

방진궤도가 부설된 역사의 진동해석 기법

Vibration Analysis Method for Railway Structure with Floating Slab

양신추* · 김태욱** · 강윤석***

Sin-Chu Yang, Tae-Wook Kim and Youn-Suk Kang

Key Words : Floating Slab(방진궤도), Vibration Analysis(진동해석), Vibration Reduction Efficiency(진동저감효과)

ABSTRACT

In this paper, a numerical method for evaluating the efficiency of vibration reduction of substructure under floating slab track is developed for optimal design of floating slab track. The equation of motion for train and track interaction system is derived by applying compatibility condition at the contact points between wheels and rails. The train is modelled by 3-masses system and the track by continuous support beam system. Numerical analyses are carried out to investigate the effects of train speed, stiffness and damping of slab-pad, and track irregularity upon vibration reduction in substructure under the track.

1. 서 론

열차가 고속으로 주행함에 따라 발생하는 소음 및 진동의 크기는 증가하는데 반하여 환경기준은 점점 강화되어가는 추세이므로 환경기준을 만족시키기 위한 방음, 방진 대책의 마련은 철도건설에 있어서 중요한 기술요건으로 자리하게 되었다. 특히 인구밀도가 높은 국내의 경우 철도와 주거지역이 매우 가깝게 위치할 수밖에 없어 향후 민원에 대비한 효율적이고 경제적인 방음, 방진기술의 개발은 철도건설이 계속적으로 증가추세에 있는 국내 여건상 시급한 과제라 할 수 있다.

역사내부 또는 철도 인접건물 내부의 소음, 진동을 효율적으로 저감시키는 방법으로서 방진궤도를 부설하는 방안이 철도 선진국을 중심으로 폭 넓게 채택되어 왔으며, 국내에서도 최근 지하철 1호선 부천역사 내의 방진궤도 부설을 시작으로 점점 그 사용이 증가하고 있다. 그러나 차량과 궤도의 상호작용을 기초로 한 치밀한 설계가 이루어지지 않을 경우 열차의 주행안전성 및 승차감이 저하될 우려가 있으며, 궤도의 동적해석을 통한 방진효율성 평가가 적절하게 수행되지 않을 경우 고가의 부설가격에 비추어 투자효과가

경감될 수 있다.

본 연구에서는 방진궤도의 방진효율 최적설계를 위하여 방진슬래브궤도 부설시 하부구조물에서의 진동저감효과를 정량적으로 평가할 수 있는 해석기법을 개발하였다. 차량과 궤도의 각 시스템 운동방정식에 기초하고 차륜/레일 접촉점에서의 적합조건을 고려함으로써 하나의 시스템 운동방정식을 도출하였으며, 이를 이용하여 차량과 궤도시스템의 상호작용 해석을 수행하였다. 이때 궤도는 연속보모델로 모형화하였으며, 차량은 3-집중질량 모델로 모형화하였다. 또한 개발된 해석기법과 유한요소해석과의 비교/검토를 통해 개발된 해석기법의 타당성을 검증하였으며, 방진슬래브궤도가 부설된 현장에서 진동을 측정 후 레일과 슬래브에 발생하는 가속도레벨을 해석결과와 비교함으로써 방진 슬래브궤도의 방진 효율성을 정량적으로 분석하였다.

2. 궤도의 조도하중에 대한 조화파 진동해석

2.1 차량과 레일의 상호작용력 계산

구조물상에 부설된 궤도의 동적해석을 위하여 Fig. 1과 같이 연속보모델로 모형화할 경우 차량의 전륜과 후륜에서 레일과 접촉하는 점에서의 상호작용력벡터 F_H 는 다음과 같이 나타내진다.

$$F_H(\omega) = K_H\{y_w(\omega) - y_r(\omega) - y_{r/w}(\omega)\} \quad (1)$$

* 한국철도기술연구원 궤도토목연구본부장

E-mail : scyang@krri.re.kr

Tel : (031) 460-5300, Fax : (031) 460-5319

** 한국철도기술연구원 궤도노반연구팀

*** 한국철도기술연구원 궤도노반연구팀

여기서 y_r 및 y_w , $y_{r/w}$ 는 차륜/접촉점에서의 레일, 차륜, 그리고 차륜/레일의 상대표면조도의 변위벡터들이고, K_H 는 차륜과 레일의 접촉면에서의 헤르쯔안(Hertzian) 스프링상수이다.

