

현수교 초기장력이 고유주기 산정에 미치는 영향

Effect of Initial Tension on Natural Periods for a Suspension Bridge

김 호 경* 이 재 홍**
Ho-Kyung Kim* Jae-Hong Lee**

Key Words : Suspension Bridge, Initial Tension, Natural Period

ABSTRACT

Natural periods are usually determined by the so-called linearized finite displacement theory even for a suspension bridge. This linearized method, with formulating structural stiffness by taking dead-load tension into consideration, calculates the natural periods of the bridge. As a result, the assumed initial tensions for each cable member may affect the accuracy of calculated natural periods and some other dynamic responses. This paper mainly demonstrates the effect of initially introduced tension accuracy on the evaluation of dynamic characteristics for a suspension bridge.

1. 서론

현수교는 특유의 유연성으로 인해 기하비선형성을 보일 수도 있지만 지진동 해석 시 이를 고려하기 위해서는 설계 스펙트럼과 부합되는 인공지진 등을 사용하여 시간영역해석을 수행해야 한다. 특히 확률적으로 정의되는 지진하중을 효율적으로 고려하기 위해서는 충분한 경우 수의 지진 시간이력을 사용하여야 한다. 따라서 실제 설계 시, 비선형성을 검토하기 위해 부분적으로 이와 같은 시간영역해석법을 적용하고 있지만, 국내에서 설계 또는 시공되고 있는 현수교의 경우 일반적으로 응답스펙트럼법을 사용해 탄성 지진력을 산정하고 있다.

응답스펙트럼법은 이미 대부분의 범용 구조해석 프로그램이 지원하고 있는 기능이므로 현수교 설계 시, 다른 하중에 비해 범용 프로그램 의존도가 높은 편이다. 범용 프로그램, 특히 SAP2000 등 선형프로그램을 통해 현수교와 같은 케이블 구조를 해석하는 것도 물론 가능하나 이를 위해서는 케이블 구조에 대한 이해와 적절한 모델링 방안을 검토할 필요가 있다.

따라서 본 연구에서는 하나의 현수교에 대해 고정하중에 의한 케이블의 초기부재력 산정결과가 동적해석에

미치는 영향을 검토하고자 하였다. 특히 응답스펙트럼법과 같은 모드 베이스의 동적해석에 가장 기본이 되는 것은 고유주기라 할 수 있다. 결국 응답스펙트럼법에 의한 지진동 해석의 정확도는 고유주기 산정의 정확도와 큰 상관관계를 갖게 될 것이므로 본 연구에서는 여러 대상 인자 중 고유주기에 초점을 맞춰 초기형상 결과가 선형화유한변위이론에 미칠 수 있는 영향을 검토해 보았다.

해석 방법은 선형화유한변위이론을 따랐다. 즉, 고정하중 장력에 의한 강도 증강효과(stiffening effect)를 고려해 강도매트릭스를 구성하고 이로부터 고유진동해석을 수행하였다. 이를 위하여 Kim et al.⁽¹⁾이 제안한 바 있는 초기형상 결정법에 따라 고정하중에 대한 대상 교량의 목표 초기장력을 구하고 이 값을 SAP2000에 의한 고유진동해석 시 초기부재력으로 고려하였다.

2. 대상 교량 및 해석 모델

2.1 대상 교량의 형식 및 체원

본 연구에서 채택한 대상 교량은 그림 1과 같이 플로팅시스템(floating system)을 채택하고 있는 현수교로서 경간은 190m-750m-190m로 구성되어 있다. 보강형은 그림 2와 같이 왕복 2차선 유선형 강박스 형식이며 주탑의 기둥부는 철근 콘크리트 구조, 가토보는 프리스트레스트 콘크리트 구조 형식을 취하고 있다. 이 교량

* 정회원, 목포대학교 건축조경토목공학부 부교수
E-mail : hkkim@mokpo.ac.kr
Tel: (061) 450-2475, Fax: (061) 452-6468

** 목포대학교 토목공학과 석사과정

은 거금도 연도교 II단계 가설공사에 응모안으로 실시 설계된 것으로서 표 1은 보강형, 주케이블 및 행어 등의 단면값을 나타내고 있다.

