

# 유연한 베이스 플레이트로 지지되는 회전 유연 HDD 디스크-스핀들계의 유한 요소 진동 해석 Finite Element Modal Analysis of a Spinning Flexible Disk-spindle System Supported by a Flexible Base Plate in a HDD

한 재 혁\*·장 건 희\*\*  
Jaehyuk Han and Gunhee Jang

**Key Words** : Dynamics(동역학), HDD(Hard disk drive, 하드 디스크 드라이브), Stationary Supporting Structure(지지 구조), Finite Element Analysis(유한 요소 해석), Rotor Dynamics(회전체 동역학)

## ABSTRACT

This research proposes a finite element method to determine the natural vibration characteristics of the spinning disk-spindle system in a HDD including the flexibility of supporting structure. Finite element equations of each substructure are derived with the introduction of consistent variables to satisfy the geometric compatibility at the internal boundaries. The natural frequencies and modes from the global asymmetric matrix equations of motion are determined by using the implicit restarted Arnoldi iteration method. The validity of the proposed method is verified by the experimental modal testing. It also shows that the flexibility of base plate plays an important role to determine the natural frequencies of the spinning disk-spindle system in a HDD.

## 1. 서론

최근 컴퓨터 산업의 급속한 발달과 함께 데이터 저장 매체들의 고용량화, 소형화, 고속화가 요구되고 있다. 특히 노트북 컴퓨터의 수요 증대와 더불어 캠코더, 카메라나 MP3 player 등과 같은 모바일 멀티미디어 기기에 대한 디지털화가 가속됨에 따라 휴대용 기기의 디지털 정보 수용량은 절대적으로 증가하고 있으며 따라서 데이터 저장의 가격대 성능비가 우수한 HDD의 사용 범위 및 수요는 더욱 확대되고 있는 실정이다.

이러한 요구 성능을 만족시키기 위해서는 HDD의 고용량화, 소형 박형화, 고속화 뿐만 아니라 내충격성 개선 등이 필요하며 HDD에 대한 정확한 동특성 해석은 이러한 요구조건을 만족시키기 위한 HDD 연구 개발에 필수적이라 할 수 있다.

HDD 스펐들 시스템은 그림 1과 같이 여러 장의 디스크가 허브에 고정되어 고속 회전하게 되며 회전체는 고정되어 있는 지지구조에 대하여 베어링에 의해 지지된다. 지지구조는 지지축과 베이스 플레이트(base plate), 스테이터(stator) 등의 기계 요소로 구성되어 있다. 따라서 이러한 HDD 스펐들 시스템 동특성 해석은 전통적인 회전체 동

역학(rotor dynamics)과 더불어 고속 회전하는 유연한 디스크에 대한 해석을 포함하게 된다.

Lamb과 Southwell<sup>(1)</sup>이 회전하는 디스크에 대한 해석을 수행한 이래로 이 분야에 대한 많은 연구가 진행되었다. 초기에는 축과 베어링을 무시한 회전 디스크의 진동 혹은 동특성을 해석<sup>(2)</sup>하거나 강체 디스크를 갖는 회전축계의 동특성을 해석<sup>(3)</sup>한 것이었다. 그러나 디스크의 강성이 회전축계의 동특성에 영향을 미친다는 것이 알려지면서<sup>(4)</sup> 회전 디스크의 변형을 고려한 디스크-축 시스템의 연구<sup>(5-8)</sup>들이 진행되었다. 이러한 연구 방법들은 전통적인 회전체 동역학에서 다루는 시스템인 터빈과 같은 긴 강 축에 디스크나 블레이드가 장착된 모델을 대상으로 함으로써 디스크와 회전축이 모두 미소 변위를 한다는 가정 하에 해석을 수행하였다. 그러나 HDD 시스템의 경우에는 회전축이 디스크의 크기에 비해 매우 짧고 디스크의 강체 운동 및 탄성 변형이 무시할 수 없을 정도로 큰 시스템으로써 기존의 해석방법으로는 HDD 시스템에서 발생하는 저차 모드들에 대한 예측이 불가능하였다.

