

집속체 유동계의 모델링과 운동 특성해석

김종성*(경희대학교 기계·산업시스템공학부), 허 유(경희대학교 기계·산업시스템공학부)
김윤혁(경희대학교 기계·산업시스템공학부)

Modeling and Analysis of Dynamic Characteristic for Bundle Fluid System

J. S. Kim(Textile Eng., Dept., Graduate School, KHU), Y. Huh(Mechanical and Industrial Systems Eng., College, KHU), Y. H. Kim(Mechanical and Industrial Systems Eng., College, KHU)

ABSTRACT

Drawing is a mechanical operation that attenuates thick material to an appropriate thickness for the next processing or end usage. When the input material has the form of a bundle or bundles made of very thin and long shaped wire or fibers, this attenuation operation is called "bundle drawing" or "drafting". Drafting is being used widely in manufacturing staple yarns, which is indispensable for the textile industry. However, the bundle processed by this operation undertake more or less defects in the evenness of linear density. Such irregularities cause many problems not only for the product quality but also for the efficiency of the next successive processes. Since long there have been many researches trying to find out factors affecting the irregularity of linear density, to obtain optimal drafting conditions, to develop efficient measuring and analysis methods of linear density of bundle, etc., but there exists yet no fundamental equation describing the dynamic behavior of the flowing bundle during processing. In this research a mathematical model for the dynamic behavior of the bundle fluid is to be set up on the basis of general physical laws representing physical variables, i.e. linear density and velocity as the dynamic state of bundle. The conservation of mass and momentum balance was applied to the fluid field of bundle, while the movement of individual material was taken into account. The constitutive model relating the surface force and the deformation of bundle was introduced by considering a representative procedure that stands for the bundle movement. Then a fundamental equations system could be simplified considering a steady state of the process. On the basis of the simplified model, the simulation was performed and the results could be confirmed by the experiments under various conditions.

Key Words : bundle drawing (집속인발), drafting (드래프팅), bundle fluid (집속유체), linear density (선밀도), velocity (속도), constitutive equation (구성방정식), irregularity (불균제), simulation (시뮬레이션)

1. Introduction

인발공정은 굵은 선재를 공급-권취 속도차를 이용하여 굵기를 용도에 맞도록 가늘게 만드는 공정을 말하는데, 공급되는 선재의 굵기가 대단히 가늘고 여러 가닥으로 구성되어 있으면 집속인발(bundle drawing), 또는 드래프팅(drafting)이라고 한다. 특히 드래프팅은 섬유 산업에서 광범위하게 사용되고 있으며, staple yarn 생산에 있어 대단히 중요한 조작이다. 이 조작은 여러 단계에서 반복 수행되며 다음 공정에 적합하도록 두께를 가늘게 하고 집속체의 불균제를 최소화하여 제품의 품질을 결정하는데 결정

적 역할을 한다. 본 연구에서는 드래프팅이 이루어지는 구간 내에서의 집속체의 유동현상을 물리적 변수, 즉 선밀도와 속도로서 표현하고, 집속유체의 수학적 모델을 일반적인 물리법칙을 토대로 유도하였다. 또 모델을 바탕으로 정상상태에서 simulation 하고, 조건에 따른 유동 변화를 해석하였으며, 실험을 통하여 결과를 확인하였다.

2. Modeling

2.1 Assumption

드래프트 존 내의 집속유체의 거동을 모델링 하

기 위하여 다음의 가정을 따르기로 한다.

- 1) 집속유체는 섬유(fiber)로 구성되어 있고
- 2) 각 섬유는 평행한 상태로 배열되어 있으며
- 3) 모든 구성섬유의 선밀도는 동일하고
- 4) 구성섬유는 드래프팅 방향으로 평행하게 흐르며
- 5) 섬유의 흐름은 섬유간 마찰력에 의한다..

모델링을 위하여 사용된 변수는 다음과 같다.

