

실시간 모드 선택 확률제어기에 관한 연구

A Study of Real Time Mode Selecting Stochastic Controller

김용관* · 이종복** · 여운주** · 허 훈***

Y. K. Kim, J. B. Lee**, W. J. Yeo**, and H. Heo***

Key Words : Stochastic Controller(확률 제어기), White Noise(백색 잡음), Monte Carlo Method(몬테카를로 방법) F-P-K(Fokker-Plank-Kolmogorov) Equation(포커-프랑크-콜모고로프 방정식), Mode Selecting Unit (모드 선택기)

ABSTRACT

A Real Time Mode Selecting Stochastic Controller (RTMSSC) is developed as a new control strategy for a vibrating system under irregular disturbance. Displacement information and frequency characteristics obtained from modal analysis of the system are used to design a Mode Selecting Controller. This paper explains design technique of RTMSSC by applying it to the suppression of a flexible beam experiencing random vibration. The RTMSSC is designed by stochastic control from the modal information. The frequency information of the flexible system is utilized from the Mode Selecting Unit (MSU) based on a Fast-Fourier Transformation algorithm. The performance of the proposed technique, RTMSSC, is compared with that of Real Time Stochastic Controller developed recently, which show quite promising results.

1. 서 론

대부분 자연계의 동적 시스템은 비선형, 랜덤 특성을 가지며 시스템 내부 또는 외부로부터 다양한 외란에 노출되어 있다. 이러한 외란은 정형화 되어있지 않은 불규칙한 외란이 그 주를 이룬다. 불규칙한 외란은 시간적으로 예측 불가능하다는 특성과 함께 다양한 주파수 성분들이 포함되어 있다는 의미도 내포한다. 일반적으로 동적시스템은 적어도 하나 이상의 고유주파수를 갖고 있다. 그렇기 때문에 다양한 주파수 성분이 포함된 불규칙 외란환경 아래에서의 동적시스템은 시스템 자체의 고유주파수와 외부로부터의 외란에 의해서 공진하게 될 가능성이 높은 것이다. 특히, 집중질량체가 아닌 분포질량체를 갖는 유연한 구조체는 내부적으로 무수히 많은 고유주파수를 갖고 있기 때문에 이러한 불규칙한 외란에 의해서 공진하게 될 가능성이 더욱 높은 것이다. 그러나, 물리적 시스템은 그 특성상 고주파 영역에서 보다 저주파 영역에서의 공진이 시스템의 주된 가진 외란으로 작용하게 된다. 이러한 저주파 공진에 의한 시스템 가진을 방지하기 위해서 유연한 구조체의 1차와 2차 고유주파수 영역을 모두 포함하는 제어기가 요구되는 것이다.

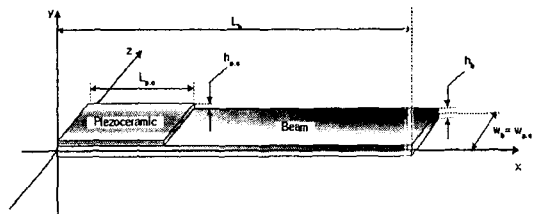
본 논문에서는 불규칙 교란에 노출된 유연한 동적계의 제어를 위한 새로운 방식의 실시간 모드 선택 확률제어기(RTMSSC : Real Time Mode Selecting Stochastic Controller)의 설계 방법을 제시하였다. 본 제어기는 시스템

의 변위 정보뿐만이 아니라, 유연한 구조체 고유의 동특성 정보인 모드정보를 이용하여 설계되었다.

제시된 RTMSSC 설계의 주된 관심은 유연보 진동에서 핵심적인 의미를 갖는 주파수 정보를 활용하는 것으로서 FFT 알고리즘을 이용한 모드선택장치(MSU)를 통하여 실시간으로 주파수정보를 추출하였으며 이를 제어신호생성에 반영하였다.

제어기의 제어성능을 확인하기 위하여 수치모의실험을 수행하였으며, 제한한 기법인 실시간 모드선택 확률제어기(RTMSSC)의 성능과 최근에 개발된 실시간 확률제어기(RTSC)의 성능을 비교하였다.[1][2]

2. 시스템 모델링



[그림 1] 압전재료와 알루미늄 보로 구성된 복합재료보. 제어기 설계를 위해 고려된 복합재료 보는 [그림 1]과 같다.

