

부분적으로 유체가 채워진 원통형 관내의 외팔보 진동해석 Vibration Analysis of an Cantilever Beam in Partially Liquid-Filled Cylindrical Pipe

권대규* · 유제형** · 방두열*** · 이성철****

Tae-Kyu Kwon,* Gye-Hyoung Yoo,** Du-Yeol Pang,*** and Seong-Cheol Lee****

Key Words : Beam water interaction(보 유체 상호작용), PVDF sensor(압전필름 센서), Hydroelastic vibration(유체탄성 진동), Added mass effects (부가수 질량 효과)

ABSTRACT

This paper presents the vibration characteristics of a cantilever beam in contact with a fluid using a PZT actuator and PVDF film. The dynamic behaviors of a flexible beam-water interaction system are examined. The effect of the liquid level on free vibration of the composite beam in a partially liquid-filled circular cylinder is investigated. The coupled system is subject to an undisturbed boundary condition in the fluid domain. In the vibration analysis of a wetted beam, the decoupled analyses between beam and fluid have been conventionally employed by considering first the composite beam vibration in the air and secondly performing the correction taking account for surrounding fluid effects. That is, this investigation was to look at how natural frequencies, mode shapes, and damping are affected by liquid level variations. The signals from the sensor according to the applied input voltage are digitalized and filtered in order to obtain the dynamic characteristics of the composite beam in contact with fluid. It was found that the coupled natural frequencies decreased with the fluid level for the identical composite beam due to added mass effect. In case of the free-free boundary condition, the natural frequency gently decreased at fluid water level between 20% and 80% in the first bending mode and we found out the bends of stair shape for added mass effect of the fluid.

1. 서 론

구조물이 경량화되고 얇아짐에 따라 접수 구조물의 고유진동 특성을 체계적으로 연구하는 일은 유체-구조 상호작용 진동해석의 관점에서 매우 중요한 의미를 갖는다. 유체와 접하고 있는 구조물들은 유체에 의한 유체연성(fluid-coupled) 및 부가질량(added mass)효과를 받게 된다. 특히 원자력 발전에 이용되는 핵연료의 연료봉 집합체들이 유체와 접하는 경우에 유체연성과 부가질량 효과는 복잡하게 나타난다. 따라서 이와 같은 구조물의 안정성을 확보하기 위해서 유체와 접하고 있는 구조물에 대하여 보다 정확한 동특성을 이해할

필요가 있고, 이에 따라 고유진동 해석이 요구되고 있다.

이러한, 접수구조물에 관한 연구는 Rayleigh^[1]가 강체 원관에 대한 연구를 처음 시도하였다. 그리고, Xing^[2] 등은 외팔보와 유체와의 상호관계의 고유진동수 해석을 고찰하였고, Zienkiewicz와 Bettes^[3]는 파동력에 따른 유체-구조 상호간의 동특성을 고찰하였다. Jeong 등^[4]은 부분적으로 유체로 채워진 원통형 셀 구조물의 진동해석 이론과 실험으로 유체 수위에 따른 동특성을 고찰하였고, Liang 등^[5]은 유체로 잠겨진 외팔 평판의 자유진동 해석을 수행하였다. 이외에 유동장 상태에서 유체-구조 연성문제에 대한 많은 연구가 진행되고 있다^[6-11]. 이에, 압전재료를 이용한 수중 구조물의 진동제어를 구현하기 위해서는 수중 구조물에 대한 동특성 파악이 필수적이다.

본 연구는 기능성 재료인 압전재료를 이용하여 유체 수위에 따른 부가수 질량효과를 고려한 유체-구조 연성 실험을 수행하였다. 복합재 보 각각의 유체 수위 레벨에 따른 고유진동수의 변화율을 고찰하여 압전재료를 이용한 수중 구조물의 동특성을 파악한다. 그리고, 각 경계조건에 따른 유체-구조 연성 실험 및 수중에서의 스마트 구조물의 유체-구조

* 전북대학교 메카트로닉스연구소
E-mail : kwon10@mail.chonbuk.ac.kr
Tel : (053) 270-2300, Fax : (053) 270-2315

** 전북대학교 대학원 기계공학과

*** 순천제일대학교 메카트로닉스학부

**** 전북대학교 기계공학부

진동 평가를 수행한다.