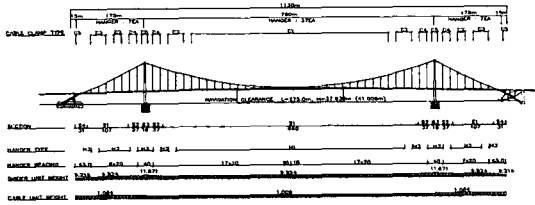


그림 1 대상 교량

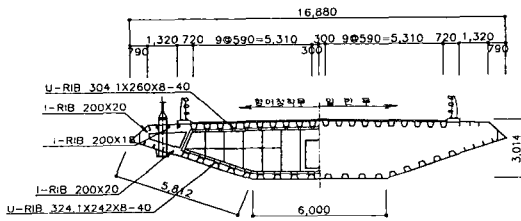


그림 2 보강형 단면

2.2 해석 모델

그림 3은 3차원 SAP2000 해석모델을 나타내고 있다. 보강형과 주탑은 프레임요소를 사용하여 모델링 하였으며 주케이블과 행어도 프레임요소를 사용하되 양단에 힌지를 부여해 휨에 저항하지 못하도록 하였다. 주탑과 보강형 사이의 윈드 슈 모델링을 위해 NLLINK요소를 사용하였다.

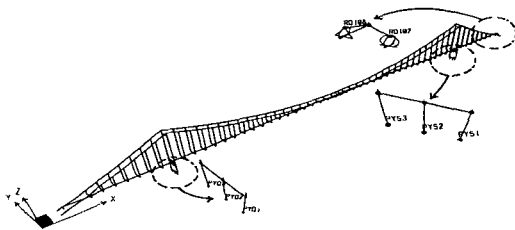


그림 3 해석 모델

플로팅 교량의 단부 종방향 변위를 제어할 목적으로 그림 3의 우측 단부에 충격흡수용 버퍼(buffer)가 설치되었으나 본 연구에서는 이를 고려하지 않았다.

2.3 목표 초기장력

고유진동해석 및 응답스펙트럼해석은 고정하중에 대한 정적 평형상태에서 출발하게 된다⁽²⁾. 정적 평형상태란 고정하중에 의해 발생하는 부재 내력과 외력(고정하중)의 평형상태를 의미하는 것으로서 궁극적으로는 고정하중에 대한 정적 비선형해석을 통해 구현할 수 있다.

이렇게 구현된 초기평형상태는 자체평형(self-equilibrium) 상태이므로 정·동적 비선형 활하중해석이나 제작캠버 및 시공관리를 위한 대변위 시공단계해석에 활용될 수 있다⁽¹⁾.

그러나 SAP2000과 같은 선형해석 프로그램을 사용하여 선형화유한변위해석을 수행하는 경우라면 비선형 해석을 통하지 않고 보다 간편하게 주케이블의 좌표와 초기장력을 얻을 수도 있다. 즉, 오츠키가 제안한 바와 같이 별도의 구조해석 과정 없이 직선으로 가정한 케이블 요소의 장력과 절점하중 간의 힘의 평형으로부터 연립방정식을 풀어서 케이블 절점 좌표와 초기 장력을 산출하는 방법도 널리 사용되고 있지만 기본적으로 이 방법은 비선형 해석 등을 통해 가정한 초기평형상태의 만족도를 확인하지 않기 때문에 이에 대한 기본 지식이 충분치 못하면 오히려 실제 도입될 장력이나 형상과 차이를 갖는 모델을 구성할 가능성도 배제하기 어렵다.