한편 Shen<sup>(9)</sup> 등은 여러 장의 유연한 디스크와 강체 스펐들로 가정한 HDD 시스템의 새로운 수학적 모델을 제시하였다. 이 해석은 강체 스펐들의 관성과 함께 디스크의 탄성 변형 및 강체 운동을 함께 고려한 해석으로써 짧은 회전축과 여러 장의 디스크를 가진 시스템에서 발생하는 고유 모드의 특성(balanced, unbalanced mode)을 규명

\* 한양대학교 정밀기계공학과  
E-mail : hjh0416@ihanyang.ac.kr  
Tel : (02) 2290-1729, Fax : (02) 2292-3406

\*\* 한양대학교 기계공학부

하였다. Jintanawan<sup>(10)</sup> 등은 이러한 모델에 지지축의 탄성 변형을 포함한 모델을 포함시켜 지지축을 포함하는 HDD 스피들 시스템의 고유 모드를 예측하고 지지구조가 HDD 스피들 시스템에 미치는 영향을 규명하였다.

Jung 과 Jang<sup>(11)</sup>은 유한 요소법과 부분 구조 합성법을 이용하여 지지축의 탄성 변형을 고려한 3.5" HDD 시스템의 진동을 해석하였다.

그러나 위의 해석들은 지지축이 단순 지지 된 베어링, 디스크, 허브, 지지축을 포함하는 HDD 스피들 시스템에 대한 해석만을 수행하였으나 복잡한 형상의 지지구조를 가지고 임의의 경계조건을 갖는 시스템에 대한 해석에 있어 어려운 점이 있다.

본 연구의 목적은 실제 HDD 스피들 시스템이 가지게 되는 임의 형상의 지지 구조와 경계 조건을 가진 고속 회전하는 HDD 스피들 시스템에 대한 동특성 해석 방법을 제시하는 것이다. 본 논문에서는 HDD 스피들 시스템의 주요 기계 요소에 대한 유한 요소 모델을 전개한 후 전체 시스템을 모델링 하고, 복소 고유치를 갖는 전체 시스템 행렬에 대한 고유치 수치해석을 수행하였다. 유한 요소 고유치 해석을 통해 고유 모드에 대한 모드를 구하였고 실험을 통해 해석 방법의 타당성 및 정확성을 검증하였다.

## 2. 유한 요소 해석

### 2.1 HDD 시스템의 유한 요소 해석

그림 1 은 여러 개의 디스크(disk)를 가진 HDD 스피들 시스템을 나타낸 것이다. 동역학적 관점에서 HDD 스피들 시스템을 구성하는 주요 기계요소는 크게 고속 회전하는 회전체 부분과, 회전하지 않고 회전체 부분을 지지하는 지지구조로 나눌 수 있다. 회전체 부분은 디스크, 허브(hub), 영구 자석, 요크(yoke), 스페이서(spacer)와 클램프(clamp)로 구성되어 있으며 지지구조는 스테이터, 베이스 플레이트(base plate), 지지축과 베어링(bearing) 등으로 구성되어 있다. 일반적으로 HDD 스피들 시스템은 볼트에 의해 HDD의 base plate에 부착되어 있으며, 모터에 전원을 공급하기 위한 PCB의 존재, 생산성 향상 및 HDD 스피들 시스템을 장착하는 base plate 형상의 복잡성 등으로 인해 그 형상이 원형 비대칭 구조를 가지고 있다. 본 논문에서는 이와 같은 HDD 스피들 시스템을 구성하는 기계

요소를 해석하기 위해 유한 요소법을 사용하였다

#### (1) 디스크의 유한 요소 해석

강체 운동을 하며 회전하는 유연한 디스크의 유한 요소 운동 방정식을 구하기 위해 먼저 강체 운동을 포함하는 디스크의 운동 에너지와 탄성 변형 에너지를 구하고, 디스크의 변위를 형상함수를 사용하여 이산화 한 후 이를 Lagrange 방정식에 대입하여 유도하였다.