$v(t,x)$: 공급 롤의 nip line 으로부터 시간 t 동안 떨어진 위치 x 에서의 집속체의 평균속도

$lb(t,x)$: (t, x)에서의 집속체의 선밀도

$n(t,x)$: (t, x)에 쌓여 있는 구성 fiber 의 수

$vi(t,x)$: 집속체 내 i 번째에 위치한 fiber 의 속도

$fi(t,x)$: 집속체 내 i 번째 fiber 의 선밀도 (모든 fiber 의 선밀도는 lf 로 동일하다고 가정)

그러면,
$$lb(t,x) = \sum_{i=1}^{n(t,x)} fi(t,x) = \sum_{i=1}^{n(t,x)} lf$$

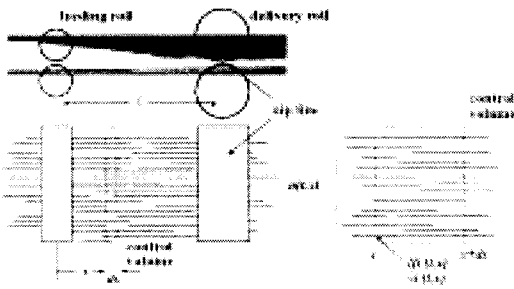


Fig. 1 Schematic drawing of the drafting zone.

2.2 Fundamental Equations System

2.2.1 Mass Balance

Fig. 1 에 주어진 control volume 에 대하여, 위치 x 에 있는 surface 를 통해 들어가는 fiber 의 mass flow rate 는

$$\sum_{i=1}^{n(t,x)} fi(t,x) \cdot vi(t,x) = lf(t,x) \cdot \sum_{i=1}^{n(t,x)} vi(t,x) = lf \cdot n(t,x) \cdot \sum_{i=1}^{n(t,x)} vi(t,x) / n(t,x) = lb(t,x) \cdot v(t,x) \quad (1)$$

으로 주어진다. 질량보존에 따라 연속방정식은

$$\frac{d}{dt} \left\{ \sum_{i=1}^{n(t,x)} lf(t,x) \cdot dx \right\} = lb(t,x) \cdot v(t,x) - lb(t,x+dx) \cdot v(t,x+dx) \quad (2)$$

식 (2)와 같이 주어지며 이를 정리하면 선밀도와 평균속도와의 관계가 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{\partial \{lb(t,x)\}}{\partial t} = - \frac{\partial \{lb(t,x) \cdot v(t,x)\}}{\partial x} \quad (3)$$

2.2.2 Momentum Balance

Control volume 의 운동량의 총 변화율은 x 위치에서의 surface 를 지나 들어가는 집속체의 kinetic momentum rate 와 x+dx 위치의 surface 를 지나 나오는 집속체의 kinetic momentum rate, 그리고 위치 x 및 x+dx 에 작용하는 surface force 차이로 나타낼 수 있으므로 운동방정식은

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \{lb(t,x) \cdot dx \cdot v(t,x)\} &= lb(t,x) \cdot \{v(t,x)^2 + Var[vi(t,x)]\} \\ &\quad - lb(t,x+dx) \cdot \{v(t,x+dx)^2 + Var[vi(t,x+dx)]\} \\ &\quad + f(t,x+dx) - f(t,x) \end{aligned} \quad (4)$$

와 같이 주어지며,이를 정리하면 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \{lb(t,x) \cdot v(t,x)\} &= - \frac{\partial}{\partial x} \{lb(t,x) \cdot v(t,x)^2\} - \frac{\partial}{\partial x} \{lb(t,x) \cdot Var[vi(t,x)]\} + \frac{\partial f(t,x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (5)$$

2.2.3 Constitutive model

surface force 와 fiber 의 움직임과의 관계 묘사에 있어, 마찰력이 집속체의 선밀도와 위치에 따른 속도변화에 대하여 선형적인 관계에 있다고 가정하여 구성방정식을 식(6)과 같이 나타내었다;

$$f(t,x) = \mu \cdot lb(t,x) \cdot \left\{ \frac{\partial v(t,x)}{\partial x} \right\} \quad (6)$$

이때 μ 는 fiber 간의 내부적 마찰에 관계하는 모델 파라미터이다.