본 연구에서는 Kim et al.⁽¹⁾ 등이 제안한 후자의 방법으로 대상 교량의 케이블 절점 좌표와 변형전 길이를 산출하고 자동 반복계산 알고리즘에 따라 해석적으로 자체평형(self-equilibrium)이 완벽히 맞는 해석모델을 구현하였다. 이는 SAP2000 해석 전단계의 과정으로서 형상해석 목적으로 개발된 자동화 비선형 프로그램을 사용하여 수행되었다. 형상해석 프로그램을 사용하여 목표 새그를 만족할 뿐만 아니라 각 절점의 자체평형도 엄밀히 맞추어진 형상해석 결과로 얻게 된 케이블 장력 값을 목표 장력, 즉 SAP2000 모델링 시 각 케이블 부재에 도입되어야 할 목표값으로 간주하였다. 단, 탄성현수선 케이블요소는 부재 양단에서의 장력이 실제와 같이 다른 값으로 결정되므로 SAP2000의 프레임부재로 모델링할 때에는 양단의 장력을 평균하여 초기 부재력으로 고려하였다.

SAP2000에 의한 고유진동해석은 이 정적 평형상태를 기준으로 하는 미소변형 해석이며, 고정하중에 의해 케이블에 소기의 장력이 도입된 상태에서의 접선강도행렬을 구성하여 다음과 같이 고유값을 구하는 것으로 설명할 수 있다.

$$K_T \cdot \Delta u = \Delta F \quad (1)$$

여기서 K_T 는 고정하중에 의한 초기평형상태에서의 접선강도행렬이다. 이 때 SAP2000에서 케이블의 초기장력과 주탑의 초기압축력을 고려한 접선강도행렬을 구성하도록 하기 위해 PDFORCE라는 명령어를 활용하였다.

3. 초기장력 변화에 따른 고유주기의 변화

케이블 초기 장력의 정확도가 고유진동수의 산정에 미치는 영향을 파악해 보고자 하였다. 이를 위하여 각 케이블 요소의 목표 장력을 기준으로 -20%~+20%의

범위 내에서 10%의 간격으로 변화를 가하며 주요 저차 모드의 고유진동수 변화를 산정 비교해 보았다.

먼저 주케이블과 행어 부재에 목표 초기장력을 도입하고 또한 주탑 부재에도 초기 압축력을 도입한 해석모델에 대하여 고유진동해석을 수행한 결과 1차 모드는 횡방향 모드로서 10.005sec의 고유주기를 보이며 2차 모드는 역대칭 수직방향 모드와 중방향 모드가 합성된 것으로 7.625sec의 고유진동수를 나타냈다. 비틀림 모드는 22차 모드로서 1.791sec의 고유진동수를 나타냈다. 대표적인 모드에 대한 진동 형상을 그림 4에 나타내었다.



(a) 1차 모드 (횡방향, 10.005sec) (평면도)



(b) 2차 모드 (중방향+역대칭 수직방향, 7.625sec) (정면도)



(c) 22차 모드 (비틀림, 1.791sec) (정면도)

그림 4 대표 모드에 대한 진동 형상

검토의 효율을 위해 다음과 같이 각 부재에 대한 장력비를 정의하였다.

장력비 (Tension Ratio; $T.R.$) =

$$\frac{PDFORCE \text{ 명령어에 의해 부재에 도입된 장력}}{\text{초기형상해석을 통해 결정된 부재의 목표 장력}} \quad (2)$$

따라서 장력비가 1.0이면 엄밀한 형상해석에 의해 결정된 초기장력이 주케이블 및 행어에 도입된 상태를 의미한다. 장력비의 변화에 대한 고유진동수 변화 양상을 파악하기 위해 주케이블과 행어를 구성하고 있는 모든 케이블 부재에 대해 일률적으로 장력비를 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2로 변화시키며 고유진동수를 구하였다.

검토 대상 모드로는 장력비가 1.0일 때, 즉 목표초기장력이 주케이블과 행어에 도입되었을 때의 고유진동해석 결과를 바탕으로 저차모드 10개와 비틀림모드 2개를 선정하였다. 검토 대상 12개 모드에 대한 구체적인 사항은 표 2를 참조한다. 장력비의 변화에 따른 고유주기 변화는 표 3을 참조한다.

