

탄성 운동을 고려한 세탁기 시스템의 동역학 모델링

Dynamic Modeling of Washing System with Elastic Motion

오혁진* 이우식**
Oh, Hyuck Jin Lee, Usik

ABSTRACT

The rotating of rotatory unit with its structural unbalance mass and laundry is making the main vibration problem in a vertical axis washing machine. For reducing vibration problem total washing system hung on the case by its suspension system which is constitute of spring, damper and suspension bar and hydraulic balancer is attached at the upper rim of spin basket. In this paper, we make the dynamic model of washing system of its rigid body motions by 6 degree of freedoms. Hydraulic balancer is modeled by one degree of freedom like auto ball balancer. Elastic motions of washing system have found by method of analytic, experimental and FEM. And we consider first bending mode of each suspension bar and first circumferential mode of assy tub. So, the total washing system is modeled by 12 degree of freedoms. Equations of motion for total washing system have derived, and we perform the dynamic simulation tests.

1. 서 론

최근 소비자의 생활수준의 향상으로 안락하고 쾌적한 생활 환경에 대한 욕구가 높아짐에 따라 가전 제품들의 저진동, 저소음에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 세탁기에 있어서도 세탁력 및 세탁물 영킴의 완화, 사용의 편이성 등 세탁기의 기본 성능 이외에 저진동, 저소음의 성능이 중요성을 더해 가고 있다. 세탁기의 진동 문제는 세탁 코스와 탈수 코스 모두 발생하지만 특히 탈수시의 진동이 구동 회전수가 높고 연속적이기 때문에 주로 탈수시의 진동이 주된 문제가 된다.

세탁물을 위에서 투입하는 탑 로딩(Top Loading) 방식의 펄세이더형(Pulsator Type) 세탁기에 있어서 전체 세탁 시스템은 현가봉에 매달려 3 차원 강제 운동을 하며 현가봉에 의해 운동의 변위와 각도가 구속되어 있는 것으로 볼 수 있다. 이 때 설계 시 존재하는 모터와 기계부 등의 불평형량과 세탁물의 불평형 상태가 탈수운동의 회전에 의해 가진원으로 작용한다. 이러한 가진원의 가진 주파수는 진동 시스템의 고유진동수에 비해 매우 높기 때문에 현가봉의 강성과 감쇠의 조정으로는 한계가 있다. 이를 해결하기 위하여 세탁조의 상단부에 염수통을 부착하여 동적 발란서(Balancer) 역할을 하도록 한다. 그러므로 이와 같은 진동 시스템의 분석과 염수의 효과 분석이 세탁기의 진동저감 대책을 위해서 필수적인 과정이다.

세탁기 시스템에 대한 진동 저감을 위해 많은 연구가 이루어져 왔다. Conrad 와 Soedel⁽²⁾은 펄세이더형 및 드럼형 세탁기에 대한 간단한 2 차원 모델을 제시하였고 이에 대한 수치 해석을 수행하였다. 이준영⁽⁵⁾ 등은 드럼형 세탁기에 대한 2 차원 모델을 제시하였다. 이들은 볼 자동 균형 장치를 적용하여 그 효과를 이론적 해석 및 실험을 통하여 확인하였다. 또한 김용철⁽⁶⁾ 등은 펄세이더형 세탁기에 대해서 근사화 최적 설계 기법을 제시 하였고 실험과 ADAMS 를 이용하여 검증 하였다. 최근 연구 중에는 Lee.⁽¹⁾ 등이 펄세이더형 세탁기에 대해서 3 차원 강제운동 모델을 제시하였고 또한 염수에 대한 모델을 수학적으로 증명하여 이를 수치해석하고 실험으로 검증하였다. 그러나, 세탁기에 대한 많은 연구들이 이루어 지고 있지만 아직 세탁기 시스템을 모델링 하는데 아웃 터브나 현가봉 등 세탁기의 주요 구성 부품들의 탄성운동에 대한 영향을 모델링에 추가 하는데 대한 보고는 없었다.

본 논문에서는 펄세이더형 세탁기의 강제 운동을 분석하기 위하여 수학적인 모델링을 이용한 해석적인 방법과

* 인하대학교 기계공학과 석사과정

** 정희원. 인하대학교 기계공학과 교수

실험을 수행하였다. 염수의 모델링을 볼 자동 균형장치와 유사하게 모델링 하였으며 아웃 터브와 현가봉의 탄성운동을 추가하여 좀 더 정확하게 세탁시스템의 모델을 만들었다. 세탁기의 강제 운동을 해석적으로 분석하기 위하여 현가봉의 길이, 스프링의 강성과 세탁 시스템의 기하학적 물성치 등을 설계 변수로 가지는 운동방정식을 유도 하였다. 유도된 운동방정식은 수치해석을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션이 가능하게 하여 설계시 진동 형상을 미리 예측할 수 있게 하였다.

