-) 분포 (A)와 캔틸레버 텐던의 긴장력에 의한 모멘트(M_2^+) 분포를 선형 (B)로서 나타내어 각각 식 (2)와 (3)과 같이 표현할 수 있다. 또한 그림 5는 캔틸레버를 갖는 단경간인 1.5경간의 구조계와 대상 구조물의 고정하중 부재력 분포를 나타낸다. 이때 고정하중에 의한 모멘트 분포는 식 (4)와 같이 계산된다.

$$M_1^- = -\frac{1}{2}w(L_1 - x)^2 \quad (2)$$

$$M_2^+ = Pem \quad ; \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \frac{L_1}{(m+0.5)}$$

$$= Pem - Pe \frac{(m+0.5)}{L_1} \left(x - \frac{3}{2} \frac{L_1}{(m+0.5)} \right) \quad ; \quad \frac{3}{2} \frac{L_1}{(m+0.5)} \leq x \leq L_1 \quad (3)$$

여기서 x 는 교각으로부터의 거리이다.

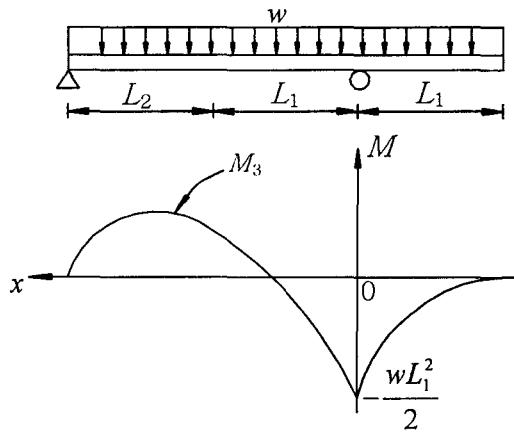


그림 5. 1.5경간의 모멘트 분포도

$$M_3 = \frac{w(2L_1+L_2)^2}{2(L_1+L_2)} \cdot x - \frac{w}{2}(L_1+x)^2 \quad (4)$$

앞에서 유도된 식 (2)~(4)을 토대로 고정하중과 캔틸레버 텐던의 긴장력에 의한 외측 경간의 정모멘트 (M_{ext}^+), 내측경간의 정모멘트 (M_{int}^+) 그리고 지점부의 최대 부모멘트(M^{-max})를 각각 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$M_{ext.}^+ = M_2 + M_3 = Pem - Pe \frac{(m+0.5)}{L_1} \left(x - \frac{3}{2} \frac{L_1}{(m+0.5)} \right) + \frac{w(2L_1+L_2)^2}{2(L_1+L_2)} \cdot x - \frac{w}{2} (L_1+x)^2 \quad (5)$$

$$M_{int.}^+ = M_1 + M_2 = -\frac{1}{2} w(L_1-x)^2 + Pem - Pe \frac{(m+0.5)}{L_1} \left(x - \frac{3}{2} \frac{L_1}{(m+0.5)} \right) \quad (6)$$

$$M^{-max} = -\frac{1}{2} wL_1^2 + Pem \quad (7)$$

여기서 식 (5)과 (6)의 최대 정모멘트를 가지는 위치는 각각 $x = (2L_1+L_2)^2/(2L_1+2L_2) - Pe(m+0.5)/(wL_1) - L_1$, $x = L_1 - Pe(m+0.5)/(wL_1)$ 이다. 식 (5)과 (6)의 경우 최대 정모멘트 값은 $1.5L_1/(m+0.5) \leq x \leq L_1$ 의 구간에서의 각 모멘트의 일차미분($dM/dx=0$)을 토대로 결정되는 위치에서 발생하였다. 또한 식 (1)에 의해 산정된 긴장력(P)과 가정된 편심(e), 고정하중(w), 그리고 내측경간 길이($2L_1+0.3m$)를 통해 내측 경간의 최대 정모멘트($M_{int.}^{+max}$)와 지점부의 최대 부모멘트(M^{-max})의 크기 또한 결정할 수 있다.