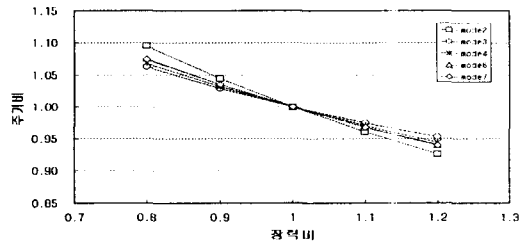
검토의 효율을 위해 장력비와 유사하게 주기비를 다음과 같이 정의하였고, 장력비의 변화에 따른 주기비의

변화를 표 4에 수록하였다.

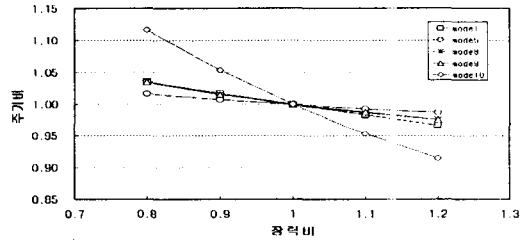
주기비 (Period Ratio; $P.R.$) =

$$\frac{\text{특정 장력비에 따라 계산된 해당 모드의 주기}}{\text{장력비 1.0일때의 해당 모드의 주기}} \quad (3)$$

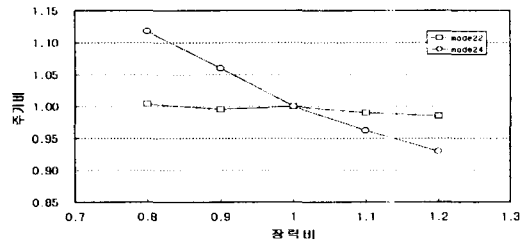
표 4에 나타낸 바와 같이 장력비가 변화하면 각 모드별로 민감도에 차이가 있지만 주기비가 변화하는 것을 확인할 수 있었다. 각 모드별 민감도를 보다 쉽게 나타내기 위하여 고려된 총 12 모드를 크게 수직모드(중방향모드가 연계되거나 안되는 모든 경우, 즉 모드번호 2, 3, 4, 6, 7), 횡방향모드(모드번호 1, 5, 8, 9, 10), 그리고 비틀림모드(모드번호 22, 24)로 구분하여 장력비 변화에 따른 주기비 변화를 그림 5에 나타내었다.



(a) 수직모드(중방향모드 포함)



(b) 횡방향모드



(c) 비틀림모드

그림 5 장력비 변화에 따른 주기비 변화

그림 5에 따르면, 장력비에 변화에 따라 주기가 가장 민감하게 변화하는 모드는 횡방향모드인 0번과 비틀림모드인 24번임을 알 수 있으며 도입장력이 약 20% 감소하면 주기가 약 12% 정도 증가하는 것을 나타내고 있다. 이러한 민감도는 각 모드별로 차이를 나타내기는 하지만, 전반적으로 횡방향모드의 경우 그 민감도가 낮

은 것으로 나타났다. 도입장력에 20%정도의 오차가 발생해도 주기의 변화율은 약 3~4%정도에 머물렀다. 다만, 10번 모드의 경우는 다른 횡방향모드와는 달리 중앙경간 주케이블만의 횡방향 진동모드로서, 보강형이나 주탑의 진동이 수반되지 않으므로 도입장력의 변화가 진동과 관계된 강성 변화에 직접적으로 연결됨으로써 그 민감도가 크게 되는 것으로 사료된다.

수직모드는 20% 정도의 도입장력 오차에 7~10%정도의 주기비 변화가 발생함을 확인하였다. 비록 그 차이가 크지는 않지만 종방향 변위를 동반하는 수직모드의 경우 민감도가 더 크게 나타남을 알 수 있었다. 예를 들어 2번 모드는 실제로 종방향모드로 구별될 수 있는 정도의 형상을 나타내고 있는데 그 결과 수직모드 중에서 장력비에 대한 가장 큰 민감도를 나타내고 있다. 또한 6번과 7번 모드도 그 크기는 작지만 종방향모드를 동반하는 역대칭 모드로서 미소하나마 종방향모드를 전혀 동반하지 않는 대칭 모드인 3번과 4번 모드에 비해 약간이라도 큰 민감도를 보이고 있다. 이는 플로팅시스템으로 주케이블이 보강형을 지지하게 되어 종방향 운동시 주케이블과 행어 강성이 차지하는 비중이 커짐에 따른 결과로 판단된다.