2. 세탁 시스템에 대한 동역학 모델링

2.1 강제운동에 대한 동역학 모델링

펠세이터형 세탁기의 구조는 Fig.1 에 간단히 나타내었다. 세탁기 시스템의 강제 운동을 병진 운동 자유도 $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ 회전 운동 자유도 $\psi(t)$, $\theta(t)$, $\phi(t)$ 등 총 6 자유도로 표현하였다. 강제 운동을 나타내기 위해서는 기준 좌표계 (Reference Coordinate)와 터브의 바닥 중심에 고착된 운동 좌표계 (Moving Coordinate)간의 관계를 규명 지어야 한다. 이 관계는 Fig.2 에 나타난 것처럼 오일러 각도로 표시 하였고 이를 통해 기준 좌표계와 운동 좌표계간의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \theta \sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \theta \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \sin \theta \cos \phi \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_x \\ \mathbf{n}_y \\ \mathbf{n}_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서 \mathbf{n}_z 축으로 회전한 변위각 $\psi(t)$ 는 요잉(Yawing), \mathbf{e}_y 축으로 회전한 변위각 $\theta(t)$ 는 피칭(Pitching) 그리고 \mathbf{e}_x 축으로 회전한 변위각 $\phi(t)$ 는 롤링(Rolling)이라 칭한다.

세탁기 시스템에 대한 병진 운동 에너지를 나타내기 위해 터브(Assy tub), 스피너 바스켓(Spin basket), 펠세이터, 모터, 불평형질량, 밸런싱 질량 등 총 6 개의 질점으로 나타내었다. 동적 밸런싱 역할을 하는 액체 밸런서는 볼 자동 균형장치와 유사 하게 모델링 하였고 이를 밸런싱 질량이라 칭하였다. 밸런싱 질량은 1 개의 자유도를 가지며 이를 $\xi(t)$ 라 두었다. 각각의 질점들에 대한 변위 벡터들을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= x\mathbf{n}_x + y\mathbf{n}_y + z\mathbf{n}_z \\ \mathbf{r}_{OT} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{AT} = \mathbf{r} + z_T \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_{OB} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{AB} = \mathbf{r} + z_B \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_{OP} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{AP} = \mathbf{r} + z_P \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_{OM} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{AM} = \mathbf{r} + x_M \mathbf{e}_x + y_M \mathbf{e}_y + z_M \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_{OU} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{AU} = \mathbf{r} + r_U \cos \Omega t \mathbf{e}_x + r_U \sin \Omega t \mathbf{e}_y + z_U \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_{OHB} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{AHB} = \mathbf{r} - r_{HB} \cos(\Omega t + \xi) \mathbf{e}_x - r_{HB} \sin(\Omega t + \xi) \mathbf{e}_y + z_{HB} \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{r} 벡터는 기준 좌표계의 중심에서 이동 좌표계의 중심까지의 변위 벡터이며 $\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_P, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_U, \mathbf{r}_{HB}$ 는 각각 터브, 스피너 바스켓, 펠세이터, 모터, 불평형질량, 밸런싱 질량의 변위 벡터이다.

기준 좌표계에 대한 이동 좌표계의 각속도 벡터는 터브의 각속도와 같고 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}^R \boldsymbol{\omega}^S &= \dot{\phi} \mathbf{e}_x + \dot{\theta} \mathbf{e}'_y + \dot{\psi} \mathbf{n}_z \\ &= \dot{\phi} \mathbf{e}_x + \dot{\theta} (\cos \phi \mathbf{e}_y - \sin \phi \mathbf{e}_z) - \dot{\psi} (\sin \theta \mathbf{e}_x - \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_y - \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_z) \\ &= (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta) \mathbf{e}_x + (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi) \mathbf{e}_y + (\dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi) \mathbf{e}_z \\ &= \omega_1 \mathbf{e}_x + \omega_2 \mathbf{e}_y + \omega_3 \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (3)$$

세탁기 시스템 각 부의 각속도 벡터는 ${}^R \boldsymbol{\omega}^S$ 에 터브에서 본 각부의 각속도 벡터를 더하면 된다. 터브에서 본 스피너 바스켓, 펠세이터, 구동 전달축, 모터 축의 각속도 벡터는 각각 $\Omega \mathbf{e}_z, \alpha \Omega \mathbf{e}_z, b \Omega \mathbf{e}_z, c \Omega \mathbf{e}_z$ 이다.

전체 세탁기 시스템의 운동 에너지와 중력에 의한 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} (m_T \dot{\mathbf{r}}_T \cdot \dot{\mathbf{r}}_T + m_B \dot{\mathbf{r}}_B \cdot \dot{\mathbf{r}}_B + m_P \dot{\mathbf{r}}_P \cdot \dot{\mathbf{r}}_P + m_M \dot{\mathbf{r}}_M \cdot \dot{\mathbf{r}}_M + m_U \dot{\mathbf{r}}_U \cdot \dot{\mathbf{r}}_U + m_{HB} \dot{\mathbf{r}}_{HB} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{HB}) \quad (4)$$