2.3 Model Simplification

위에 주어진 식(3), (5), (6)은 집속체의 동적기동을 묘사하는 equations system 인데 이는 비선형적으로 나타났다. 이를 단순화 하기 위하여 정상상태에서 방정식을 다루어 보고자 한다. 이러한 경우 시간에 대하여 선밀도와 속도의 변화는 일어나지 않으므로

$$\frac{\partial \{lb(t,x)\}}{\partial t} = 0, \quad \text{그리고} \quad \frac{\partial \{lb(t,x) \cdot v(t,x)\}}{\partial t} = 0$$

이며, 식(3)에서

$$\frac{\partial\{lb(t,x) \cdot v(t,x)\}}{\partial x} = 0,$$

식(5), (6)으로부터

$$f(t,x) = \mu \cdot lb(t,x) \cdot \left\{ \frac{\partial v(t,x)}{\partial x} \right\} \quad (7)$$

$$= lb(t,x) \cdot v(t,x)^2 + lb(t,x) \cdot Var[vi(t,x)]$$

한편 fiber 간의 속도분산을

$$Var[vi(t,x)] = a_0 \cdot v(t,x) \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right) \quad a_0: \text{constant} \quad (8)$$

라고 가정하면 속도에 대한 equation 은

$$\mu \cdot \left\{ \frac{\partial v(t,x)}{\partial x} \right\} = v(t,x)^2 + a_0 \cdot v(t,x) \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right) \quad (9)$$

으로 주어진다.

한편 $lb(t,x) \cdot v(t,x) = m_0$ 이므로 선밀도에 대한 equation 은 다음과 같이 유도된다.

$$\mu \cdot \frac{\partial\{lb(t,x)\}}{\partial x} + a_0 \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right) \cdot lb(t,x) = -m_0 \quad (10)$$

3. Simulations

• The influence of the model parameters

Fig. 2 는 식(9), (10)을 바탕으로 드래프트 존 내에서의 짐속체의 평균속도와 선밀도의 분포를 simulation 한 결과이다.

짐속체의 속도분포를 나타내는 Fig. 2(a)에 따르면 드래프트 존 내의 섬유는 처음에는 공급속도와 거의 동일한 속도로 움직이다가 급속한 가속이 일어나며 경계조건을 만족시키는 모델 파라미터 μ 와 a_0 에 따라 여러 형태의 profile 이 존재하는 것을 볼 수 있다.

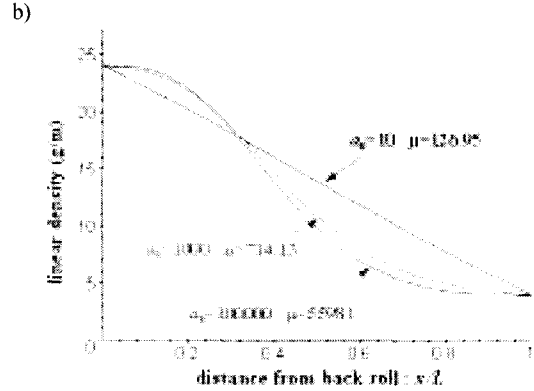
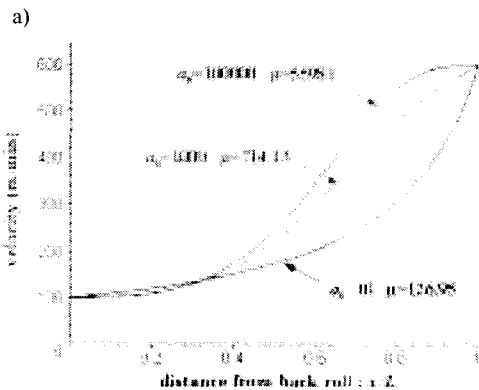