그림 2 는 강체 운동을 포함하는 디스크 상에서의 임의의 한 질점의 변위 벡터를 나타내며, 이 변위 벡터와 변위 속도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{R}_d = \mathbf{R}_{d1} + \mathbf{R}_{d2} + \mathbf{u} \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_d = \dot{\mathbf{R}}_{d1} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_{d2} + \dot{\mathbf{u}} \quad (2)$$

여기서  $\boldsymbol{\omega}$  는 관성 좌표계 XYZ에 대하여 디스크에 부착된 좌표계 xyz의 각속도,  $\mathbf{R}_{d1}$ 은 디스크 중심까지의 벡터,  $\mathbf{R}_{d2}$ 는 디스크 중심에서 디스크 상 임의의 질점까지의 벡터,  $\mathbf{u}$ 는 디스크 상의 임의의 질점의 탄성 변형을 나타낸다.

디스크의 운동 에너지는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_d = \frac{1}{2} \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dm \quad (3)$$

고속 회전하는 디스크의 탄성 변형 에너지를 구하기 위해서는 Kirchhoff의 평판 이론과 von Karman 변형률을 사용하였으며 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U_d = \int (\sigma_r \epsilon_r + \sigma_\theta \epsilon_\theta + \gamma_{r\theta} \tau_{r\theta}) dV \quad (4)$$

고속 회전시에 디스크의 탄성 변형 에너지 항에서는 디스크의 면내변위와 면외 변위가 연성되어 비선형 항이 발생하게 된다. 본 연구에서는 면내변위가 면외 변위에만 영향을 미친다고 가정하여 회전에 따른 정상상태에서의 디스크 면내 변위를 구하고, 이를 면외 변위식에 적용하여 고속회전에 따른 디스크의 비선형성을 고려하였다.

디스크의 운동방정식을 이산화하기 위해 본 연구에서는 conforming circular sector 요소를 사용하였다. 그림 3 은 이러한 요소를 사용한 디스

크의 유한 요소 모델을 나타내며 이 요소의 형상 함수를 이용하여 디스크 면외 변위를 이산화 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w = Nw_e \quad (5)$$

여기서 형상 함수  $N$  은 Hermite cubic interpolation 함수이고  $w_e$  는 요소 각 노드의 자유도를 나타내며 다음과 같다.

$$w_e = \left[ w_1 \frac{\partial w_1}{\partial r} \frac{\partial w_1}{\partial \theta} \frac{\partial w_1}{\partial r \partial \theta} \dots w_4 \frac{\partial w_4}{\partial r} \frac{\partial w_4}{\partial \theta} \frac{\partial w_4}{\partial r \partial \theta} \right] \quad (6)$$

식(6)의 아래 첨자는 요소 내에서의 노드 번호이다. 이와 같이 이산화 한 면외 변위를 식(3), 식(4)에 대입한 후 Lagrange 방정식에 적용하고 이를 선형화 하면 디스크의 유한 요소 방정식을 유도할 수 있다.

#### (2) 지지축의 유한 요소 해석

HDD 스피들 시스템에서 지지축은 베이스플레이트와 연결되어 회전하는 시스템을 지지하여 준다. 본 연구에서는 병진 방향 변위, 축방향 변위와 회전자유도를 포함하는 5 자유도를 가진 beam 요소<sup>(12)</sup>를 사용하여 모델링 하였다.

#### (3) 회전축의 유한 요소 해석

HDD 스피들 시스템에서 허브, 요크, 스페이서, 클램프, 영구 자석, 베어링의 outer race 등은 서로 부착되어 디스크와 함께 회전을 하게 된다. 본 연구에서는 회전관성을 고려하고 회전에 따른 gyroscopic 효과를 고려한 병진 방향 변위, 축방향 변위와 회전자유도를 포함하는 5 자유도를 가진 Rayleigh beam 요소를 사용하여 회전축 요소들을 모델링 하였다.