$$+ \frac{1}{2} \left\{ \left({}^R \omega^S \right)^T \cdot \left(\mathbf{I}_T + \mathbf{I}_{DM} + \mathbf{I}_{MB} \right) \cdot {}^R \omega^S + \left({}^R \omega^S + \Omega \mathbf{e}_z \right)^T \cdot \left(\mathbf{I}_B + \mathbf{I}_F \right) \cdot \left({}^R \omega^S + \Omega \mathbf{e}_z \right) + \left({}^R \omega^S + a \Omega \mathbf{e}_z \right)^T \cdot \mathbf{I}_p \cdot \left({}^R \omega^S + a \Omega \mathbf{e}_z \right) \right. \\ \left. + \left({}^R \omega^S + b \Omega \mathbf{e}_z \right)^T \cdot \mathbf{I}_s \cdot \left({}^R \omega^S + b \Omega \mathbf{e}_z \right) + \left({}^R \omega^S + b \Omega \mathbf{e}_z \right)^T \cdot \mathbf{I}_{MS} \cdot \left({}^R \omega^S + b \Omega \mathbf{e}_z \right) \right\}$$

$$V_g = g(m_T r_{T3} + m_B r_{B3} + m_P r_{P3} + m_M r_{M3} + m_U r_{U3} + m_{HB} r_{HB3}) \quad (5)$$

여기서 $m_T, m_B, m_P, m_M, m_U, m_{HB}$ 는 각각 터브, 스피ن 바스켓, 펠세이터, 모터, 불평형 그리고 밸런싱 질량을 나타내며, $\mathbf{I}_T, \mathbf{I}_{DM}, \mathbf{I}_{MB}, \mathbf{I}_B, \mathbf{I}_F, \mathbf{I}_p, \mathbf{I}_s, \mathbf{I}_{MS}$ 는 터브, 다이모터, 모터 몸체, 스피ن 바스켓, 플랜지 축 (flange shaft), 펠세이터, 구동력 전달축, 모터 축의 질량 관성 모멘트 텐서를 나타낸다. 불평형 질량과 밸런싱 질량은 하나의 질점으로 취급하였기 때문에 회전 운동에너지에는 그 영향이 없고 병진 운동 에너지에만 그 효과가 들어갔다.

2.2 탄성 운동에 대한 동역학 모델링

세탁기 시스템 각 부의 구동 주파수는 표 1과 같다. 전체 세탁기 시스템에 있어 탄성 운동의 영향은 시스템 각 부의 고유진동수와 세탁기의 구동 주파수의 차이가 얼마나 나는지에 따라 결정 할 수 있다. 시스템 각 부의 고유진동수는 표 2에 나타내었다. 표 1과 2를 비교하여 볼 때 아웃 터브의 첫 번째 방사 주파수와 현가봉의 첫 번째 굽힘 주파수가 전체 시스템의 운동에 영향을 줄 수 있는 주파수로 해석 할 수 있다. 따라서, 아웃 터브의 첫 번째 방사 모드와 현가봉의 첫 번째 굽힘 모드를 세탁기 모델에 추가 하였다. 그러므로 전체 세탁기 시스템에 자유도는 탄성 운동에 대한 5 자유도를 (아웃 터브 q_1 , 현가봉 $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$) 추가해 총 12 자유도로 모델링 하였다.

아웃 터브의 운동은 Fig.3 와 같다. 아웃 터브의 미소 질량에 대한 위치 벡터는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_e \\ \mathbf{r}_p = x \mathbf{n}_x + y \mathbf{n}_y + z \mathbf{n}_z + r_e \mathbf{e}_r + \zeta \mathbf{e}_z \\ \mathbf{r}_e = w(\mu, \zeta, t) \mathbf{e}_r + u(\mu, \zeta, t) \mathbf{e}_\mu + v(\mu, \zeta, t) \mathbf{e}_\zeta \\ \cong w(\mu, \zeta, t) \mathbf{e}_r \quad (6)$$

여기서 \mathbf{r}_p 는 강체 운동에 대한 변위 벡터이고, \mathbf{r}_e 는 탄성운동에 대한 변위 벡터이다. 일반적으로 원통 쉘의 탄성 운동은 길이 방향 변위와 원주 방향 변위 그리고 반지름 방향 변위로 이루어져 있는데 이중 반지름 방향 변위만 고려하였다. 반지름 방향 변위는 다음과 같이 정의 하였다.

$$w(\mu, \zeta, t) = \sum_{n=1}^N W_n(\mu, \zeta) q_n(t) \cong W_1(\mu, \zeta) q_1(t) \\ W_1(\mu, \zeta) = \Theta_1(\mu) Z_1(\zeta) = \zeta \cos 2\mu \quad (7)$$

여기서 W_1 은 실험과 유한요소해석을 토대로 정의한 것으로 실험 결과와 유한요소 해석 결과는 부록에 첨부 하였다.