Fig. 2 The profiles of the mean velocity(a) and the linear density(b) in the draft zone with the change of parameters. (L : gauge length, x : distance from back roll, $lb(0)=24\text{g/m}$, $DR=6.0$ $v(0)=100\text{m/min}$)

4. Experiments

짐속체의 선밀도($lb(x)$)는 cutting and weighing 방법에 의해 측정된 count($\Gamma(x)$)를 근사화 하여 얻을 수 있으며 선밀도와 count의 관계는 식(11)과 같다;

$$lb(x) \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Gamma(x) \cong \frac{\Delta G(x)}{\Delta x} \quad (11)$$

드래프팅이 일어난 드래프트 존 내의 짐속체를 채취하여 Fig. 3 과 같이 드래프팅 전 구간을 1/2, 1/4, 1/8 의 소 구간(Δx)으로 나누어 각각의 무게(ΔG)를 측정하여 count를 얻었다. Fig. 4는 구간이 좁아짐에 따라 count가 선밀도 profile로 근사화 되어가는 것을 보여준다. 또한 드래프트 비의 변동에 대한 영향을 알아보기 위하여 드래프트 비를 4.67, 5.7 그리고 6.2로 변화시켜가며 동일한 실험을 하였다.

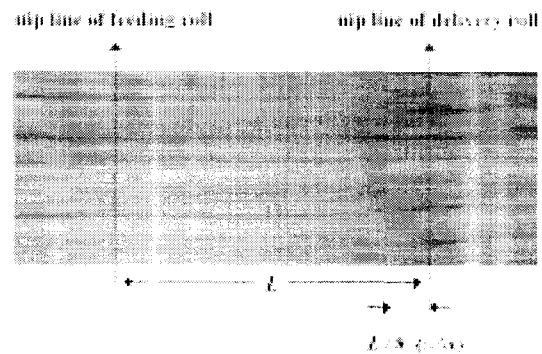


Fig. 3 The cut interval of the bundle in the draft zone

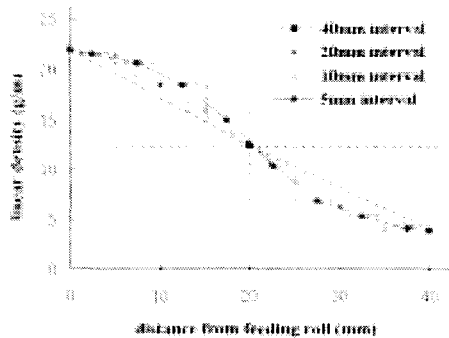


Fig. 4 The linear density profiles for various length of specimen. ($L=40\text{mm}$, $v(0)=12.2\text{m/min}$, $DR=5.7$)

5. Results and Discussions

드래프트 존 내에서의 짐속유체의 동적거동은 드래프트 비에 따라 섬유간 마찰력이 달라져 영향을 받는다. Fig. 5는 주어진 조건에서 드래프트 비의 변화에 따른 짐속체의 선밀도에 대한 실험결과와 이를 이용하여 유효하게 추정된 파라미터 μ 와 a_0 를 바탕으로 simulation 한 결과를 동시에 나타낸 것이다. Dots는 실험결과이며 curve는 simulation 결과를 나타내고 있다. Fig. 5에 의하면 드래프트 존 내의 짐속체는 공급 롤 근처에서 천천히 가늘어지다가 갑자기 가늘어지기 시작하여 권취 롤을 빠져 나가기 전에 이미 출력 슬라이버의 두께에 도달하는 것으로 나타났다.