#### (4) 베어링 해석

볼베어링은 지지축에 대하여 회전하는 회전요소를 지지해주는 강성요소로 생각할 수 있으며 회전속도와 예압 등의 베어링 작동 조건과 설계 변수에 따라 그 강성이 변하게 된다. 볼베어링의 강성을 구하는 데에는 본 연구실에서 개발한 볼베어링 해석 프로그램인 WinBAP 을 이용하였다. WinBAP 은 A. B. Jones<sup>(13)</sup>의 이론에 따라 볼베어링의 기하학적 조건과 작동조건에 따른 비선형 접촉력을 계산하여 선형화된 5 자유도의 강성 행렬을 계산한다.

#### (5) 임의 형상을 가진 지지구조의 유한 요소 해석

그림 4 는 지지구조를 구성하는 스테이터와 베이스플레이트의 유한 요소를 나타낸 것이다. 그림에서처럼 스테이터는 slot 개수만큼의 치를 가진 방사상 형태의 복잡한 형상을 가지고 있으며 베이스플레이트는 전원을 공급하기 위한 PCB 의 존재와 가공의 용이성 등을 위해 원형 비대칭 구조를 가지고 있다. 이와 같은 복잡한 형상의 지지구조 해석을 위해서는 3 차원 solid 요소를 사용한 유한 요소 모델링이 필수적이다. 본 연구에서는 8 개의 노드를 가진 육면체 요소를 사용하였다. 요소의 정확도 향상을 위해 incompatible mode 를 포함한 요소를 사용하였다<sup>(14)</sup>.

#### (6) 전체 시스템 모델링

전술한 HDD 스피들 시스템의 주요 기계 요소에 관한 유한 요소들을 사용하여 전체 시스템을 모델링하였다. 디스크의 강체 자유도와 디스크 연결 위치에 해당하는 Rayleigh beam 요소 노드의 자유도를 일치시켜 디스크와 허브를 연결하였고, 고정축과 회전축 상의 베어링이 연결되는 위치의 노드 자유도와 WinBAP 에서 계산된 5×5 자유도의 강성행렬을 연결시켜 베어링을 모델링 하였으며 지지축과 베이스플레이트 상의 연결 노드 자유도를 일치시켜 전체 HDD 스피들 시스템의 모델링을 수행하였다.

### 3. 고유치 수치 해석

#### 3.1 유한 요소 모델의 전체 시스템 행렬

3 차원 유한 요소를 포함하는 시스템의 경우 일반적으로 자유도가 매우 크며 또한 회전요소를 포함할 시에는 gyroscopic 항이 추가되어 비대칭 행렬에 대한 복소수 고유치를 갖는 방정식이 된다. 댐핑이 없는 회전체 시스템의 고유치 문제는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda^2 \mathbf{M}x + \lambda \mathbf{G}x + \mathbf{K}x = 0 \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{M}$  은 전체 유한 요소 시스템의 질량 행렬,  $\mathbf{G}$  는 gyroscopic 행렬,  $\mathbf{K}$  는 강성 행렬이다. 고유치의 수치해석을 위해 식(7)을 state-space 형태로 바꾸면 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\lambda \begin{bmatrix} -\mathbf{G} & -\mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \lambda x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \lambda x \end{Bmatrix}$$

또는

$$\lambda \mathbf{A}x = \mathbf{B}x \quad (8)$$

일반형 (general form) 고유치 문제인 식(8)을 기본형 (standard form)으로 바꾼 후 이에 대한 임의 벡터 ( $\mathbf{u}_k = [\mathbf{q} \ \mathbf{p}]^T$ )의 곱셈 연산은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{u}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{G} & -\mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\mathbf{K}^{-1}(\mathbf{G}\mathbf{q} + \mathbf{M}\mathbf{p}) \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

본 연구에서는 큰 크기의 비대칭 시스템에 대한 복소 고유치 문제를 풀기 위해 implicitly restarted deflation technique 을 포함하는 Arnoldi 반복법을 사용하였다<sup>(15)</sup>. Arnoldi 반복법은 Hessenberg iteration 을 통해 큰 크기의 행렬을 주요한 고유치를 근사화 시키면서 작은 사이즈로 변환하여 고유치를 해석하는 방법으로 큰 크기를 가진 비대칭 sparse 행렬에 적합한 방법이다.