아웃 터브에 대한 운동 에너지와 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$T_T = \frac{1}{2} \int \rho_T h r_T \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dV = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^r \rho_T h r_T \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} d\zeta d\mu \\ = \frac{1}{2} \rho_T h r_T \int_0^{2\pi} \int_0^r \left\{ (v_1 + v_{e1})^2 + (v_2 + v_{e2})^2 + (v_3 + v_{e3})^2 \right\} d\zeta d\mu \quad (8)$$

$$= \frac{1}{2} \rho_T h r_T \left(\int_0^{2\pi} \int_0^r (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) d\zeta d\mu + \int_0^{2\pi} \int_0^r (v_{e1}^2 + v_{e2}^2 + v_{e3}^2 + 2v_1 v_{e1} + 2v_2 v_{e2} + 2v_3 v_{e3}) d\zeta d\mu \right) \\ V_{eT} = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^r U_T d\zeta d\mu \\ U \cong \frac{1}{r_T^2} w^2 + \frac{h^2}{12} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{r_T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \mu^2} \right) - 2(1-\nu) \left\{ \frac{1}{r_T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \mu^2} - \left(\frac{1}{r_T} \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta \partial \mu} \right)^2 \right\} \right] \quad (9)$$

여기서 T_T 의 첫 번째 항은 아웃 터브의 강체 운동에너지 이며 두 번째 항은 탄성 운동만의 운동 에너지와 탄성 운동과 강체 운동이 연성된 운동 에너지로 운동방정식을 유도 할 때는 두 번째 항만 이용하였다. V_{eT} 는 아웃 터브의 탄성 운동에 의한 포텐셜 에너지 이며 문헌을 참고 하여 유도 하였다.

현가봉의 동역학 모델은 Fig. 4 에 나타내었다. 현가봉 끝에 고착된 이동 좌표계와 기준 좌표계 간의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \beta_1 \sin \Lambda_1 & \sin \beta_1 \sin \Lambda_1 & -\cos \Lambda_1 \\ -\sin \beta_1 & -\cos \beta_1 & 0 \\ -\cos \beta_1 \cos \Lambda_1 & \sin \beta_1 \cos \Lambda_1 & \sin \Lambda_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{n}_x \\ \mathbf{n}_y \\ \mathbf{n}_z \end{Bmatrix} \quad (10)$$

전체 세탁 시스템은 현가봉에 매달려 3 차원 강체 운동을 하며 현가봉에 의해 운동의 변위와 각도가 구속되어 있는 것으로 볼 수 있다. 기준 좌표계의 원점에서 Q_1 점 까지의 위치 벡터는 두 가지 방법으로 나타낼 수 있고 이렇게 나타낸 두 벡터는 일치 하며 다음과 같다.

$$\mathbf{r} + \mathbf{r}_{AQ_1} = \mathbf{r}_{OC} + \mathbf{r}_{CC} + \mathbf{r}_{CQ_1} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= x\mathbf{n}_x + y\mathbf{n}_y + z\mathbf{n}_z \\ \mathbf{r}_{AQ_1} &= r_T \mathbf{e}_z = r_T \cos \psi \cos \theta \mathbf{n}_x + r_T \sin \psi \cos \theta \mathbf{n}_y - r_T \sin \theta \mathbf{n}_z \\ \mathbf{r}_{OC} + \mathbf{r}_{CC} + \mathbf{r}_{CQ_1} &= \{r_T + D - (L + l_{Q_1}) \cos \beta_1 \sin \Lambda_1\} \mathbf{n}_x + (L + l_{Q_1}) \sin \beta_1 \sin \Lambda_1 \mathbf{n}_y \\ &\quad + \{H - (L + l_{Q_1}) \cos \Lambda_1\} \mathbf{n}_z \end{aligned} \quad (12)$$

D 는 현가봉 끝점에서 CC' 선분 까지 직선 거리이고 H 는 CC' 선분의 길이이며 L 은 운동이 있기 전 현가봉 길이 이다. 식 (11) 을 통해 미지수 $\beta_1, l_{Q_1}, \lambda_1$ 을 구할 수 있는 세 개의 구속 조건식을 얻을 수 있고, 이를 통해 미지수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tan \beta_1 &= \frac{y + r_T \sin \psi \cos \theta}{D + r_T - x - r_T \cos \psi \cos \theta} \\ l_{Q_1} &= \frac{1}{2L} \sqrt{(x + r_T \cos \psi \cos \theta - r_T - D)^2 + (y + r_T \sin \psi \cos \theta)^2 + (z - r_T \sin \theta - H)^2} - \frac{L}{2} \\ \cos(\Lambda_0 + \lambda_1) &= \frac{H - z + r_T \sin \theta}{L + l_{Q_1}} \end{aligned} \quad (13)$$

첫 번째 현가봉에 대한 구속 조건식을 얻는 방법과 유사하게 다른 현가봉에 대해서도 구속 조건식을 얻을 수 있다. 현가봉의 미소 질점(P_i)까지의 변위 벡터와 기준 좌표계에 대한 이동 좌표계의 각속도 벡터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{P_i} &= \mathbf{r} + \mathbf{r}_{eB} \\ \mathbf{r} &= x\mathbf{e}_1 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{eB} &= u(x, t)\mathbf{e}_1 + w(x, t)\mathbf{e}_2 \\ {}^R \boldsymbol{\omega}^S &= \dot{\beta}_1 \cos \Lambda_1 \mathbf{e}_1 - \dot{\lambda}_1 \mathbf{e}_2 - \dot{\beta}_1 \sin \Lambda_1 \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (15)$$