2.1 작동기 모델링

두께가 $h_{p,c}$ 인 압전세라믹에 전압 $V(t)$ 가 가해졌을 때 압전세라믹에서 일어나는 변형은 복합재료보에 변형을 야기한다. Beam의 축방향을 y 축이라 할 때 piezo ceramic에 의한 휨모멘트 (bending moment)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_{p,c}(t) &= \int_A L_b \sigma_{p,c} dA \\ &= -d_{31} \frac{E_{p,c} W_{p,c} [E_b h_b (h_b + h_{p,c})]}{2(E_b h_b + E_{p,c} h_{p,c})} V(t) \quad (1) \\ &= c_{p,c} V(t) \end{aligned}$$

여기서 내부응력은 $\sigma_{p,c}(t) = E_{p,c} \frac{d_{31}}{h_{p,c}} V(t)$ 이다.

2.2 복합재료보의 지배방정식

복합재료보의 운동방정식을 유도하기 위하여 Hamilton의 원리를 사용, 휨변형에 대한 지배방정식을 구하면 식 (1)과 같다. [1][2]

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t)) \\ = -\rho A \frac{d^2}{dt^2} z(t) + c_{p,c} V(t) \delta(x-0.2L), \quad \text{for } 0 < x < L \end{aligned} \quad (1)$$

2.3 모달 해석 (Modal Analysis)

다음과 같이 modal 변수를 사용하는 급수를 도입한다.

$$u(x, t) = \sum_i a_i(t) \phi_i(x) \quad (2)$$

여기서 $a_i(t)$ 는 generalized modal coordinate이고, $\phi_i(x)$ 는 mode shape function이다. 수정된 지배방정식에서 $u(x)$ 에 대하여 x 로 편미분한 후 이를 수치해석을 수행하면 각 mode의 고유주파수를 얻을 수 있다.

$$\omega_n = \beta_n^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} = (\beta_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho L^4}} \quad (3)$$

Galerkin method는 모달분할로 근사할 경우 나타나는 잉여항을 가중적분할 때 그 가중값을 모드형 함수로 택하는 방법이다. 이를 이용하여 지배방정식을 상미분방정식으로 변환할 수 있다. 지배방정식에서 잉여를 정리하여 2모드 근사를 하면 식(4)와 같다.

$$\begin{aligned} (\phi_i(t), R) = \int_0^L \left\{ \sum_{j=1}^2 \left[\rho A \phi_j(x) \phi_i(x) \frac{d^2 a_j(t)}{dt^2} \right. \right. \\ \left. \left. + EI \frac{d^4 \phi_j(x)}{dx^4} \phi_i(x) a_j(t) \right] + \rho A \phi_i(t) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right. \\ \left. - \phi_i(t) c_{p,c} V(t) \delta'(x-0.2L) \right\} dx = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

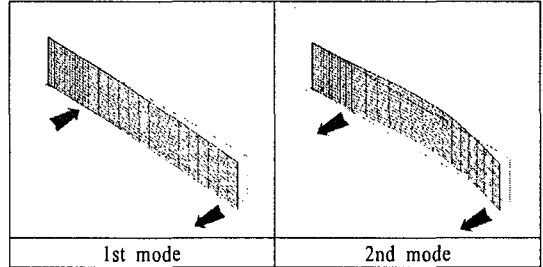
for $i = 1, 2$

위 근사식을 고유주파수항을 포함하는 ODE형태의 모달방정식으로 정리하면 다음과 같이 정리된다.

$$\ddot{x}_i(t) + 2\zeta \omega_i \dot{x}_i(t) + \omega_i^2 x_i(t) = p_i d(t) + b_i u(t) \quad (5)$$

for $i = 1, 2.$

이 때 p_i 와 b_i 는 각각 외란과 제어입력의 행렬이며, ζ 는 실험체의 자유진동응답을 통해 구해지는 감쇠계수이다. 모달해석에 의한 1st모드와 2nd모드의 형태는 [그림 1]과 같다



[그림 2] 유연보의 모달 해석

3. 제어기 설계

3.1 모드 선택 장치 (Mode Selecting Unit: MSU)