효과적인 설계가 되기 위해서는 기본설계에 가정된 고정하중의 크기와 산정된 캔틸레버 텐던의 긴장력에 의한 모멘트의 합으로 구성되는 시공단계에서 발생하는 모멘트 포락선의 폭이 최소화될 필요가 있다. 모멘트 포락선에 대한 부재력의 효과적인 분배 방안으로 최외측 경간의 최대 정모멘트($M_{ext.}^{+max}$)와 최대 부모멘트(M^{-max})의 절대값이 같게 하는 방법을 고려할 수 있으며, 이를 통해 부재력의 효과적인 분산을 이루기 위한 외측 경간의 길이를 결정할 수 있다. $M_{ext.}^{+max} + M^{-max} = 0$ 로부터 다음의 식을 도입할 수 있다.

$$A_1 \cdot A^2 + B_1 \cdot A + C_1 = 0 \quad (8)$$

여기서 $A = (2L_1+L_2)^2/(2L_1+2L_2) = (2+n)^2 L_1/(2+2n) = CL_1$, $A_1 = w/2$, $B_1 = -B - L_1 w$, 그리고 $C_1 = 1.5Pe + BL_1 + 2mPe + B/(2w) - wL_1^2/2$ 이다.

$$A = \frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4A_1 C_1}}{2A_1} \quad (\text{단, } B_1^2 - 4A_1 C_1 \geq 0) \quad (9)$$

또한 $A = (2L_1+L_2)^2/(2L_1+2L_2)$ 값으로부터 다음의 식을 전개할 수 있으며,

$$L_2^2 + (4L_1 - 2A)L_2 + 4L_1^2 - 2AL_1 = 0 \quad (10)$$

궁극적으로 다음과 같이 L_2 를 산정할 수 있게 된다.

$$L_2 = \frac{-(4L_1 - 2A) \pm \sqrt{(4L_1 - 2A)^2 - 4(4L_1^2 - 2AL_1)}}{2} \quad (11)$$

(단, $(4L_1 - 2A)^2 - 4(4L_1^2 - 2AL_1) \geq 0$)

나아가 이를 토대로 외측 경간의 길이(L_1+L_2)를 최종적으로 산정할 수 있게 된다.

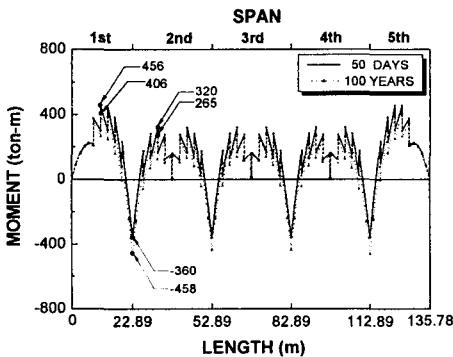
4. 예제 해석

각각 내측경간의 길이($2L_1 + 0.3m$)가 각각 30m, 60m인 경우, 식 (11)에 의해 산출된 부재력 분포의 효율화를 이루는 길이는 $L_2 = 8.04m$, $16.23m$ 이며, 식 (1)에 의해 결정되는 긴장력 $P = 109.0tonf$ 와 $238.0tonf$, 그리고 $P/0.8f_{py}$ 에 의해 결정된 켄틸레버 텐던의 단면적(A_p)은 $9.2cm^2$ 와 $20.2cm^2$ 로 결정된다. 그러나 제안한 관계식 (1), (5)~(7)의 유도과정에서는 텐던의 응력손실에 의한 영향을 추가적으로 고려하지 않는 반면 수치해석에 의한 정밀해석에서는 켄틸레버 텐던 자체의 시간에 따른 응력이완을 고려하게 된다. 따라서 긴장력을 산정할 때 응력이완에 의해 손실된 양을 산정하여 이를 추가적으로 작용시킴으로써 시간 경과 후 산출되는 최종 부재력의 비가 탄성해석으로부터 산출된 해석결과와 유사하게 되도록 유도할 필요가 있다.

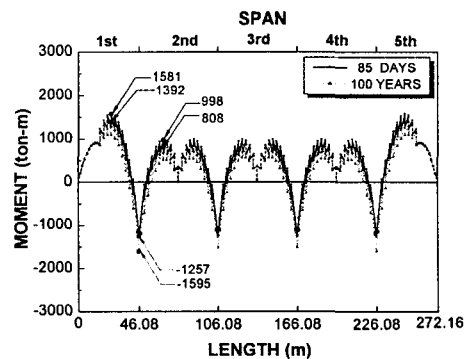
텐던의 응력이완은 프리스트레스트 콘크리트 구조물의 설계에서 가장 널리 사용되고 있는 식 (15)에 의해 정의할 수 있다.⁽⁷⁾ 여기서 f_s 는 시간 t 에서의 응력, f_{si} 는 초기응력, 그리고 f_{py} 는 0.001 오프셋(offset) 변형률에 대응하는 응력으로써 항복응력을 의미한다. 이 논문에서는 일반적으로 사용되는 텐던의 초기응력과 항복응력과의 관계를 $f_{si} = 0.8f_{py}$ 로서 가정하였으므로 응력비 R 은 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$R = \frac{f_s}{f_{si}} = 1 - \frac{\log t}{10} \left(\frac{f_{si}}{f_{py}} - 0.55 \right) = 1 - \frac{\log t}{40} \quad (15)$$