식 (14) 와 (15) 를 통해 현가봉의 운동에너지는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$T_{Bar} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \int_0^L m_{Bar} \mathbf{v}_{P_i} \cdot \mathbf{v}_{P_i} dx = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \int_0^L m_{Bar} \{v_{eB1i}^2 + (v_{2i} + v_{eB2i})^2 + (v_{3i} + v_{eB3i})^2\} dx \quad (16)$$

여기서 \mathbf{v}_{P_i} 는 i 번째 현가봉의 미소 질점 속도이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{P_i} &= {}^R \dot{\mathbf{r}}_{P_i} = {}^R \dot{\mathbf{r}} + {}^R \dot{\mathbf{r}}_{eB} \\ {}^R \dot{\mathbf{r}} &= {}^R \boldsymbol{\omega}^S \times \mathbf{r} = -\dot{\beta}_1 x \sin \Lambda_1 \mathbf{e}_2 + \dot{\lambda}_1 \mathbf{e}_3 \\ &= v_{B2} \mathbf{e}_2 + v_{B3} \mathbf{e}_3 \\ {}^R \dot{\mathbf{r}}_{eB} &= {}^S \dot{\mathbf{r}}_{eB} + {}^R \boldsymbol{\omega}^S \times \mathbf{r}_{eB} = (\dot{u}_1 + \dot{\beta}_1 w_1 \sin \Lambda_1) \mathbf{e}_1 + (\dot{w}_1 - \dot{\beta}_1 u_1 \sin \Lambda_1) \mathbf{e}_2 + (\dot{\beta}_1 w_1 \cos \Lambda_1 + \dot{\lambda}_1 u_1) \mathbf{e}_3 \\ &= v_{eB1} \mathbf{e}_1 + v_{eB2} \mathbf{e}_2 + v_{eB3} \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (17)$$

현가봉의 포텐셜 에너지는 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 첫 번째는 에어 댐퍼 안에 있는 스프링에 의한 포텐셜 에너지이고, 두 번째는 현가봉 자체의 탄성운동에 의한 포텐셜 에너지이다. 현가봉의 포텐셜 에너지는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 V_{Bur} &= V_{spring} + V_{bending} \\
 V_{spring} &= \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} k (l_{Q_i} - \delta_i)^2 \cong \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} k l_{Q_i}^2 \\
 V_{bending} &= \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \int_0^l EI (w_i')^2
 \end{aligned} \tag{18}$$

여기서 δ_i 는 i 번째 현가봉의 현가봉의 축 방향 탄성 변형량으로 이는 스프링이 늘어난 길이에 비해 매우 작으므로 무시하였고, w_i 는 i 번째 현가봉의 미소 길점에 대한 굽힘 방향 탄성 변형량으로 실험과 해석적 방법으로 얻은 현가봉 자체의 고유 주파수를 토대로 다음과 같이 정의 하였다.

$$w_i(x, t) \cong \sum_{n=1}^4 W_{in}(x) \eta_n(t) = \sum_{n=1}^4 \sin \frac{n\pi x}{L} \eta_n(t) \cong \sin \frac{\pi x}{L} \eta_i(t) \tag{19}$$

세탁기 시스템에서 감쇠력은 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 첫 번째는 에어 댐퍼 자체가 갖고 있는 점성 감쇠력이고, 두 번째는 댐퍼 케이스와 아웃 터브간의 상대 마찰 운동으로 발생하는 감쇠력이다. Rayleigh 소산함수는 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned}
 R &= R_{hinge} + R_{damper} \\
 R_{hinge} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (C_x \omega_{xi}^2 + C_y \omega_{yi}^2 + C_z \omega_{zi}^2) \\
 R_{damper} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_T (i_{Q_i} - \delta_i)^2 \cong \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_T i_{Q_i}^2
 \end{aligned} \tag{20}$$

여기서 C_T 는 에어 댐퍼의 감쇠 계수이고 C_x, C_y, C_z 는 힌지 부분의 회전 감쇠 계수이며 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 는 아웃 터브에서 본 현가봉의 각속도 벡터의 성분들로 기준 좌표에서 본 현가봉의 각속도 벡터에서 ${}^R \omega^T$ 를 빼서 구할 수 있다.

2.3 운동 방정식

진동계에서 일반좌표 항으로 운동방정식을 유도 할 수 있는 라그랑지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \tag{21}$$

여기서 Q_i 는 일반화 좌표 q_i 에 대응하는 비보존 일반 힘이다. (4), (5), (8), (9), (16), (18), (20)식을 (21)식에 대입하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_p + \mathbf{K}_T) \mathbf{q} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \tag{22}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= [M_{ij}] = \mathbf{M}^T, \mathbf{C} = [C_{ij}] = \mathbf{C}^T, \mathbf{G} = [G_{ij}] = -\mathbf{G}^T, \mathbf{K}_p = [K_{p_{ij}}] = \mathbf{K}_p^T, \mathbf{K}_T = [K_{T_{ij}}] = \mathbf{K}_T^T \quad (i, j = 1, 2, \dots, 12) \\
 \mathbf{q} &= \{x, y, z, \psi, \theta, \phi, \xi, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, q_1\}^T, \mathbf{f} = \{f_1, f_2, \dots, f_{12}\}^T
 \end{aligned} \tag{23}$$

\mathbf{M} 은 질량 행렬, \mathbf{C} 는 댐핑 행렬, \mathbf{G} 는 코리올리 행렬, \mathbf{K}_p 는 포텐셜 에너지로부터 얻은 강성 행렬, \mathbf{K}_T 는 운동 에너지로부터 얻은 강성 행렬이다. 각각의 행렬의 요소들은 부록에 첨부하였다.