입력신호를 실시간으로 주파수정보로 변환을 하기 위하여 Radix-2 FFT 알고리즘을 사용한다.[7]

$$\begin{aligned} X(k) &= \sum_{m=0}^{(N/2)-1} f_1(m) W_{N/2}^{km} + W_N^k \sum_{m=0}^{(N/2)-1} f_2(m) W_{N/2}^{km} \\ &= F_1(k) + W_N^k F_2(k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (6)$$

식(3)에서 구해진 고유주파수가 ω_{1st} , ω_{2nd} 일 때 FFT변환된 주파수영역에서의 해당위치(index)는 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$k_1 = N \frac{\omega_1 / 2\pi}{f_s}, \quad k_2 = N \frac{\omega_2 / 2\pi}{f_s} \quad (7)$$

구해진 값의 반올림된 정수값을 취하여 FFT변환식에 대입하면 1st모드와 2nd모드의 주파수응답의 차를 추출할 수 있다.

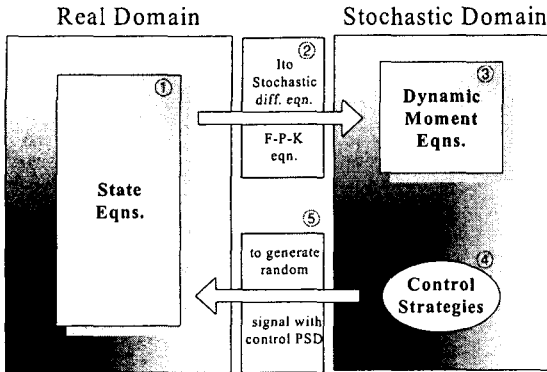
$$\Delta X_{\text{mode}} = |X(k_{1st})| - |X(k_{2nd})| \quad (8)$$

주파수해석을 위해서는 일정시간의 데이터가 필요하게 된다. 정밀한 주파수 정보를 얻기 위해서는 많은 양의 데이터가 요구된다. 그러나 데이터의 양이 많아질수록, 즉, 해석시간이 길어질수록 제어신호가 공급되는 시점의 주파수 정보와 동떨어진 과거의 주파수 정보를 얻게 되는 역효과가 발생된다. 이러한 문제를 보완하기 위해서는 정밀한 주파수 성분을 얻을 수 있는 해석시간과 제어신호 공급시점의 상태를 반영을 동시에 만족할 수 있는 해석시간 설정이 이루어져야 한다.

3.2. 실시간 모드선택 확률제어기 설계

(1) 확률제어기 구조

일반적인 확률제어기의 구조는 [그림 2]와 같다.[1][2]



[그림 3] 확률제어기 기본 개념도

- ① 제어하고자할 대상
- ② 실영역에서의 운동방정식을 확률영역의 모멘트 방정식으로 변환하는 과정
- ③ 확률 영역의 모멘트 운동 방정식
- ④ 확률영역에서의 제어기
- ⑤ 확률영역의 제어신호를 실영역의 제어 신호로 변환

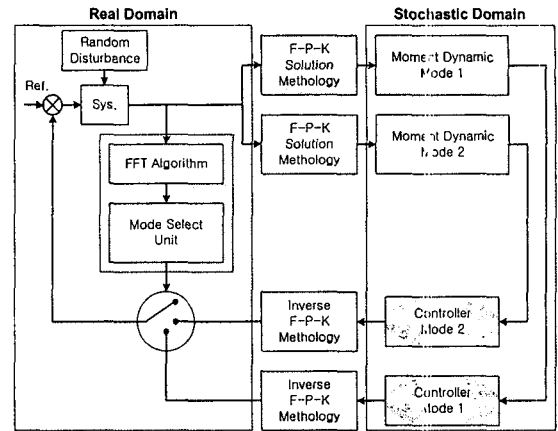
(2) 확률제어기 설계 과정

- 1 단계 : 시간영역의 지배방정식을 구한다.
- 2 단계 : 시간영역의 지배방정식을 F-P-K 방법을 사용하여 시간영역에서 확률영역으로 변환
- 3 단계 : 동적모멘트 방정식을 구한다. 이 때 외란의 특성은 Constant값을 가지게 된다.
- 4 단계 : 확률영역에서 제어기를 설계하여 제어 PSD 정보를 얻는다.
- 5 단계 : 제어 PSD값을 가지고, 실제 물리계의 제어 신호를 생성한다.