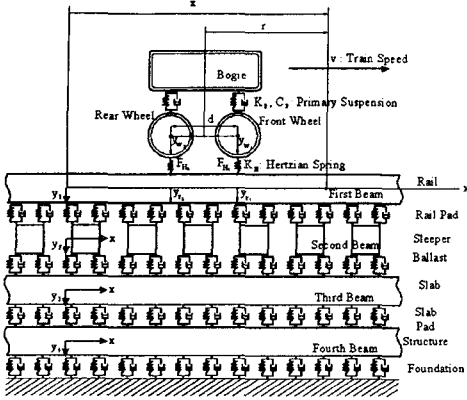


Fig. 1 궤도의 연속보 모형

식 (1)에서 차륜/접촉점에서의 차륜 및 레일의 어드미턴스 행렬과 상호작용력 사이의 관계를 고려하면 상호작용력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_H(\omega) = -[A_w(\omega) + A_r(\omega) + 1/K_H I]^{-1} y_{r/w}(\omega) \quad (2)$$

식 (2)로부터 상호작용하중벡터가 구해지면 전륜 및 후륜에서의 단위조화하중에 대한 대차중심에서 r만큼 떨어진 지점 i층의 변위는 차륜 및 레일의 어드미턴스로 표현되는 전달함수 $H_i(r, \omega)$ 를 이용하여 최종적으로 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_i^i(r, \omega) = H_i(r, \omega) y_{r/w}(\omega) \quad (3)$$

2.2 레일의 어드미턴스(Admittance) 계산

레일의 어드미턴스는 다음과 같은 과정을 통해 계산된다. 먼저 n-층의 연속지지모델로 모형화되는 궤도에 이동 조화하중(Harmonic excitation)을 작용할 경우에 대한 궤도부분계의 운동 방정식을 유도한다. 유도된 운동방정식을 상대좌표에 대해 편미분한 후 후리에 변환하면 식 (4)와 같은 n개의 연립방정식이 유도된다.

$$[C_i(s)]\{\bar{y}_i\} = \{F_i\} \quad (4)$$

식 (4)로부터 \bar{y}_i 를 구한 후 이것을 r-영역으로 다음 식과 같이 후리에 역변환하면 $\hat{y}_i(r, \omega)$ 가 얻어진다.

$$\hat{y}_i(r, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{y}_i(s) e^{isr} ds \quad (5)$$

최종적으로 식 (5)로부터 레일의 어드미턴스행렬은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A_r(\omega) = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(0, \omega)/F_1 & \hat{y}_1(a, \omega)/F_1 \\ \hat{y}_1(-a, \omega)/F_1 & \hat{y}_1(0, \omega)/F_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 a는 축간거리이다.

2.3 차륜의 어드미턴스(Admittance) 계산

차륜의 어드미턴스는 다음과 같이 계산된다.

먼저 차량의 1, 2차 현가장치(Suspension)와 대차(Bogie) 및 차체의 질량을 고려할 경우 조도로 인한 차량의 운동방정식을 유도한 후 이를 후리에 변환하면 다음과 같이 식을 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_b \\ \bar{y}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{F}_H \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 \bar{y}_b 는 보기의 변위벡터이며, \bar{y}_w 는 차륜의 변위벡터이다. \bar{F}_H 는 차륜에 작용하는 하중이다. 따라서 차륜의 어드미턴스는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$A_w(\omega) = (A_{22} - A_{12}^T A_{11}^{-1} A_{12})^{-1} \quad (8)$$

2.4 궤도의 PSD 응답

동일지점 i에 대한 궤도틀림 파워스펙트럼을 $S_{r/w_i}(\omega)$ 라 하면 Fig. 1에서와 같이 동일 레일상에 있는 r 지점에 대한 교차파워스펙트럼(CPSD; Cross Power Spectrum Density)은 자기상관함수(Autocorrelation Function)의 개념으로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$S_{r/w_i}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{r/w_i}(r) e^{-i\omega r} dr = S_{r/w_i}(\omega) e^{-i\omega r} \quad (9)$$