Arnoldi 방법의 전개에서는 식(9)와 같은 큰 크기의 sparse matrix 에 대한 행렬-벡터 곱셈 연산과 linear solver 가 필요하다. 본 연구에서는 전체 유한 요소 모델의 sparsity 를 이용한 행렬-벡터 곱셈을 수행하여 연산에 필요한 메모리 크기와 연산 시간을 줄였다<sup>(16)</sup>. Linear solver 는 frontal technique<sup>(17)</sup>을 사용하여 선형 연산을 수행하였다. Frontal technique 은 유한 요소 모델의 전체 시스템 행렬을 구성하지 않고, 요소 수준에서 gauss elimination 을 수행한 후 back substitution 을 통해 선형 연산을 수행하는 방법으로 요소의 순서를 적절하게 선택할 경우 큰 크기의 행렬에 대한 선형 연산에 있어서 banded technique 등 다른 sparse solver 에 비해 매우 효과적인 방법으로 알려져 있다.

#### 4. 해석결과 및 고찰

2 장에서 전개한 HDD 스펀들 시스템의 유한

요소들을 사용하여 실제 상용의 3.5 인치 하드디스크에 장착되는 HDD 스펀들 시스템을 모델링하고 동특성을 해석하였다. 해석 대상은 한 장의 디스크를 장착하며 베이스플레이트는 그림 4 에서의 화살표로 표시한 3 부분이 나사로 고정되게 된다. 본 해석의 타당성을 검증하기 위해 modal testing 을 수행하여 실험 결과를 수치 해석 결과와 비교하였다. HDD 스펀들 시스템은 베이스플레이트 상의 3 점을 나사로 고정하여 장착시키게 되며 그림 5 는 이러한 시스템의 실험 장치도를 나타낸 것이다.

표 1 은 정지시의 HDD 스펀들 시스템의 고유치에 대한 유한 요소 해석 및 실험 결과와 비교한 것이며 그림 6 은 회전속도에 따른 고유치의 해석 결과와 실험결과를 나타낸 것이다. 그림과 표로부터 모든 모드가 잘 예측됨을 알 수 있다. 그림 7 은 회전 속도 증가에 따라 구한 waterfall plot 이다.

표 2 는 정지 시 HDD 시스템의 고유 주파수와 내경이 고정된 디스크 1 장의 고유 주파수를 비교한 것이다. 내경이 단순 지지 된 디스크의 모드 중 (0,1) 모드는 HDD 시스템에서는 in-phase (0,1)모드와 out-of-phase (0,1)모드로, (0,0) 모드는 베이스플레이트의 탄성변형이 주요한 flange dominant (0,0)모드와 베어링의 탄성 변형이 주요한 bearing dominant (0,0)모드로 지지 구조와 연성 되어 나타나게 된다. 절점 반경이 두 개 이상이거나 절점원이 한 개 이상인 모드들은 디스크만의 모드와 일치하게 된다.

그림 8 은 이러한 본 해석 방법으로 구한 지지 구조와 연성 된 모드들의 모드 형을 나타낸 것이다.

지지구조와 연성이 되는 모드 중 rocking 과 관련된 in-phase (0,1)모드와 out-of-phase (0,1) 모드는 정지 시에도 약간의 주파수 차이를 가지고 모드가 분리된다. 그림 9 는 정지시에 FRF 실험결과를 나타낸 그림으로 지지 구조와 연성된 모드인 in-phase (0,1)모드의 peak 가 갈라져 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 지지구조의 비대칭성에 의한 것으로 solid 요소를 사용하여 원형 비대칭 구조의 베이스플레이트를 실제 시스템과 근사하게 모델링 한 본 해석 방법에 의해 잘 예측되고 있다.

#### 5. 결론

본 연구에서는 유한 요소법을 사용하여 임의

형상의 지지 구조를 가지고 고속 회전하는 HDD 스피들 시스템의 동특성을 해석하였다. 임의 형상의 지지 구조는 3 차원 solid 요소를 사용하여 모델링 하였으며, 디스크를 포함하는 HDD 스피들 시스템의 주요 기계 요소들을 회전체의 gyroscopic 효과를 고려한 유한 요소 모델로 모델링 하여 회전 속도에 따른 HDD 스피들 시스템의 고유 모드를 해석 하였다.