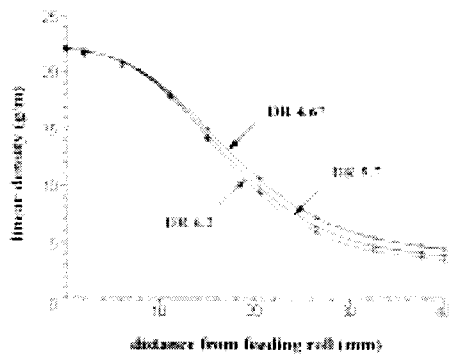


Fig. 5 Adjusted profiles of the linear density of the fiber bundle to the experiments for various draft ratios.

($L=40\text{mm}$, $\mu=3700\text{m}^2/\text{min}$, $v(0)=14.0\text{m/min}$, $a_0=112.3$ for $DR=4.67$, $v(0)=12.2\text{m/min}$, $a_0=126.0$ for $DR=5.70$, $v(0)=11.0\text{m/min}$, $a_0=137.5$ for $DR=6.20$)

Fig. 6은 Fig. 5에서 사용된 파라미터 값을 이론적 모델에 적용시켜 추정된 짐속체의 속도 profile을 보여주는 그림이다. 짐속체가 가늘어짐에 따라 속도는 증가되는 것을 볼 수 있다. 그러나 권취 롤의 nip line 근처에서 속도 profile의 기울기에 불연속이

생기므로 jerk가 발생하게 된다. 드래프트 비가 증가함에 따라 이 현상은 공통적으로 나타남을 알 수 있다.

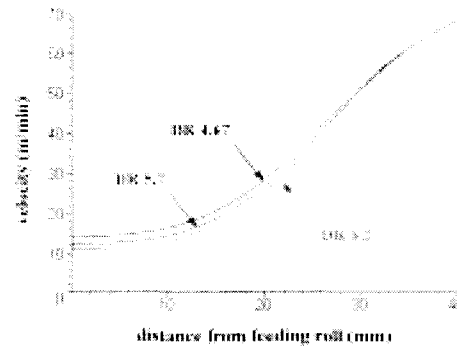


Fig. 6 Theoretical profiles of the mean velocity of the fiber bundle with various draft ratios.

($L=40\text{mm}$, $\mu=3700\text{m}^2/\text{min}$, $v(0)=14.0\text{m/min}$, $a_0=112.3$ for $DR=4.67$, $v(0)=12.2\text{m/min}$, $a_0=126.0$ for $DR=5.70$, $v(0)=11.0\text{m/min}$, $a_0=137.5$ for $DR=6.20$)

6. Conclusions

본 연구에서는 드래프트 존 내에서의 짐속유체 동적거동에 대한 수학적 모델을 설정하였으며 이를 정상상태에서 해석하였다. 실험결과를 이용하여 모델 파라미터의 추정치를 도입한 결과 수학적 모델을 바탕으로 이루어진 simulation과 실험적 결과가 잘 일치하므로써 본 연구에서 제시한 수학적 모델이 유효함을 확인하였다. 드래프트 존 내에서의 짐속체는 가속이 일어나면서 가늘어졌으며, 권취 롤의 nip line 근처에서 속도 profile의 기울기에 불연속이 생기므로 jerk가 발생하고, 이는 여러 드래프트 비에 공통적으로 나타났다.

본 연구에서 확립한 수학적 모델을 바탕으로 드래프트 조건변화에 따른 짐속체의 유동현상을 예측하고 제품의 품질에 영향을 미치는 불균제 해석에 관한 계속적인 연구가 이루어질 것이다.

References

1. Mandl, G. and Noebauer, H., "The Influence of Cotton-Spinning Machinery on the Random Irregularity of Sliver and Yarn Part-I, II, III", J.T.I., 68. pp387, 394, 400, 1977.
2. Y. Huh, "Modeling of Fiber Dynamics in Roller Draft", the 6th ATC, Hon Kong, Aug. 22-24, 2001.
3. Y. Huh, and J. L. Woo, "Identification of the Dynamic Behavior of sliver by the Roller Drafting (I)", J. Korean Fiber Soc. 30. pp527, 1993.