반면 상대거리 r지점에서에서 궤도의 i층의 변위에 대한 PSD는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_i(r, \omega) = \overline{H_i(r, \omega) S_{r/w} H_i(r, \omega)^T} \quad (10)$$

궤도의 변위에 대한 PSD응답이 구해지면 1/3 옥타브밴드(Octave Band) 주파수영역에서의 가속도레벨은 하한주파수(f)와 상한주파수(fu) 사이의 적분을 통해 최종적으로 다음

과 같이 표현된다.

$$dB(A_i) = 10 \log_{10} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_{\ddot{u}}(\omega) d\omega}{a_{ref}^2} \quad (11)$$

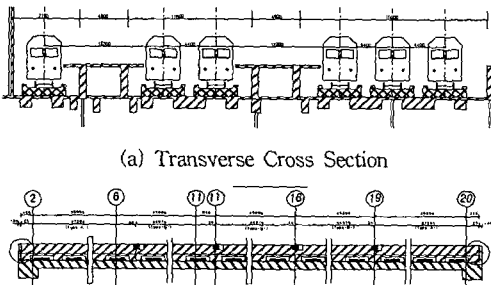
여기서 a_{ref} 는 가속도의 기준값으로서 $1.0 \times 10^{-5} m/sec^2$ 을 사용했다.

3. 하부구조물의 등가 모형화

앞서 제시한 해석기법을 사용하여 하부구조물의 진동을 평가하기 위해서는 하부구조물을 등가 윈클러(Winkler) 스프링지지 빔으로 합리적으로 모형화하는 작업이 필요하다. 일반적으로 3차원 구조특성을 가진 하부구조물을 윈클러스프링지지 2차원 빔으로 모형화하는 것은 어려울 수가 있다. 그러나 궤도선상의 하부구조물의 거동만을 고려하면 2차원적인 표현이 가능하고, 특히 궤도로 통해 분산된 동하중이 작용하므로 하부구조물의 거동형상은 비교적 단순하다고 할 수 있다. 또한 상판의 수직방향 고주파 진동은 상판의 구조특성에 의하여 크게 좌우된다고 할 수 있으므로 상판 거동은 윈클러스프링에 의하여 지지되는 2차원 빔으로 적절히 모형화될 수 있을 것이다.

3.1 해석대상 방진슬래브궤도 현황

전술했던 해석기법을 사용하여 서울지하철 1호선 부천역 사 내에 부설된 방진슬래브 궤도에서 진동을 해석하였다. Fig. 2-(a),(b)는 방진슬래브 궤도가 놓여 있는 구조물의 횡단면 및 종단면을 나타낸다. 역사 내에서 궤도는 총 6개 라인이 부설되어 있고 방진슬래브궤도는 역사의 길이와 동일한 400m이다. 궤도가 놓여 있는 하부구조물의 바닥판 슬래브 두께는 30cm이고, 횡방향 및 종방향 거더의 단면적은 각각 1.4×1.4 , 1.4×1.5 이며, 하부구조물은 상가로 사용되고 있다. 해석은 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 선로 ②의 시점부 25m 이격지점을 대상으로 하였다.



(a) Transverse Cross Section

(b) Longitudinal Cross Section

Fig. 2 해석대상 역사 현황

3.2 등가모형화하기 위한 기본가정

Fig. 3의 상부와 같은 하부구조물을 Fig. 3의 하단에 보이는 윈클러스프링지지 2차원 빔으로 모형화하기 위하여 필요한 물성치는 지지스프링 k , 지지감쇠계수 c , 휨강성 EI , 단위길이당 질량 m 등 4개로서 다음의 가정을 통하여 합리적으로 구해질 수 있다.