1단계는 일반적인 시간 영역에서 지배 방정식을 구하는 과정이고, 2단계는 F-P-K 과정과 방법을 사용하여 시간영역에서 확률영역으로 변환된 동적 모멘트 방정식을 구하는 단계이다. 4단계는 제어기 설계단계로 기존의 제어방법을 적용한다. 일반적으로 확률제어기의 설계는 동적 모멘트 응답의 크기를 감소시키는 방향으로 설계되어진다. 5단계는 확률영역에서 계산된 제어신호를 시간영역의 제어신호로 변환하는 과정이다.

(3) 모드 선택 확률제어기

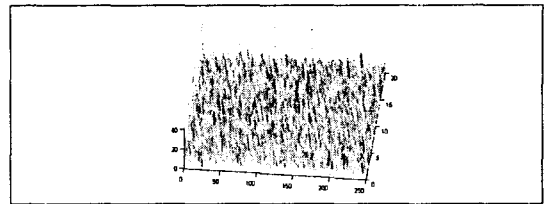
일반적인 확률제어기 설계 과정을 통해 1차, 2차 모드에 대한 실시간 확률제어기를 각각 설계한 후 모드선택 장치를 추가하였다. 최종적으로 설계된 모드선택 확률제어기의 구조는 그림 3과 같다



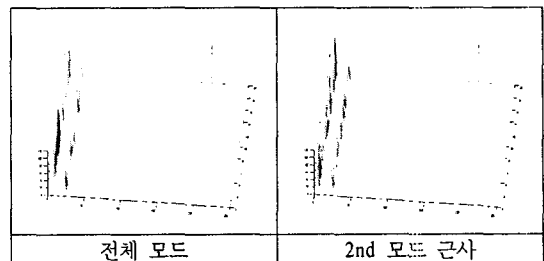
[그림 4] 실시간 모드 선택 확률 제어기 구조

4. 수치모의실험

수치모의실험에 사용된 PSD = 0.01인 불규칙 외란의 특성은 [그림 5], [그림 6]과 같으며 3번째와 4번째 모드는 첫 번째 및 두번째 모드에 비해 무시할 정도로 미약함을 알 수 있다.

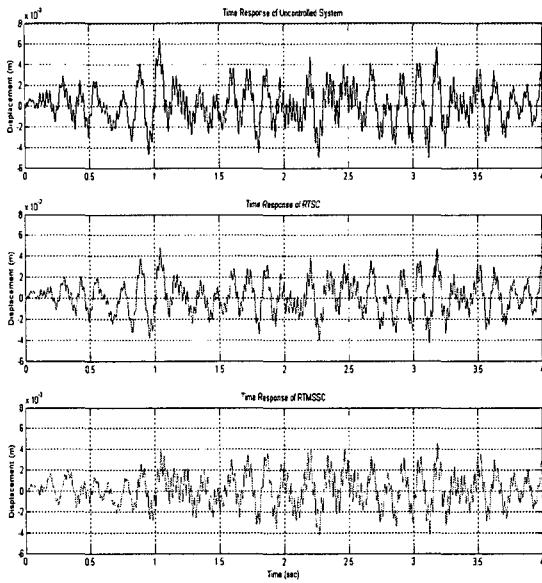


[그림 5] 불규칙 외란의 스펙트럼

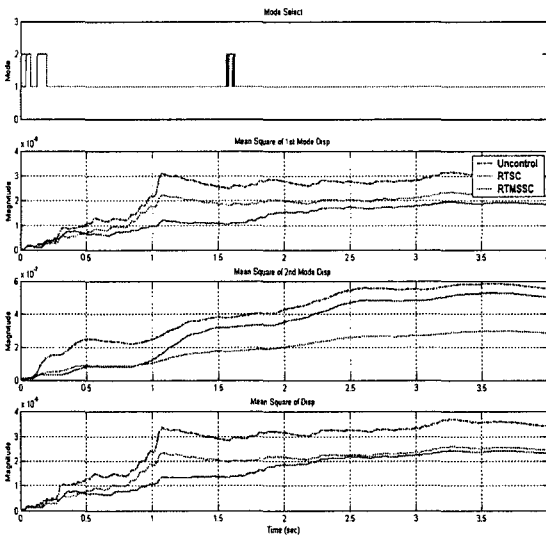


[그림 6] 불규칙 외란의 전체모드와 2nd 모드 근사

외란에 의한 시스템 응답은 1st 모드, 2nd 모드, ... n-th 모드 등의 여러 가지 모드가 복합적으로 동시에 나타나며 경우에 따라 어떤 특정 모드가 지배적인 것이 일반적이다.