비틀림모드의 경우 두가지 저차모드만을 고려하였는데, 다른 경우와는 달리 그 두 모드에 대한 민감도가 양극화된 현상을 보였다. 22번 모드가 24번 모드에 비해 주경간 비틀림 현상이 더 크게 나타남이 확인되었으나 전반적으로는 매우 유사한 현상을 보이고 있다. 주탑 가로보가 보강형을 직접 지지하지 않는 플로팅시스템이므로 일반적인 현상과는 달리 주경간과 측경간이 같은 위상으로 비틀림진동이 발생할 수 있는데 22번 모드가 이에 해당된다. 그 진동이 3경간에 걸쳐 발생하므로 주탑 자체에도 비틀림 진동이 연계되는 현상이 나타났으나 도입장력량에 대한 민감도는 거의 나타나지 않았다. 반면 24번 모드는 주탑 가로보 위치에서 비틀림진동이 제한되는, 일반 현상과의 1차 비틀림진동과 유사한 형상의 진동 모드이며 따라서 주경간과 측경간이 반대 위상으로 진동함을 확인하였다. 이 모드의 경우, 도입된 장력에 따라 주기가 변화하는 정도가 큰 것으로 확인되었다.

4. 결 론

초기장력값의 정확도가 고유주기 결정에 미치는 영향을 검토하기 위하여 하나의 대상교량에 대해 장력비를 변화시키며 검토한 결과, 도입장력에 약 20% 정도의 오차가 발생하는 경우 저차모드의 주기비는 12% 정도까지 오차를 나타낼 수 있는 것으로 확인되었다. 따라서 검토된 교량의 경우, 도입장력의 오차량에 대해 계산된 주기의 오차 가능량은 약 60% 정도에 달할 수 있는 것으로 판단된다. 이는 물론 교량의 형식과 다른 여러 변수에 따라 차이를 보일 수 있겠지만 검토된 교량도 실패교량과 거의 같은 수준의 교량이므로 하나의 경향으로 받아들일 수 있을 것이다. 본 연구에서는 지진동 해석 결과에 미치는 영향에 대해서는 언급하지 않았으나 고유주기에 미치는 민감도와 비슷한 수준의 결과가 나타남을 잠정적으로 확인하였다. 초기장력 산정의 정확도는 사용방법이나 사용자에 따라 차이가 있을 수 있으며 영종대교 등 기존 교량의 경우 약산에 의한 장력이 엄밀한 결과와 대략 5~10%의 차이를 보일 수 있는 것으로 판단되며 따라서 극단적으로는 동특성 결정 결과에 5% 정도의 오차가 생길 가능성이 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특장기초연구 과제번호 R01-2002-000-00265-0 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Kim, Ho-Kyung, Lee, Myeong-Jae, and Chang, Sung-Pil, 2002, "Non-linear shape-finding analysis of a self-anchored suspension bridge," Engineering Structures 24(12), pp.1547~1559.
- (2) 김호경, 1996, "케이블지교량의 모델링 및 정·동적 비선형 해석에 대한 고찰", 한국강구조학회지 제8권 2호, pp.35-40.