2. 유체-구조 상호 작용 운동방정식

유체-구조 상호작용을 나타내는 운동방정식은 비례 감쇠항을 첨가하고, 시스템의 운동방정식을 $y(t, x)$ 와 모달함수를 포함하여 변분공식으로 유도한다. 그리고, Galerkin 형태의 계수행렬의 각 항목을 직분함으로 써 식(1)과 같이 표현된다.

$$M_s \ddot{X} + C \dot{X} + KX = F^e + F^i \quad (1)$$

여기서, M_s 는 구조계의 질량 행렬, C 는 구조계의 감쇠행렬, K 는 구조계의 강성행렬, F^e 는 순수외력, F^i 는 유체-구조 상호작용에 의해 접수 구조면에 작용하는 유체력이다.

유체-구조 상호해석은 F^i 를 구조응답의 함수로써 구하는 문제라 할 수 있고, 저차 고유진동수를 구하는 문제에서는 유체를 비점성 이상유체로 취급할 수 있게 되어 구조 접수 면에서의 접선방향의 힘이 무시되고, 접수 면에 수직인 압력 P 만 작용하게 되므로 결국 F^i 는 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$F^i = - \int_{S_i} N^T \bar{n} P dS \quad (2)$$

여기서, N 은 임의 요소에서의 압력을 근사시키기 위한 형상함수, P 는 구조계와 유체계의 연성체로부터 구한 압력 벡터, \bar{n} 는 접수면에 작용하는 단위벡터이다. 위의 식(2)에서 압력벡터 P 를 구한 다음에 F^i 를 구하면 다음과 같다. 경계요소법에 의한 해를 (2)에 대입하면 식(3)과 같이 구해진다.

$$F^i = -M' \dot{U} \quad (3)$$

여기서, M' 는 유체 부가수 질량행렬이다. 근접에 대한 형상함수 N 은 잔여가중을 위해 사용된 Green 함수와 다르기 때문에 이 행렬은 비대칭형이고 완전히 연성되어 졌다. 식(3)을 식(1)에 대입하면 유체-구조 연성문제를 위한 운동방정식은 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$(M_s^j + M'_{ij}) \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_i^e, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

여기서, n 은 구조물의 전체 자유도이다. 이 식은 부가수 질량행렬이 접수 구조표면의 전체 자유도에 연성되어 있어 비대칭행렬이 되기 때문에 기존의 범용

FEM 구조해석 프로그램을 이용할 경우 연성 폭이 너무 커져서 비경제적이다. 따라서 다음의 재해석 기법을 이용한 모달해석법이 유효한 해석방법으로 Decoupled Reference-Mode Method를 적용하면 다음과 같은 수식으로 유도할 수 있다^[9].

$$(M_s^j + M'_{ij} J_{nj}) \ddot{X}_j + C_{ij} \dot{X}_j + K_{ij} X_j = F_i^e, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

고유진동수는 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$\omega_j = \sqrt{\frac{M_s + M' J_{nj}}{M_s + M' J_j}} \omega_j^{ref} \quad (6)$$

여기서, M_s 는 구조계의 질량행렬, M' 는 유체 부가수 질량행렬, J_j 는 첨가된 부가질량의 J 요소이다. 식(6)을 이용하여 유체-구조 상호작용에 따른 구조물의 고유진동수를 얻을 수 있다.

3. 진동실험

3.1 시편과 기본 물질

본 연구에서 사용한 시편은 한국화이버(주)의 탄소 섬유/에폭시(Carbon Fabric/ Epoxy) 복합재료와 유리 섬유/에폭시(Glass Fabric/ Epoxy) 복합재료를 사용했으며, 크기는 $450 \times 15.4 \times 1$ (mm)이다. 열 경화성 재료인 CFE, GFE는 고탄성, 고인장 강도를 가지며 가볍고 높은 강성을 가지고 있어 기존의 극속성 재료를 대체할 수 있는 유망한 재료중 하나로 특히, 항공기 및 기타 구조물의 부재료 많이 사용되고 있다. 본 연구의 모델링에는 복합재 보에 압전 감지기로써 PVDF, 작동기로써 PZT 세라믹을 사용하였으며, 진체 개략도는 Fig. 1과 같다. 유체가 흐르거나 잠겨져 있을 경우에 유체의 방수효과를 위해서 실리콘으로 압전재료를 피복하고 절연고무를 이용하여 절연하였다.