[그림 7] 수치 모의 실험 결과 (시간 응답)



[그림 8] 수치 모의 실험 결과 (제공평균 응답)

수치모의 실험에 사용된 유연보는 2차 모드까지 근사하였으며 1차 모드의 응답이 2차 모드 보다 지배적인 특성을 가지고 있다. [그림 2]에서 알 수 있듯이 빔 끝단에서 1차, 2차 모드의 응답이 비록 같은 방향으로 나타나다라도 인가된 외란을 효율적으로 제거 하기 위해서는 실제 제어신호가 서로 반대 방향으로 생성되어야 함을 알 수 있다.

항상 1차 모드의 응답이 지배적이므로 설계된 모드선택기의 알고리즘을 2차 모드의 변형이 1차 모드의 변형에 비해

100%에서부터 50% 이상 일 때 까지 10%씩 감소 시키면서 각각의 경우에 대해 2차 모드 제어가 작동되도록 구성하여 모의실험을 수행하였다.

[그림 7], [그림 8]은 2차 모드의 변형이 1차 모드의 90% 일때의 모의 실험 결과로 기존의 실시간 확률제어기 보다 실시간 모드선택 확률제어기의 성능이 우수함을 확인하였다.

5. 결 론

본 논문에서는 불규칙한 외란을 받는 동적 시스템에 대한 제어기로서 변위 오차 정보와 오차 변화율 정보 이외에 주파수정보를 사용하는 「실시간 모드선택 확률제어기」를 제안하였으며 모의 실험을 통하여 제어기 성능 확인하였다.

외부의 외란에 노출된 동적 시스템의 제어기 설계에 있어서 외란에 의한 변위 오차를 정확히 알아내는 것은 중요하며, 어느 순간의 오차 변위의 방향을 알더라도 전체 시스템의 변형은 정확히 예측할 수 없다. 이 문제를 해결하기 위하여 FFT 알고리즘을 이용한 모드 선택 장치(MSU)를 제어기에 부착하였다. MSU는 불규칙 외란 인가시 실시간으로 시스템 변형의 모드 정보 분석을 통하여 시스템 각각의 모드를 제어 가능하게 하였다. 추후 MSU 알고리즘의 컴퓨팅 시간을 단축시켜 실시간 모드 선택 확률제어기의 성능을 개선 하고자 하며, 또한 새롭게 제안한 실시간 모드 선택 확률 제어기의 성능을 실험을 통하여 확인할 예정이다.

참 고 문 헌

- [1] 이종복, 김용관, 윤영수, 최원석, 허훈, "실험적 연구를 통한 확률 제어기 구현", 2002년 한국 소음 진동 공학회 춘계학술대회 논문집, 2002
- [2] 김용관, 이종복, 윤영수, 최원석, 허훈, "확률 제어기의 실시간 구현을 위한 연구", 2002 한국 정밀 공학회 춘계학술대회 논문집, pp 215~218, 2002
- [3] 허 훈, 조윤현, 김대중, 한정영, "확률 영역에서의 제어기 설계 방법", 특허번호 0327508, 특허청, 2002.
- [4] Hoon Heo, Yun Hyun Cho "Stochastic control of Flexible beam in Random flutter" in print, Journal of Sound and Vibration, 2003
- [5] E.F. Crawley, J. de Luis, Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures, AIAA J. 10(1987) 1373-1385
- [6] William T. Thomson, Marie Dillon Dahleh, "Theory of Vibration with Applications", 5th Ed., Prentice Hall, 1998
- [7] Sophocles J. Orfanidis "Introduction to Signal Processing", Prentice Hall, 1996