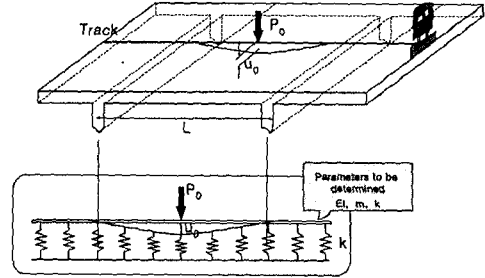


Fig. 3 하부구조물의 등가모형화

결정해야할 물성치중 궤도지지계수는 정적 및 동적 값이 동일하다고 가정하나, 하부구조물의 응답이 다수의 침투값을 가지므로 이를 모의할 수 있도록 하기 위하여 등가모델의 지지감쇠계수, 휨강성, 단위길이당 질량은 각각의 탁월주파수 영역에서 다른 값을 갖는다고 가정한다. 궤도가 놓이는 하부구조물 중앙에 조화하중이 작용할 때, 다음의 세 부가정을 통하여 각각의 물성치가 결정된다.

- (1) 정적인 경우($\omega=0$), 궤도의 중심선을 따라 변위를 적분한 값은 등가모델과 실구조물이 같다(지지계수 결정).
- (2) 등가모델과 실구조물의 공진주파수는 같다(단위길이당 질량 결정).
- (3) 감쇠계수는 Bandwidth method 방법에 의하여 구해진다. 단, 일반적으로 1질점 모델에서 공진주파수 응답을 기준으로 $1/\sqrt{2}$ (Half power)배에 대응하는 두 개의 주파수를 구하는 것과는 달리, 본 연구에서는 등가모델에 적합하도록 수정된 값인 공진주파수 응답의 $1/23/8$ 배에 대응하는 주파수를 구한다(지지감쇠계수 결정).
- (4) 공진주파수에서 하중작용점에서의 등가모델과 실구조물의 변위응답은 같다(휨강성 결정).

상기의 가정들로부터 다음의 관계식들이 얻어진다.

첫 번째 가정으로부터,

$$k = P_0/A_0 \quad (12)$$

여기서 A_0 는 점하중 P_0 에 의해 발생된 실구조물의 변위를 궤도를 따라 적분한 값이다.

두 번째 가정으로부터,

$$\sqrt{k/m_i} = \omega_{ni} \quad (13)$$

여기서 ω_{ni} 는 실구조물의 i 번째 공진주파수이고, m_i 는 i 번째 공진주파수에 대응하는 등가모델의 단위길이당 질량이다.

세 번째 가정으로부터

$$\xi_i = \frac{c_i}{\sqrt{m_i k}} = \frac{1}{2} \frac{(\omega_{i2} - \omega_{i1})}{\omega_{ni}} \quad (14)$$

여기서 ξ_i 는 등가모델의 감쇠계수비이고, c_i 는 i 번째 공진주파수에 대응하는 등가모델에서의 감쇠계수이며, ω_{i1} , ω_{i2} 는 각각 i 번째 공진주파수 응답의 1/23/8 배 크기의 응답에 대응하는 주파수(i 번째 공진주파수 근처)들이다.

네 번째 가정으로부터

$$\bar{u}_{ni} = u_{oi}(2\xi_i)^{-3/4} \quad (15)$$

여기서 \bar{u}_{ni} 는 i 번째 공진주파수에서의 실구조물의 진폭 응답이고, u_{oi} 는 i 번째 공진주파수와 같은 공진주파수를 갖는 등가모델의 정적응답으로서 다음과 같이 구해진다.

$$u_{oi} = \frac{P_o}{2\sqrt{2} (EI)_i^{1/4} k^{3/4}} \quad (16)$$

따라서 식 (15), (16)으로부터 다음의 관계식이 얻어진다.

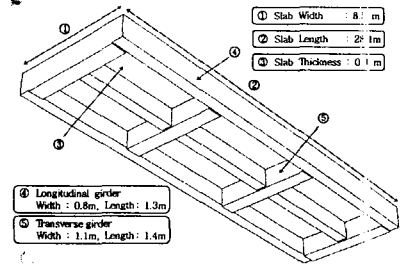
$$(EI)_i = \frac{P_o^4}{512 \bar{u}_{ni}^4 \xi_i^3 k^3} \quad (17)$$

여기서 EI_i 는 i 번째 공진주파수에 대응하는 등가모델의 휨강성이다.