Table 1 Properties of a piezoelectric material

Properties	Symbol	PVDF	PZT
Density	ρ (kg/m ³)	1.78	7.75
Piezo Strain Constant	d_{31} (pC/N)	23.0C	260.00
Piezo Voltage Constant	g_{31} (10 ⁻³)(Vm/N)	216.0C	-
Young's Modulus	E_1 (GPa)	2.0C	69.00
Poisson ratio	ν_{12}	-	0.34

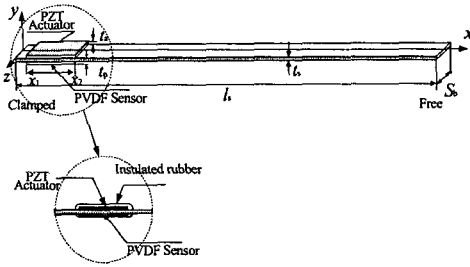


Fig. 1 Configuration of a cantilevered composite beam with piezo-film sensor and piezo-ceramic actuator

실험에 사용한 PZT 액추에이터 압전 세라믹은 한국 디지털에코(주) 제품의 DE-SH Lead Zirconate Titanate (PZT)로 크기는 $40 \times 10 \times 0.4(\text{mm})$ 이다. 본 실험에서는 PVDF 센서는 AMP(사)의 LDT-028K를 사용했으며, 두께는 $28\mu\text{m}$ 이다. Table 1은 실험에 사용한 압전재료의 물성치를 나타내고 있다.

3.2 실험장치와 방법

실험을 위하여 구성된 복합재 보 시편은 고정기구를 이용하여 한쪽 단을 고정시킨 고정-자유단 및 자유-자유단 경계조건이 되도록 하였다. 부분적으로 유체가 채워진 관 내의 보에 강제진동을 인가하기 위해서 PZT 액추에이터를 외팔보의 주 모드인 첫 번째 굽힘 모드를 효과적으로 얻을 수 있는 최적 위치로 구현하였고, 센서와 액추에이터의 위치는 보의 양쪽 면으로 고정하였다.

실험은 PC상의 MATLAB/SIMULINK에서 발생된 가진신호를 DSP1103 제어보드(dSPACE Co.)와 전압증폭기(PIE-663)를 거쳐 PZT에 인가하여 복합재 보에 정현파를 인가하여 구조물 강제진동 응답신호를 계측하였다. 계측된 PVDF 센서 신호는 1ms 간격의 샘플링으로 1103 제어보드 내의 A/D 변환기를 통하여 PC상에서 실시간 모니터링 하였다. PVDF 센서에서 나온 출력신호는 입력 임피던스가 높기 때문에 버퍼 역할을 할 수 있는 Voltage-follower를 통과시켰으며, 60Hz의 전원 노이즈와 EMI(Electro magnetic interference)를 제거하기 위하여 노치 필터를 사용하였다.

실험방법으로는 유체로 채워진 원통형 관 내에 있는 복합재 보 구조물의 진동을 해석하기 위하여 유체의 접수위(contact fluid level)를 10%씩 변화시키면서 유체가 채워진 복합재 보의 고유진동수를 고찰하여 보았다. 실험은 초기 10 sec 동안 0-100 V의 크기로 액추에이터에 고유진동수로 가진 시킨 후 그 강제진동을 평가하였다.

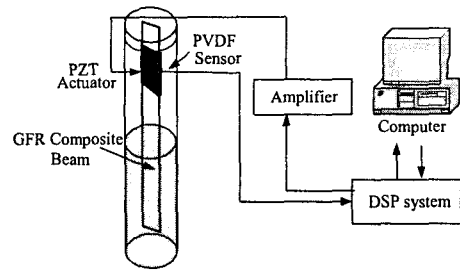


Fig. 2 Overall experimental set-up

4. 결과 및 고찰

Fig. 3, Fig. 4는 고정-자유단 경계조건을 갖는 GFR 복합재 외팔보의 60%가 유체에 잠긴 경우의 강제진동에 대한 시간응답으로 Fig. 3은 1차 모드를, Fig. 4는 2차 모드를 나타내고 있다. 그림에서 각각의 가진 신호에 따라 압전센서로부터 신뢰성있는 신호를 얻고 있음을 확인할 수 있다.