Frontal technique 과 Arnoldi 방법을 사용하여 큰 자유도의 회전에 따른 gyroscopic 행렬을 포함한 전체 시스템의 유한 요소 방정식에 대한 고유치 해석을 수행할 수 있었고, 실험을 통해 해석 방법의 타당성 및 정확성을 검증하였다.

지지구조는 HDD 스피들 시스템의 저차 모드에 주요한 영향을 미치게 되며, 따라서 HDD 스피들 시스템의 정확한 동특성 해석을 위해서는 지지구조에 대한 정확한 고려가 필요하다. 특히 지지구조가 원형 비대칭 형상인 경우 디스크의 (0,1) 모드에 해당하는 rocking 관련 모드들은 정지 시에도 분리되어 나타나게 된다.

본 연구 방법은 일반적인 임의 형상 지지 구조에 대한 유한 요소 해석 방법을 따르므로 향후 cover 나 다른 기계 요소들에 대한 유한 요소 모델을 포함하는 고속 회전하는 HDD 전체 시스템 해석으로의 확장이 가능하다. 따라서 향후 소형, 박형, 고속화 하는 HDD 스피들 시스템의 설계 해석을 위해 필수적인 정확한 고유 진동 모드의 정량적 해석에 유용할 것으로 사료된다.

### 참고 문헌

- (1) Lamb, H., and Southwell, R. V., 1921, "The Vibration of a Spinning Elastic Disk", *Proceedings of the Royal Society*, Vol. 99, p. 272-280.
- (2) Kirkhope, J. and Wilson, G. J., "Vibration and Stress Analysis of Thin Rotating Disc Using Annular Finite Elements", 1976, *J. of Sound and Vibration*, vol. 44(4), pp. 461-474.
- (3) Nelson, H. D. and McVaugh, J. M., "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements", 1976, *J. of Engineering for Industry*, pp. 593-600.
- (4) Dopkin, J. A. and Shoup T. E., 1974, "Rotor Resonant Speed Reduction Caused by Flexibility of Disks", *J. of Engineering for Industry*, pp. 1328-1333.
- (5) Chivens, D. R. and Nelson, H. D., "The Natural Frequencies and Critical Speeds of a Rotating, Flexible Shaft-Disk Systems", 1975, *J. of Engineering for Industry*, pp.881-886.
- (6) Flowers, G. T. and Ryan, S. G., "Development of a Set of Equations for Incorporation Disk Flexibility Effects in Rotordynamic Analyses", 1993, *J. of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 115, pp. 227-233.
- (7) Okamoto, S., Sakata, M., Kimura, K. and Ohnabe H., "Vibration Analysis of a High Speed and Light Weight Rotors

System Subjected to a Pitching or Turning Motion, II : A Flexible Rotor System on Flexible Suspensions", 1995, *J. of Sound and Vibration*, vol. 184(5), pp. 887-906.

(8) S. -B., Chun and C. -W., Lee, "Vibration Analysis of Shaft-Bladed Disk System by Using Substructure Synthesis and Assumed Modes Method", 1996, *J. of Sound and Vibration*, vol. 189(5), pp. 587-608.

(9) Shen, I. Y. and Ku, C. -P. R., "A Nonclassical Vibration Analysis of a Multiple Rotating Disk and Spindle Assembly", 1997, *J. of Applied Mechanics*, vol. 64, pp. 165-174.

(10) Thitima Jintanawan, I. Y. Shen, and C.-P. R. Ku, "Free and Forced Vibrations of a Rotating Disk Pack and Spindle Motor System with Hydrodynamic Bearings", 1999, *J. Info. Storage Proc. Syst.*, vol. 1, pp. 45-58.

(11) G. H. Jang, M. S. Jung and S. H. Lee, "Free Vibration Analysis of a Spinning Flexible Disk-Spindle System Supported by Ball Bearing and Flexible Shaft Using Finite Element Method and Substructure Synthesis", 2002, *J. Sound and Vibration*, vol.251(1), pp.59-78.