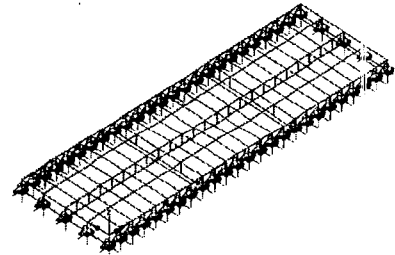
케도가 놓이는 하부구조물 중앙에 조화하중이 작용할 때 실구조물 구조해석을 통하여 정적인 경우($\omega=0$) 케도선상의 구조물변위를 구하면 첫 번째 가정으로부터 케도지지계수, k 를 구할 수 있다. 또한 가진점의 변위응답에 대한 전달함수를 구하면 공진주파수를 포함한 탁월주파수 영역을 나눌 수 있고, 따라서 나머지 가정들로부터 차례로 단위길이당 질량, 지지감쇠계수, 휨강성 등을 구할 수 있다.

3.3 등가모델의 파라메타 선정

열차가 주행할 때 하부구조물 상판에서의 진동은 케도하부를 중심으로 강성기둥 내측에서 탁월하고 그 외측에서는 급격하게 진동이 감소할 것으로 판단된다. 따라서 앞서의 기본가정을 바탕으로 하부구조물을 윙클러지 지스프링 2차빔으로 모형화 할 경우 대응하는 파라메타를 계산하기 위한 하부구조물 상판의 해석대상영역은 4개 횡방향 거더 폭 x 3개 종방향 거더 폭으로 하였다. Fig. 4-(a)(b)는 하부구조물을 윙클러지 지스프링 2차빔으로 모형화하기 위한 해석영역 및 해석모형을 나타내며, Table 1은 수치해석에 사용된 제원 및 물성치를 나타낸다.



(a) 해석대상 상판(under view)



(b) 해석모형

Fig. 4 하부구조물의 해석영역 및 해석모형

Table 1 해석시 입력 제원 및 물성치

Items	Properties	
Analysis program	LUSUS Ver 13.4	
Element type	3D Cross Section Beam(1SX4) 4 Divisions, Quadratic Interpolation Order	
Girder	Logitudinal	0.8m x1.1m
	Area	0.8m x1.4m
Length of slab	28.1m	
Width of slab	8.5m	
Thickness of slab	0.3m	
Elastic modulus	$3.0 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$	
Mass density	2.7 t/m^3	
Poisson's ratio	0.2	
Damping ratio	3%	
Loading	$1\text{kN e}^{i\omega t}$	

조화하중 해석을 통하여 얻어진 전달함수로부터 탁월주파수영역 및 고유진동수와 각각에 대응하는 등가모델의 물성치를 산정하였으며 이는 Table 2와 같다.

Table 2 탁월주파수 영역별 등가모델의 물성치

Dominant frequency range(Hz)	F1	F2	F3	F4	F5	F6
0.0~15.4	15.4	15.4~21.9	21.9~27.3	27.3~35.4	35.4~47.7	47.7~∞
Resonant frequency	12.7	18.7	25.6	28.8	41.5	50.5
Response at resonant frequency(m)	4.52E-7	1.82E-7	9.4E-8	7.91E-8	7.05E-8	4.59E-8
Equivalent material	k_1 (kN/m ²)	5.4E+6	5.4E+6	5.4E+6	5.4E+6	5.4E+6
	m_1 (kN/m ³)	8.4E+2	3.9E+2	2.1E+2	1.6E+2	7.8E+1
	c_1 (kN·sec/m)	8.5E+2	5.2E+2	4.4E+2	3.9E+2	3.7E+2
	E_d_1 (kN/m ²)	1.5E+8	7.7E+9	7.2E+11	1.5E+11	8.8E+10

등가모델이 실구조물의 거동을 잘 모의할 수 있는가를 검토하기 위해 상기의 평가된 물성치를 사용하여 궤도선상 중앙에 정하중이 작용하는 경우에 대한 정하중 해석을 수행한 후 궤도선상의 변위를 실구조물의 구조해석결과와 함께 Fig. 5에 나타내었다.