외팔보의 자유단이 유체에 잠길 때 유체의 부가질량 효과에 의해 유체와 접하지 않는 경우에 비해 고유진동수가 감소하고 있음 알 수 있다.

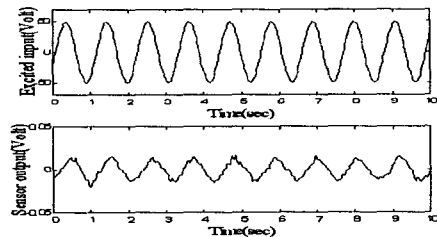


Fig. 3 Time response of GFR composite beam with contact water level of 60%(1st mode frequency= 0.92Hz)

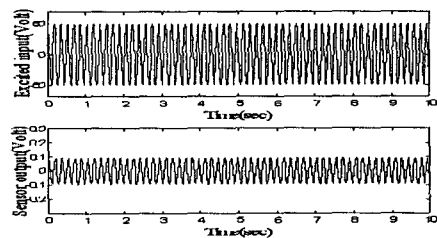


Fig. 4 Time response of GFR composite beam with contact water level of 60%(2nd mode frequency= 5.85Hz)

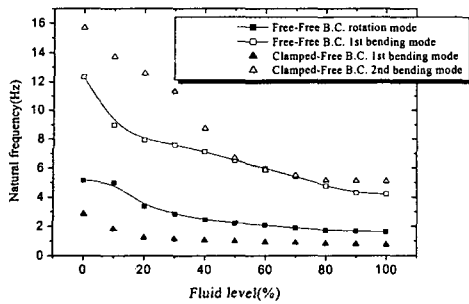


Fig. 5 Natural frequency of a GFR thermosetting composite beam in contact with a water

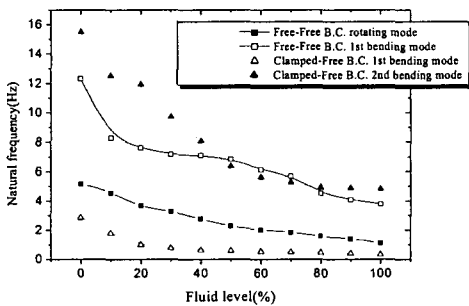


Fig. 6 Natural frequency of a GFR thermosetting composite beam in contact with a glycerine aqueous solution

Fig. 5~Fig. 6은 GFR 복합재 보의 일부가 유체에 잠긴 때, 보의 접수 수위에 따른 고유진동수 변화를 표시한 것으로 횡축은 보의 고유진동수를 종축은 접수 수위를 나타내고 있다. 각각의 경우에 대해 자유-자유단 경계조건을 갖는 경우와 고정-자유단 경계조건을 갖는 경우의 접수 고유진동수를 구해 이를 비교하였다.

Fig. 5는 원통 셀 안에 GFR 복합재 보가 부분적으로 채워진 물과 접할 때의 접수 고유진동수를 나타낸 것이다. 자유-자유단 경계조건인 경우 한쪽 자유단이 유체와 접하게 되어, 이로 인해 병진 강체모드는 나타나지 않고, 회전 강체모드만 나타나게 된다. 따라서 본 연구에서 자유-자유단 경계조건인 경우는 회전 강체모드와 1차 굽힘모드의 접수 고유진동수를 비교하였고, 고정-자유단 경계조건인 경우는 1차와 2차 굽힘모드의 접수 고유진동수를 비교하였다.