(12) Pilkey, W. D. 1994, *Formulas for Stress, Strain, and Structural Matrices*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

(13) Jones, A. B., 1960, "A General Theory of Elasticity Constrained Ball and Radial Roller Bearings under Arbitrary Load and Speed Conditions", *J. Basic Eng., ASME*, vol.82, pp. 309-320.

(14) Thomas J.R. Hughes, 1987, *The Finite Element Method*, Prentice-Hall Inc., New Jersey.

(15) Lehoucq, R. B. and Sorensen, D. C., 1996, "Deflation Techniques for an Implicitly Restarted Arnoldi Iteration", *J. Matrix anal. Appl. SIAM*, pp. 789-821.

(16) Saad, Y., 1995, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, PWS Publishing Company, Boston

(17) Hinton, E. and Owen, D. R. J., 1977, *Finite Element Programming*, Academic Press, London.

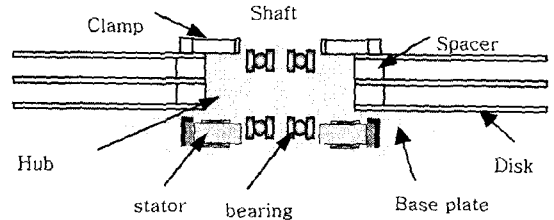


Fig. 1 HDD spindle system

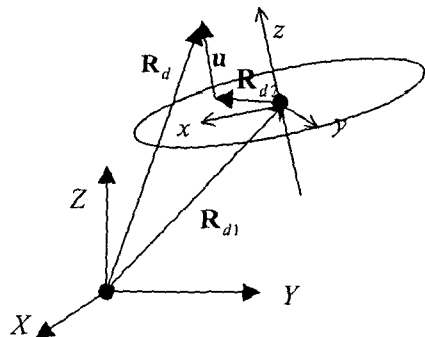


Fig. 2 Coordinate to represent the displacement of a rotating disk

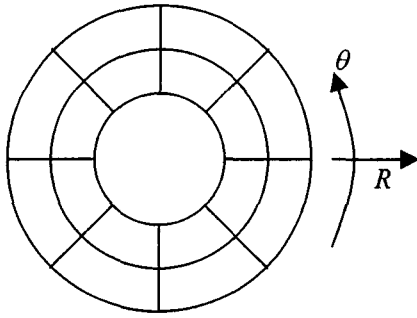


Fig. 3 Sector elements

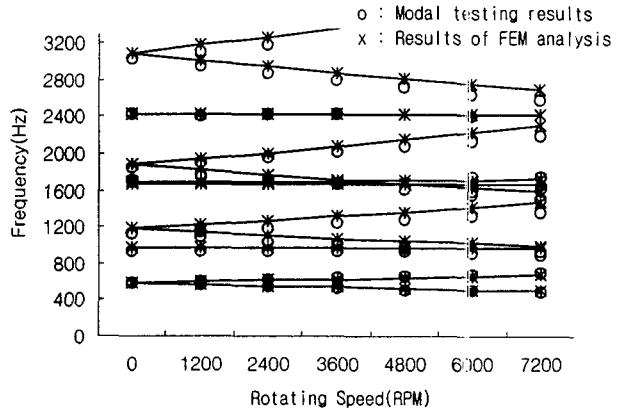


Fig. 6 Comparison of natural frequencies for a HDD spindle system between FEM and modal testing due to the variation of rotating speed