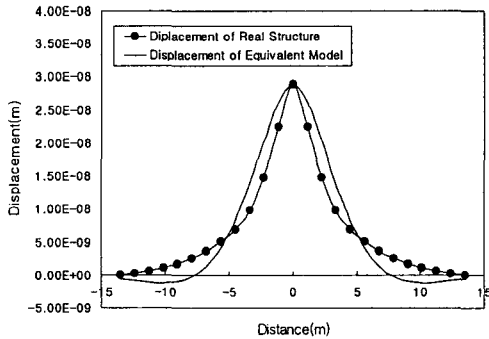


Fig. 5 정하중 비교해석 결과

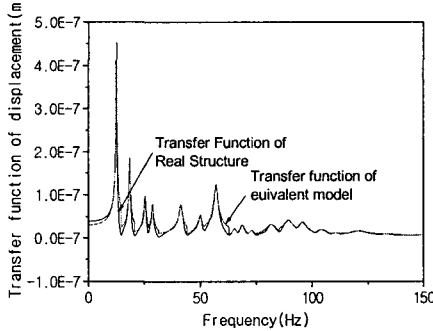


Fig. 6 조화하중 비교해석 결과

또한 조화하중이 작용하는 경우 주파수에 따른 가진지점의

변위응답을 실구조물의 해석결과와 함께 Fig. 6에 나타내었다. 이들 결과로부터 등가모델이 실구조물의 거동을 비교적 잘 모의할 수 있는 것을 알 수 있다.

4. 방진슬래브 궤도 하부 구조물의 진동해석

현장조건을 고려하여 방진슬래브궤도 및 하부구조물에서의 진동해석을 수행하였다. 해석에 사용된 방진슬래브궤도의 단면은 Fig. 7과 같다

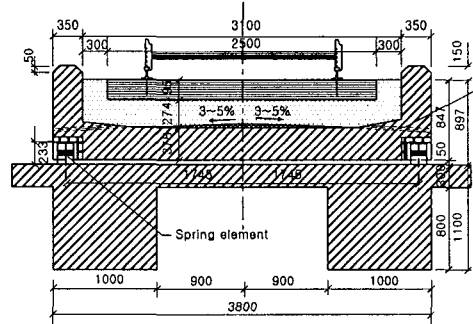
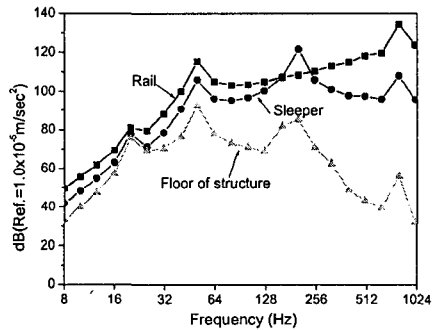
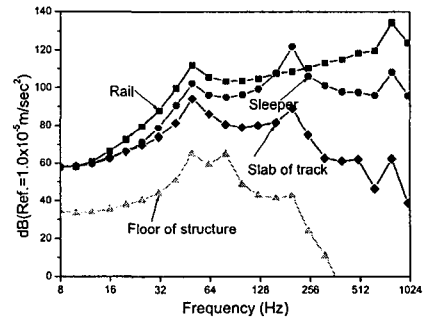


Fig. 7 방진슬래브 궤도단면



(a) Normal Ballast Track



(b) Floating Slab Track

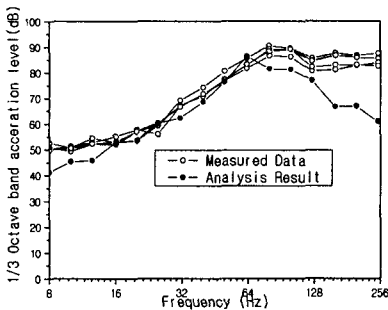
Fig. 8 진동해석결과비교(1/3 Octave band level)

Fig. 8은 방진궤도를 부설하지 않은 경우와 방진궤도를 부설한 경우에 대한 해석결과를 1/3 옥타브밴드레벨로 나타

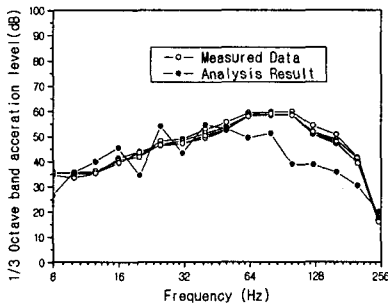
낸 것이다. 이들 결과로부터 방진케도를 부설하면 레일과 침목에서의 진동레벨은 변동이 없으나 하부구조물에서의 진동은 크게 감소시킬 수 있는 것을 알 수 있다. 특히 방진 슬래브 케도는 저주파수 대역보다는 고주파수 대역에서의 진동을 감소시켜 구조물로부터 방사되는 구체전달소음(Structure Bone Noise)를 크게 감소시킬 수 있음을 알 수 있다.