고정-자유단 경계조건인 경우, 1차 굽힘모드에서 접수 수위가 20%인 지점까지 고유진동수가 급격히

감소하고 있는데, 이는 1차 굽힘모드의 동적변위가 가장 큰 자유단에 유체의 부가질량이 첨가되어 유체의 접수 고유진동수가 급격하게 감소하기 때문이다. 2차 굽힘모드의 경우는 접수 수위가 증가함에 따라 선형적으로 고유진동수가 감소하지 않고, 계단형상으로 감소함을 알 수 있다. 이는 부분적으로 유체와 접하는 구조물에서 주목할 만한 현상으로 유체와 구조물 사이의 상호작용에 의해 나타나게 된다. 즉, 복합재 보의 일부가 유체와 접할 때 접수 면적이 증가함에 따라 유체의 부가질량은 증가하게 되고 이로 인해 접수 고유진동수는 감소하게 된다. 이때 접수 수위에 따라 접수 고유진동수는 선형적으로 변하지 않고 계단형상의 감소 경향을 나타내는데, 이는 복합재 보의 모드의 형상이 유체의 운동에 영향을 끼치고 유체의 운동은 다시 복합재 보의 고유진동수와 진동모드에 영향을 주기 때문이다.

복합재 보가 유체와 접할 때, 내부 유체와 접도 변화에 따른 고유진동 특성을 알아보기 위해 글리세린 수용액을 이용하여 물을 이용할 때와 동일한 실험을 수행하였다. 이때 글리세린 수용액은 물과 글리세린을 8대 2의 비율로 혼합한 것으로 점도가 상온의 물보다 3배 크다. 글리세린 수용액과 접하는 GFR 복합재 보의 접수 고유진동수 변화를 각 경계조건에 따라 비교하면 Fig. 6과 같다.

Fig. 6에서 유체 점도가 변하여도 접수 상태에 따른 보의 접수 고유진동수는 유사한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. 경계조건이 고정-자유단일 경우는 1차 굽힘모드에서, 자유-자유단에서는 2차 굽힘모드에서 20%와 80%에서 완만한 계단형상이 나타나고 있는데, 이는 불과 접하는 경우에서 설명했던 것과 같이 복합재 보와 글리세린 수용액 사이의 상호작용에 의해 나타나고 있고, 점도의 영향에 의해 물의 고유진동수보다 대체적으로 약간 작게 나타나고 있다.

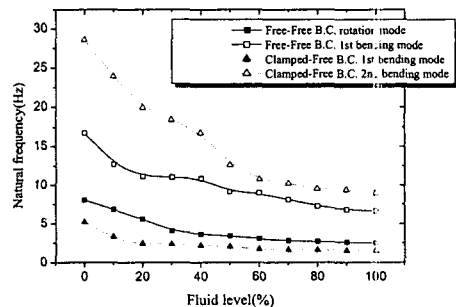


Fig. 7 Natural frequency of a CFR thermosetting composite beam in contact with a water

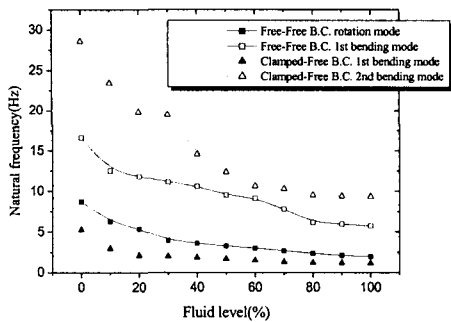


Fig. 8 Natural frequency of a CFR thermosetting composite beam in contact with a glycerine aqueous solution

Fig. 7~Fig. 8은 CFR 복합재 보의 접수 수위에 따른 접수 고유진동수의 변화를 나타낸 것이다.

Fig. 7은 원통 쉘의 내부에 물이 부분적으로 채워진 경우, 물과 접하는 CFR 복합재 보가 자유-자유단 경계조건과 고정-자유단의 경계조건을 가질 경우에 대한 접수 고유진동수를 비교한 것이고, Fig. 8은 Fig. 7과 동일한 경계조건에 대해 유체가 글리세린 수용액인 경우이다. 유체의 높이에 따른 고유진동수의 계단 모양의 굴곡의 수와 복합재 보의 절점(nodal points) 개수가 일치하고 있음을 Fig. 7로부터 관찰할 수 있다.

Fig. 8은 CFR 복합재 보가 글리세린 수용액과 접하는 경우로 글리세린 수용액과 접하는 경우도 두 가지 경계조건에서 물과 접하는 경우와 동일한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. 그리고 GFR의 경우보다 CFR의 경우가 강성이 더 강한 재료로써 고유진동수가 GFR의 값보다 상대적으로 크게 나타남을 알 수 있다.