3. 수치 해석 결과 및 검토

앞에서 유도한 운동방정식으로부터 수치해석을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 수치 해석 기법으로는 Runge-Kutta 4 차식을 이용하였다. 해석을 위한 기본 데이터를 표 3에 나타내었다.

Fig. 5는 탄성 운동, 댐핑력, 불평형 질량, 밸런싱 질량을 제외하고 초기 요잉 속도만 0.01 일 때 스프링 상수를 점차 늘려가며 얻은 $x(t)$, $\psi(t)$ 의 시간 응답이다. 그림에서 보듯이 스프링 상수가 커질수록 $x(t)$ 의 시간 응답은 하단 피크가 점차 0 쪽으로 수렴함을 볼 수 있다. 그러나 $\psi(t)$ 는 변화가 거의 없다. 이는 스프링의 강성이 커질 수록 세탁기 시스템이 완전 강체 현가봉에 매달려 운동하는 것과 같은 양상을 보여준다. 이와 같은 시뮬레이션 수행을 통해 세탁기 시스템 자체가 갖고 있는 구속 조건을 제시한 동역학 모델이 만족하는지 확인 하였다.

Fig. 6은 첫 번째 시뮬레이션 조건과 모두 갖고 댐핑력만 추가 했을 때의 $x(t)$, $\psi(t)$ 의 시간 응답이다. 댐핑력이 추가 되고 다른 외력 조건이 없으므로 3 초 이후에는 응답이 영에 수렴함을 볼 수 있다.

Fig. 7은 모든 초기 조건이 0 이고, 탄성 운동에 관한 자유도만 소거하고 얻은 $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\psi}(t)$ 그리고 아웃 터브 중심의 xy 평면상에서의 이동에 대한 시간 응답이다. Fig. 7-(a)에서 약 5 초까지는 과도 상태로서, 자유 진동 모드의 영향이 큰 것을 알 수 있다. Fig. 7-(b),(c)에서는 $x(t)$, $\dot{x}(t)$ 가 정상 상태 일 때 0 이 아닌 어떤 값 근처에서 진동하는 결과를 보이고 있다. 이는 Fig. 7-(e)의 결과와 서로 맞 물려 있다. Fig. 7-(e)에서처럼 정상 상태일 때 아웃 터브 바닥 중심의 운동 곡선이 원을 형성하므로 $x(t)$, $\dot{x}(t)$ 가 정상 상태일 때 어떤 값 근처에서 진동 할 수 밖에 없다. 따라서 Fig.12,13,15 결과의 타당성을 알 수 있다. 또한 Fig. 7-(d)의 밸런싱 질량도 0 이 아닌 어떤 값으로 수렴하는 것도 이와 마찬가지로 이해 할 수 있다.

Fig. 8은 모든 초기 조건이 0이고, 탄성 운동에 관한 자유도를 추가하고 얻은 $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\psi(t)$, $\dot{\psi}(t)$ 그리고 아웃 터브 중심의 xy 평면상에서의 이동에 대한 시간 응답이다. 전체적인 경향은 탄성 모드가 없을 때와 유사 하지만 그 크기가 조금 커진 것을 볼 수가 있다. 이는 탄성 운동 모드와 강체 운동 모드의 연성 때문에 기인한 것으로 사료 된다. 또한 Fig. 8-(a)에서 보듯이 탄성 모드가 없을 때 보다 과도 응답 상태가 길어 진 것을 볼 수가 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 탄성 운동을 고려한 세탁기 시스템의 동역학 모델을 구성하고 이를 수치 해석 하였다. 기본적으로 세탁기 시스템은 강체 운동의 6 자유도, 밸런싱 질량 1 자유도, 아웃 터브 및 현가봉의 탄성 운동 5 자유도로 하여 총 12 자유도로 전체 세탁기 시스템을 모델링 하였다. 아웃 터브 및 현가봉의 탄성 모드는 실험과 유한 요소 해석 그리고 해석적 방법을 통하여 타당한 탄성 모드를 찾았다.

구성한 세탁기 모델에 대한 운동 방정식을 유도 하였고, 이에 대한 수치 해석을 수행 하였다. 세탁기 시스템의 고유 구속 조건을 통하여 수치 해석의 타당성을 입증하였다. 또한 각종 기하학적 형상, 스프링 상수, 댐핑력, 현가봉의 부착위치 등 많은 설계 변수들을 모델링 요소로 두었기 때문에 실제 세탁기 시스템 설계시의 개발 비용 및 원가 절감을 할 수 있게 하였다.