표 1 대상 교량의 단면 제원

구분	단면	단면적 (m ²)	단면이차모멘트 (m ⁴)		비틀림상수 (m ⁴)	질량극관성 모멘트 (tonf·m ² /m)	단위 길이당 총량 (tonf/m)
			약축	강축			
보강형	Section 1	0.6874	0.9142	15.6311	2.016	175.6	-
	Section 2	1.1732	1.7738	18.4716	4.747	-	-
	Section 3	0.6267	0.9215	9.5066	2.010	175.6	-
주케이블	주경간	0.1045	-	-	-	-	0.820
	측경간	0.1141	-	-	-	-	0.896
센터 스테이	보강형부	0.0198	0.000428	0.000203	0.000418	-	-
	케이블부	0.0347	0.000979	0.00243	0.00214	-	-
행어	H1	0.003963	-	-	-	-	0.0333
	H2	0.004664	-	-	-	-	0.0392
	H3	0.010476	-	-	-	-	0.0881

표 2 검토 대상 모드 (장력비 1.0의 경우)

Mode no.	Period (sec)	Dominant	Structural Component ^{*)}	Span	Shape ^{**)}	Remarks
1	10.005	lateral	G, C	mainly center	S	
2	7.625	longitudinal+vertical	G, C	all	AS	vertical motion limited only in center span
3	5.440	vertical	G, C, T	all	S	
4	4.144	vertical	G, C, T	all	S	
5	4.099	lateral	G, C, T	all	AS	
6	3.238	vertical+longitudinal	G, C, T	all	AS	
7	3.188	vertical+longitudinal	G, C, T	all	AS	
8	3.186	lateral	T, C	all	S	
9	3.147	lateral	T, C	all	AS	
10	2.685	lateral	C	center	S	
22	1.791	torsional+lateral	G, C, T	all	S	center and side spans in-phase lateral motion limited only in side spans
24	1.753	torsional+lateral	G, C, T	all	S	center and side spans out-of-phase lateral motion limited only in side spans

*) G: stiffening girder; C: main cable; T: main tower

***) S: symmetric; AS: asymmetric

표 3 초기장력비의 변화에 따른 검토 대상 모드 고유주기의 변화

Mode no. for T.R.=1.0	Period (sec)									
	T.R.=0.8		T.R.=0.9		T.R.=1.0		T.R.=1.1		T.R.=1.2	
1	10.362	(1)	10.178	(1)	10.005		9.843	(1)	9.690	(1)
2	8.350	(2)	7.962	(2)	7.625		7.328	(2)	7.064	(2)
3	5.781	(3)	5.597	(3)	5.439		5.304	(3)	5.186	(3)
4	4.427	(4)	4.278	(4)	4.144		4.023	(5)	3.913	(5)
5	4.167	(5)	4.130	(5)	4.099		4.072	(4)	4.047	(4)
6	3.482	(6)	3.352	(6)	3.238		3.136	(7)	3.045	(3)
7	3.426	(7)	3.300	(7)	3.188		3.087	(9)	2.996	(3)
8	3.300	(8)	3.235	(8)	3.186		3.146	(6)	3.113	(5)
9	3.256	(9)	3.194	(9)	3.147		3.108	(8)	3.075	(7)
10	2.999	(11)	2.829	(10)	2.685		2.561	(10)	2.453	(1)
22	1.799	(24)	1.784	(24)	1.791		1.774	(20)	1.765	(0)
24	1.960	(20)	1.858	(21)	1.753		1.687	(23)	1.631	(3)

()안의 숫자는 해당 장력비에 대한 고유진동해석에 따라 얻어진 해당 모드의 번호

표 4 장력비의 변화에 따른 주기비의 변화

Mode no. for T.R.=1.0	Period Ratio				
	T.R.=0.8	T.R.=0.9	T.R.=1.0	T.R.=1.1	T.R.=1.2
1	1.036	1.017	1.000	0.984	0.968
2	1.095	1.044	1.000	0.961	0.926
3	1.063	1.029	1.000	0.975	0.953
4	1.068	1.032	1.000	0.971	0.944
5	1.017	1.008	1.000	0.993	0.987
6	1.075	1.035	1.000	0.969	0.941
7	1.075	1.035	1.000	0.968	0.940
8	1.036	1.015	1.000	0.988	0.977
9	1.035	1.015	1.000	0.988	0.977
10	1.117	1.054	1.000	0.954	0.914
22	1.004	0.996	1.000	0.991	0.985
24	1.118	1.060	1.000	0.962	0.930