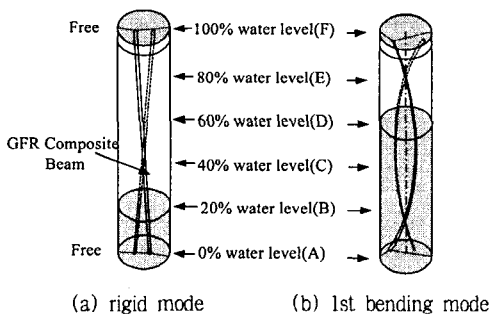


Fig. 9 Mode shape of partially liquid-filled composite beam with free-free boundary condition

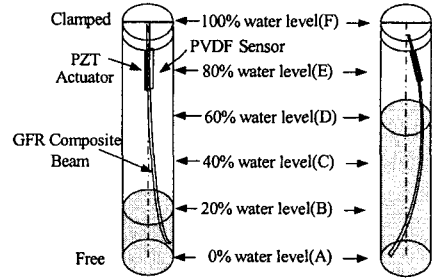


Fig. 10 Mode shape of partially liquid-filled composite beam with clamped-free boundary condition

Fig. 9는 유체가 부분적으로 채워진 원통형 관 내안에 압전재료가 부착된 복합재 보의 접수 수위에 따른 모드 형상을 보여주고 있다.

Fig. 9(a)는 자유-자유단 경계조건일 경우, 복합재 보의 강체모드와 1차 굽힘모드에 대한 유체의 부가질량 효과를 설명하고 있다. 접수 수위가 20%인 (B) 지점까지 상대적으로 큰 동적 변위가 나타나게 되고 이로 인해 유체의 영향이 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 즉, 접수 구조물과 유체 사이의 상호작용에 의해 접수 고유진동수는 감소하게 되는데, 이때 구조물의 동적 변위가 크게 나타나는 지점에서 유체 운동에너지가 증가하게 되고, 이는 접수 고유진동수를 감소시키는 원인이 된다. 따라서 운동에너지의 급격한 증가는 접수 고유진동수의 급격한 감소를 초래하게 되고 이로 인해 Fig. 5~8과 같은 고유진동수를 얻게 된다.

Fig. 9(b)와 같이 1차 굽힘모드의 경우, 1차 굽힘모드의 절점위치 (B)와 (E)에 접수 수위가 도달하면 상대적으로 유체의 영향이 줄어들어 Fig. 5~8에서 보는 바와 같이 두 개의 계단형상을 갖는 고유진동수가 생기게 된다. 또한 고정-자유단보다 자유-자유단일 경우, 유체의 이동거리가 길어지고 유동하는 유체의 유량도 많아져 이로 인한 유체의 운동에너지는 커지게 되고 이로 인해 접수 고유진동수의 감소가 크게 나타나게 된다. 공기중과 유체가 가득 채워진 경우를 비교해 보면 유체 유동으로 인한 접수 고유진동수 감소가 매우 뚜렷하게 나타남을 볼 수 있다.

Fig. 10에서 부분적으로 유체가 채워진 원통형 쉘안에 고정-자유단 경계조건을 갖는 보가 내부 유체와 접하는 경우에 대한 접수 보에 대한 1차, 2차 굽힘모드의 모드형상을 보여주고 있다. Fig. 10(a)과 같이 1차 굽힘모드에서는 유체수위가 20%까지 채워진 (A) 지점까지가 상대적으로 큰 동적 변위가 발생하여 유체의 영향이 크게 나타나고 있고 2차 굽힘모드에서는

접수 수위가 (A), (B)지점에서 상대적으로 액체의 영향이 적어 일정한 변화율을 나타내고 있고, (D)의 위치에서는 상대적으로 액체의 영향이 가장 크며 그로 인한 유체의 부가수 질량효과에 의해서 고유진동수의 변화율이 가장 크게 나타나고 있다. 이는 액체의 수위가 모드 형상의 절점 위치에 있을 경우, 유체유동 질량은 상대적으로 감소하고 유체의 수위가 이 2차 모드의 최대 변위점인 (D)위치에서 상대적으로 액체의 영향이 커진다. 이는 좌우방향으로 유동하는 유동량을 발생시켜서 유체의 부가수 질량효과가 나타나고, 그에 따라 고유진동수의 저감 변화율도 크게 나타나게 된다.