참고 문헌

1. Bae, S. and Lee, J. M. and Kang, Y. J. and Kang, J. S., "Dynamic Analysis of an Automatic Washing Machine with a Hydraulic Balancer," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257, No. 1, 2002, pp. 3-18.
2. Conrad, D. C. and Soedel, W., "On the Problem of Oscillatory Walk of Automatic Washing Machines," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 188, No. 3, 1995, pp. 301-314.
3. Chung, J. and Ro, D. S., "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228, No. 5, 1999, pp. 1035-1056.
4. Chung, J. and Ro, D. S., "Dynamic Response and Stability Analysis of an Automatic Ball Balancer for a Flexible Rotor," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, 2003, pp. 31-43.
5. 이준영, 조성오, 김태식, 박윤서, "볼 자동균형장치를 채용한 드럼세탁기의 모델링 및 동적 거동 해석", 한국소음진동 공학회지, 제 8 권 제 4 호, 1998, pp. 670-682.
6. 김용철, 채회권, 김태식, "근사화 기법을 이용한 세탁기의 진동 최적 설계", 한국소음진동공학회 추계학술대회 논문집, 1998, pp. 693-699.

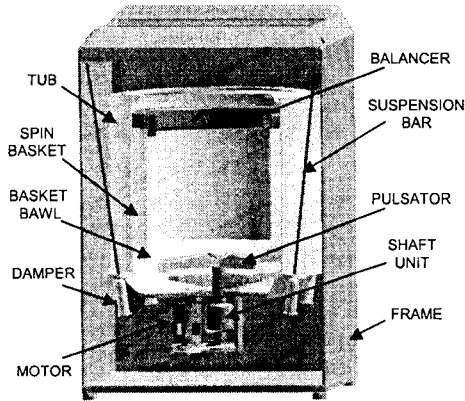


Fig.1 Schematic Diagram of Washing Machine

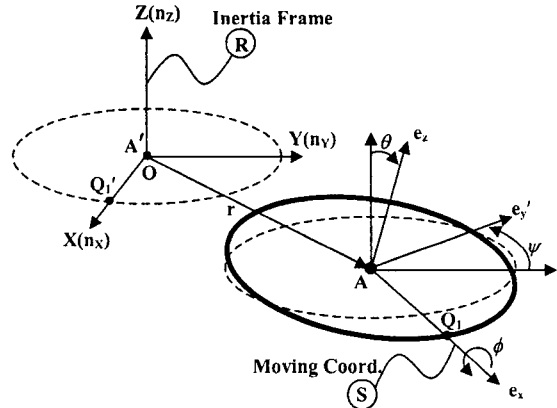


Fig.2 Relation between inertia frame and moving coordinate at center of assy tub bottom part

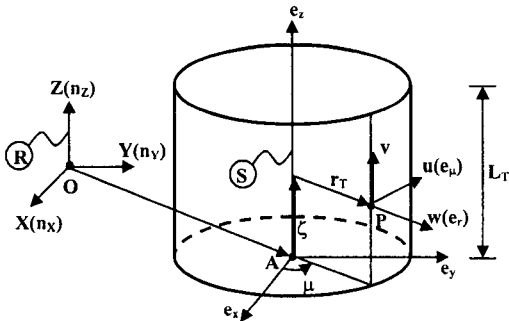


Fig.3 Rigid body and elastic motion of assy tub

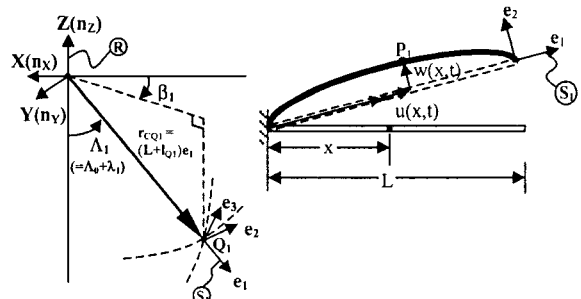


Fig.4 Relation between inertia frame and moving coordinate at end of suspension bar and elastic motion of suspension bar

Table 1. Driving frequencies of washing machine

Driving Parts	Washing Course	Spin and Spray Course
Motor shaft	29.83 Hz (1760 rpm)	29.83 Hz (1760 rpm)
Motor driving shaft	11.83 Hz (710 rpm)	11.83 Hz (710 rpm)
Flange shaft unit	2 Hz (120 rpm)	11.83 Hz (710 rpm)
Pulsator unit	2 Hz (120 rpm)	11.83 Hz (710 rpm)

Table 2. Natural frequencies of washing machine

Sub-Structures	Method	Natural Frequency (Hz)			
		1st	2nd		
Assy Tub	Experiment	70.0	80.0		
	FEM	68.2	86.3		
Basket	Experiment	99.0	246		
	FEM	99.4	200		
Bar	Axial	Theory	1940	5820	
		Experiment	88.5	260	
	Bend ing	Theory (T=100N)	Pinned-Pinned	52.60	197.15
			Fixed-Fixed	111.65	304.24