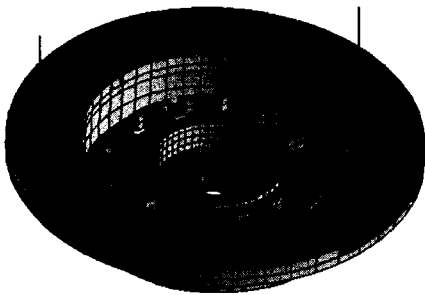


Fig. 4 FEM model for supporting structure

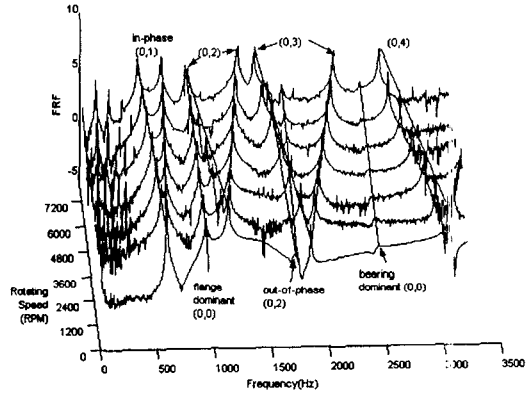


Fig. 7 Waterfall plot of a HDD spindle system

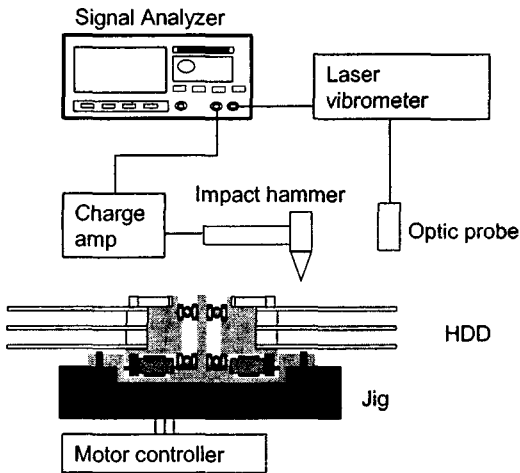


Fig. 5 Experimental setup

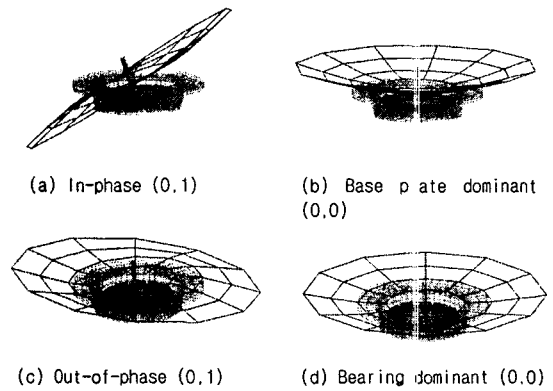


Fig. 8 Mode shapes of a HDD spindle system

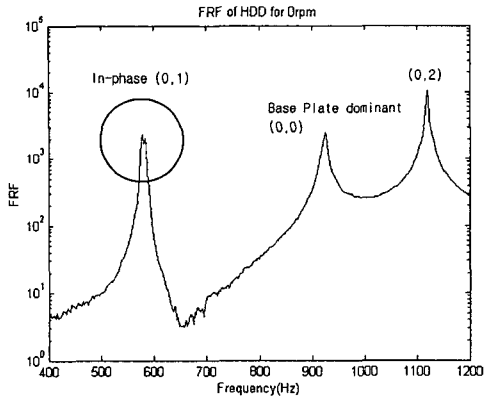


Fig. 9 FRF of HDD spindle system

Table 2 Comparison of natural frequencies between HDD spindle system and single disk

Mode #	HDD Spindle System	Single Disk(Mode)
1	577.28	996.67(0,1)
2	586.37	996.67(0,1)
3	961.97	1007.40(0,0)
4	1176.61	1176.61(0,2)
5	1666.32	
6	1684.77	
7	1877.31	1877.31(0,3)
8	2419.74	
9	3092.88	3092.88(0,4)

Table 1 Comparison of natural frequencies for a HDD spindle system between FEM and modal testing results

Mode	Analysis	Experiment	Error(%)
in-phase (0,1)	577.28	578	-0.13
in-phase (0,1)	586.37	584	0.41
base plate dominant (0,0)	961.97	924	4.11
(0,2)	1176.61	1120	5.05
out-of-phase (0,2)	1666.32	1672	-0.34
out-of-phase (0,2)	1684.77	1728	-2.50
(0,3)	1877.31	1836	2.25
bearing dominant (0,0)	2419.74	2388	1.33
(0,4)	3092.88	3032	2.01