5. 결론

본 연구에서는 유체 수위에 따른 복합재 보의 유체와 구조물 사이의 연성효과 특성 고찰 및 실험을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 유체로 채워진 원통형 관내에 각각의 접수 수위가 상승함에 따라 부가수 질량효과에 의한 복합재 보의 고유진동수가 감소하는 경향을 보였다. 특히 유체가 부분적으로 채워진 원형관 내의 복합재 보의 고유진동수는 유체의 높이와 선형적인 관계를 갖지 않고 복합재 보의 고유진동수의 저감은 구조물 고유진동수의 모드 형상에 따라 크게 변하고 있음을 알 수 있다.

2. 복합재 보의 각각의 모드에 따른 최대 변위가 발생하는 부위에 유체의 접수 수위가 접하고 있을 경우 고유진동수 변화율이 크게 발생하고, 특히, 유체의 수위에 따른 고유진동수의 계단형 굴곡 수와 복합재 보의 절점의 개수와 일치하였으며, GFR 복합재 보의 경우보다 CFR의 경우가 강성이 커서, 상대적으로 고유진동수가 크게 발생하였다.

3. 고정-자유단 경계조건일 경우 고유진동수의 변화는 1차 굽힘모드에서 유체의 수위가 낮을 경우 부가수 질량효과에 의해 크게 고유주파수 저감을 보이고, 자유-자유단의 경계조건의 경우, 2차 굽힘모드에서 유체수위가 20%와 80%에서 완만하게 감소하여 계단모양의 굴곡을 보이고 있다. 이는 빈 관보다는 유체가 채워진 경우가 유체의 부가질량 효과에 의해서 감쇠가 크게 나타나고 있음을 실험으로 확인하였다.

참고 문헌

- (1) Lord Rayleigh, "Theory of Sound", 1877/2nd edition reissue, Dover Publication, 1945.
- (2) J. T. Xing, W. G. Price, M. J. Pomfret, and L. H. Yam, "Natural Vibration of a Beam-Water Interaction System", Journal of Sound and Vibration, Vol.199, No.3, pp.491-512, 1997.
- (3) O. C. Zienkiewicz and P. Bettles, "Fluid-Structure Dynamic Interaction and Wave Forces, An Introduction to Numerical Treatment", Numerical Methods in Engineering, Vol.13, pp.1-16, 1978.
- (4) Kyoung-Hoon Jeong, Seong-Cheol Lee "Hydro-elastic Vibration of a Liquid-filled Circular Cylindrical Shell", Computer and Structure, Vol.66 No.2, pp. 173-185, 1998.
- (5) C. C. Liang, C. C. Liao, Y. S. Tai, and W. H. Lai, "The Free Vibration Analysis of Submerged Cantilever Plate", Ocean Engineering, Vol.28, pp.1225-1245, 2001.
- (6) Kwak, M. K., "Hydroelastic Vibration of Rectangular Plates", Journal of Applied Mechanics, Vol.63, pp.110-115, 1991.
- (7) R. Eatock Taylor, and M. Ohkusu, "Greer Functions for Hydro-elastic Analysis of Vibration Free-Free Beams and Plates", Applied Ocean Research, Vol. 22, pp.295-314, 2000.
- (8) Y. R. Yang and J. Y. Zhang, "Frequency Analysis of a Parallel Flat Plate-Type Structure in Still Water, PART 1: A Multi-Span Beam", Journal of Sound and Vibration, Vol.203, No.5, pp.795-804, 1997.
- (9) K. T. Chung, Y. B. Kim, H. C. Shin, S. E. Han and Y. C. Hhu, "Vibration Analysis of Ship Structures in consideration of Fluid-Structure Interaction", Journal of Hydrospace Technology", Vol.1, No.2 pp.131-144, 1995.
- (10) Y. Yadykin, V. Tenetov, and D. Levin, "The Flow-Induced Vibration of a Flexible Strip Hanging Vertically in a Parallel Flow, PART 1: Temporal Aeroelastic Instability", Journal of Fluids and Structures, Vol.15, pp.1167-1185, 2001.
- (11) Jensen, J. S. "Fluid Transport due to Nonlinear Fluid-Structure Interaction", Journal of Fluids and Structures, Vol.11, pp.327-344, 1997.