Table 3. Geometric and Inertia Properties

	Tub & Die Motor	Basket & Flange Shaft Unit	Pulsator Unit	Motor	
Mass (kg)	6.985	6.780	4.085	4.358	
Mass Center	x (m)	0	0	0.098	
	y (m)	0	0	0.098	
	z (m)	0.087	0.207	0.017	-0.128
M.O.I.	$I_x (kg \cdot m^2)$	0.299	0.378	0.019	0.009
	$I_y (kg \cdot m^2)$	0.318	0.402	0.019	0.010
	$I_z (kg \cdot m^2)$	0.355	0.408	0.038	0.010

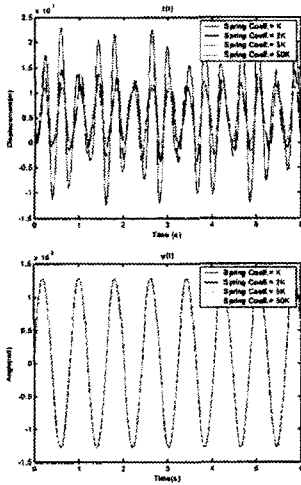


Fig. 5 Time response of $z(t)$ and $\psi(t)$ when no external force and no damping

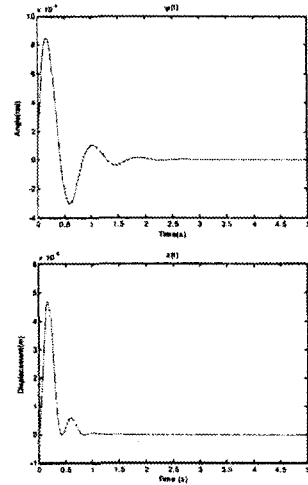


Fig. 6 Time response of $z(t)$ and $\psi(t)$ when no external force and with damping

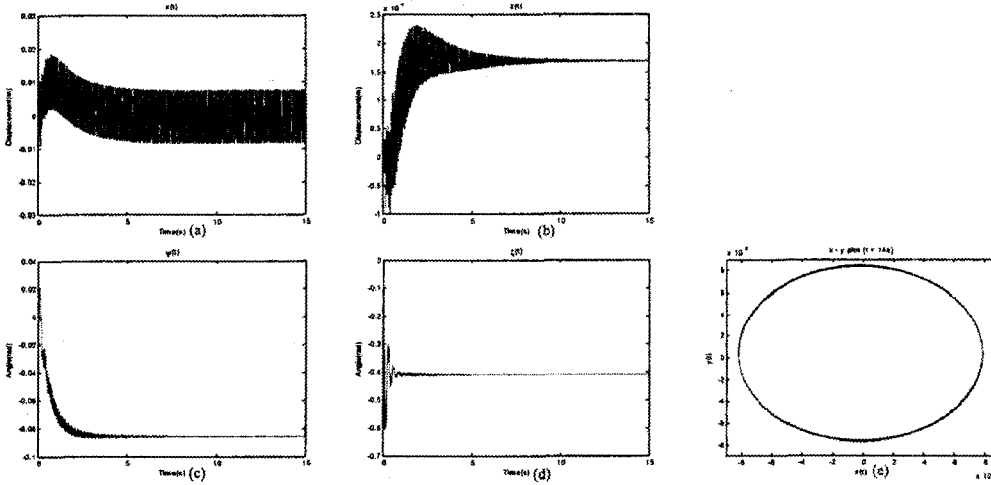


Fig. 7. Time response of $x(t)$, $z(t)$, $\psi(t)$, $\xi(t)$ and x - y plane motion without elastic motions of assy tub and suspension bars.

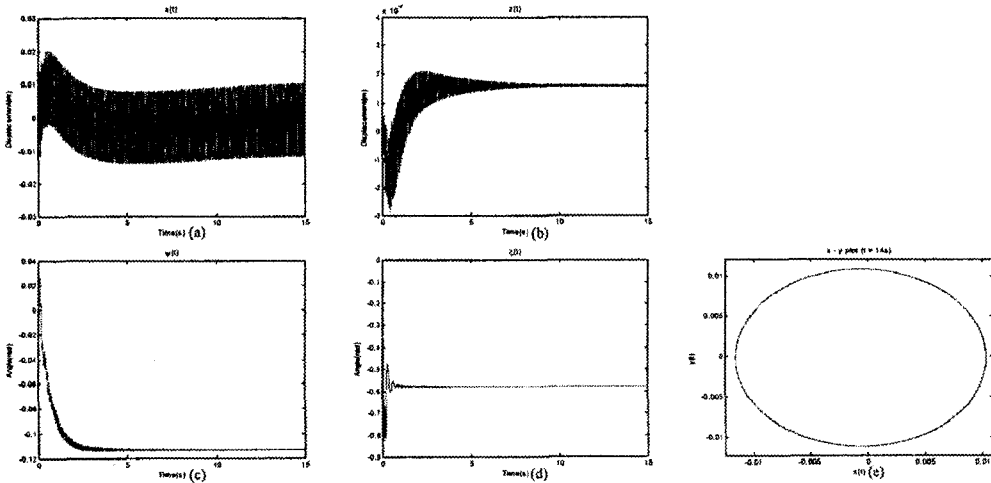


Fig. 8. Time response of $x(t)$, $z(t)$, $\psi(t)$, $\xi(t)$ and x - y plane motion with elastic motions of assy tub and suspension bars.