5. 진동 계측을 통한 해석방법의 검증

방진슬래브케도의 방진효율성을 평가하기 위해 부천역사에서 현장계측을 수행하였으며 이를 해석결과와 비교하였다. Fig. 9-(a),(b)는 방진슬래브케도의 하부구조물 상판과 슬래브에서 발생된 진동레벨을 표시한 것으로서 측정결과와 해석결과를 함께 나타내고 있다.



(a) 구조물 상판의 진동레벨 비교



(b) 슬래브의 진동레벨 비교

Fig. 9 측정결과와 해석결과와의 비교

이들 결과로부터 구조물 상판에서의 진동레벨은 측정결과와 해석결과가 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있으나 케도슬래브에서의 진동은 다소의 차이가 있음을 알 수 있다. 이러한 차이는 실제 많은 인자에 의하여 영향을 받는 복잡한 진동계를 단순화하여 모형화함에 따른 것도 있지만 해석상에 사용한 많은 물성치를 실측으로부터 얻은 값을 사용하지 않고 가정하여 사용한 원인으로 크다고 판단된다.

그러나 방진슬래브케도의 부설은 케도하부 구조물의 진동을 저감시키는 것을 가장 큰 목적으로 하기 때문에 1차적인 진동저감효과의 평가가 중요하다고 할 수 있다. 이러한 측면에서 본 해석기법을 이용하면 방진슬래브케도 각각의 제원 및 물성치가 하부구조물의 진동에 미치는 영향을 비교적 정확하게 평가할 수 있어 향후 방진케도 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

6. 결 론

본 연구에서는 방진케도의 방진효율 최적설계를 위하여 방진슬래브케도 부설시 하부구조물에서의 진동저감효과를 정량적으로 평가할 수 있는 해석기법을 개발하였다. 또한 개발된 해석기법과 유한요소해석과의 비교/검토를 통해 개발된 해석기법의 타당성을 검증하였으며, 방진슬래브케도가 부설된 현장에서 진동을 계측한 후 레일과 슬래브에 발생하는 가속도레벨을 해석결과와 비교함으로써 방진 슬래브 케도의 방진 효율성을 정량적으로 분석하였다.

- (1) 하부구조물에서의 진동저감은 주파수에 비례하여 증가함을 알 수 있다. 그러나 슬래브 상부에 있는 레일과 침목에서의 진동은 방진슬래브를 부설하기 전과 거의 차이가 없음을 알 수 있다.
- (2) 즉, 방진케도를 부설하면 레일과 침목에서의 진동레벨은 변동이 없으나 하부구조물에서의 진동은 크게 감소시킬 수 있는 것을 알 수 있다. 특히 방진슬래브 케도는 저주파수 대역보다는 고주파수 대역에서의 진동을 감소시켜 구조물로부터 방사되는 구체전달소음(Structure Bone Noise)를 크게 감소시킬 수 있음을 알 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) 양신추 (1997), "차량과 케도의 상호작용을 통한 하부구조물에 작용하는 동하중의 산정", 대한토목학회논문집, 제 17권 I-1.
- (2) 양신추, 고영현 (1994. 12), "열차주행시 하부구조물에 작용하는 동하중의 산정", 한국고속철도건설공단.
- (3) Esveld, C. (1989), "Modern Railway Track", Head of quality Control and Rail Technology NS Permanent Way Department.
- (4) Grag, Vijay K. and Dukkipati, Rao V. (1984), "Dynamic of railway vehicle systems", Academic Press.
- (5) Sato, Y. (1976), "Railway Technical Research Report-Study on High Frequency Vibrations in Track", The Railway Technical Research Institute, Japanese National Railways, No. 1013.