만약 최종 시간경과 시점을 100년 후로 가정한다면 이 식에서 응력비 R 은 0.85의 값을 갖게 된다. 내측경간 길이($l = 2L_1 + 0.3m$)가 30m와 60m인 경우 응력이완을 고려한 긴장력($P_R = P/R$)은 각각 128.2tonf와 280.0tonf의 값으로, 또한 앞에서 가정된 켄틸레버 텐던의 단면적(A_p)은 보정된 긴장력(P_R)에 대하여 $A_p = P_R / 0.8f_{py}$ 값으로 수정되어 각각 $10.9cm^2$ 와 $23.7cm^2$ 로 산정된다. 식 (1)과 R 값에 의해 결정되는 보정된 긴장력과 단면적을 사용한 시공단계별 시간의존적 정밀해석을 통해 산정된 부재력은 그림 6과 같다. 내측과 외측의 최대 부재력을 정리한 표 3과 같이 정밀해석과 제안된 식에 의해 산정된 부재력의 절대값 자체는 차이가 있으나 그 비율 자체는 1.0에 가까운 결과를 나타내었다. 또한 응력이완에 따른 텐던의 긴장력 보정을 통해 $|M^{-max} / M_{ex}^{+max}|$ 의 값이 1에 접근하였다.



(a) SLR=0.763 ($2L_1 + 0.3m = 30m$, $L_1 = 8.04m$)



(b) SLR=0.768 ($2L_1 + 0.3m = 60m$, $L_2 = 13.23m$)

그림 6. FCM2의 부재력 변화

표 3. P_R 에 대한 수치해석

최대 부재력		$2L_1 + 0.3m = 30m$	$2L_1 + 0.3m = 60m$
제안식 (tonf / m)	$M_{ext.}^{+max}$ (7)	427.5	1494.3
	M^{-max} (8)	-427.3	-1494.5
	$M_{int.}^{+max}$ (9)	275.3	884.5
	$M_{ext.}^{-max} / M_{ext.}^{+max}$	1.00	1.00
수치해석 (tonf / m)	$M_{ext.}^{+max}$	456	1581
	M^{-max}	-458	-1595
	$M_{int.}^{+max}$	320	998
	$M_{ext.}^{-max} / M_{ext.}^{+max}$	1.00	1.01

5. 결론

고정하중에 의한 캔틸레버의 하향처짐과 캔틸레버 텐던 긴장력에 대한 캔틸레버 보의 상향처짐을 일치하도록 시공한다는 가정에 기초해서 캔틸레버 텐던의 긴장력이 유도되었다. 외측경간의 최대 정모멘트($M_{ext.}^{+max}$)와 지점부의 최대 부모멘트(M^{-max})의 절대값을 일치되도록 하여 내측 경간의 주어진 캔틸레버의 길이에 대한 외측 경간의 길이를 산정할 수 있는 관계식을 제안하였다. 또한 제안된 관계식에 의해 결정된 캔틸레버 텐던의 긴장력과 내-외측 경간의 길이로부터 전용해석 프로그램(Kang, 1989)에 의한 FCM공법의 시공단계별 시간의존적 정밀해석의 부재력 분포를 산정하여, 이를 비교함으로써 제안된 부재력의 효율화 방안에 대한 타당성을 검증하였다. 따라서 제안된 FCM공법의 부재력 효율화 방안은 FCM교량의 기본설계에서 합리적이고 경제적인 설계에 효과적으로 사용될 것으로 판단된다.

참고 문헌

1. ACI Committee 209, *Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures*, (ACI 209R-92), American Concrete Institute Detroit, 1997.
2. Bazant, Z.P., "Prediction of Concrete Creep Effects Using Age Adjusted Effective Modulus Method", *Journal of ACI*, Vol.69, 1972, pp. 212
3. Blakeley, R.W. and Park, R., "Prestressed Concrete Sections with Cyclic Flexure", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol.99, No.ST8, 1973.
4. Kabir, A.F., *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs and Shells for Time Dependent Effects*, Report No. UC-SEEM 766, UNIV. of California, Berkeley, 1976.
5. Kang, Y.J., *SPCFRAME-Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planar Prestressed Concrete Frames*, Report No. UCB/SEMM 89/07, UNIV. of California, Berkeley, 1989.
6. Kwak, H.G. and Seo, Y.J., "Long-term Behavior of Composite Girder Bridges", *Computers and Structures* 74, 1999, pp. 583-599.
7. Magura, D.D., Sozen, M.A. and Siess, C.P., "A Study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement", *J. PCI*, Vol.9, No.2., 1964, pp. 13-57.