

압전구동기에 사용되는 힌지 메커니즘의 기구학적 비선형성에 관한 연구

김준형*(KAIST 기계공학과), 김수현, 곽윤근(KAIST)

Study on the geometrical nonlinearity of the hinge mechanism used in a piezoactuator

J. H. Kim (Mecha. Eng. Dept. KAIST), S. H. Kim, Y. K. Kwak (KAIST)

ABSTRACT

Piezoactuator using a flexure hinge mechanism is often used in the precision stages. When the total size of the hinge mechanism become small compared with the deformation of the hinge mechanism, the geometrical nonlinearity makes a considerable error in the output displacement. In this research, the incremental method based on the matrix method is developed to model the effect of the geometrical nonlinearity. Developed modeling method is applied to derive the error of output displacement of the bridge-type hinge mechanism and its results are derived with respect to the design parameters. This method can be easily used to the design optimization of the hinge mechanism and analysis results show that the geometrical nonlinearity error should be considered to achieve a high accuracy to the piezoactuators.

Key Words : Geometric nonlinearity (기하학적 비선형성), matrix method (행렬법), flexure hinge (탄성힌지), piezoelectric actuator (압전구동기), incremental method (증분법)

1. 서론

압전재료는 빠른 응답속도, 큰 구동력, 뛰어난 분해능 등의 특성을 가지는 재료로써 정밀구동장치에 많이 쓰여지고 있다. 압전재료의 제한된 구동변위를 원하는 변위만큼 확대하기 위하여 금속재료의 힌지 메커니즘이 많이 사용된다. 힌지 메커니즘은 크게 레버형(lever type)과 브릿지형(bridge type)으로 나누어 진다. 레버형은 변위증폭에 필요한 힌지부의 수가 작은 반면 비대칭구조로 인한 정밀도 문제, 힌지에 큰 힘이 걸리는 점 등이 문제가 된다. 브릿지형의 경우 대칭구조 설계가 쉽고 상대적으로 소형화에 유리한 반면 힌지부의 수가 많아져서 증폭비를 크게 하는데 문제점이 있고 기구학적 비선형성이 출력부에 영향을 주는 경우가 발생할 수 있다.

일반적으로 고정밀 압전 구동장치에 사용되는 힌지 메커니즘은 빠른 동작보다는 정밀도에 중점을 두어 전체 크기가 수십 센티미터 정도로 사용되는 적층형 압전소자의 크기에 비하여 매우 큰 편이다. 그러나 힌지 메커니즘의 크기를 줄이면 고속동작이 가능하고 구동시스템에 장착이 용이하므로 장점이

많이 있다. 적층형 압전소자는 작은 크기에 수백 N의 큰 구동력을 내기 때문에 힌지 메커니즘의 크기를 줄이면 힌지 이외의 부분이 변형되고 실제 의도한 출력변위보다 줄어드는 경향이 있으며⁽¹⁾ 또한 변위 확대비가 큰 경우 출력변위에서 기구학적 비선형성이 나타나게 된다.

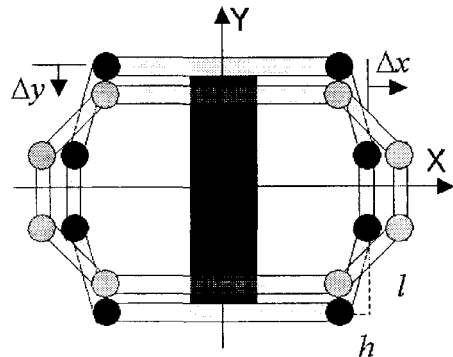


Fig. 1 Geometrical nonlinearity of the Bridge-type hinge mechanism.

Figure 1 은 브릿지형 구조를 가진 힌지 메커니

즘의 변형원리를 그린 그림이다. Figure 1에서 X 방향의 변위 Δx 와 Y 방향의 변위 Δy 는 기구학적으로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$h^2 + l^2 = (h + \Delta x)^2 + (l + \Delta y)^2 \quad (1)$$

$$\Delta y = \sqrt{l^2 - \Delta x^2 - 2h\Delta x} - l \approx \frac{h}{l}\Delta x \quad (2)$$

일반적인 구조물의 선형-탄성해석에서는 변위와 외력은 서로 비례(선형) 관계에 있으며⁽²⁾ 식 (2)와 같이 Δx 와 Δy 가 선형적으로 비례한다고 가정하는데, 이 가정에서 발생하는 오차를 기하학적 비선형 오차라고 한다. 이러한 오차를 무시할 수 있는 경우는 재료의 응력-변형도 관계가 선형임은 물론이고 작용하는 하중이 상대적으로 작거나 구조체에 비하여 발생하는 변위가 미소하여 원래의 기하학적 형태가 변하지 않는 경우라 할 수 있다.

본 연구에서는 소형으로 제작된 브릿지형 힌지 메커니즘에서 발생하기 쉬운 기구학적 비선형성을 행렬법(matrix method)과 증분법(Incremental method)으로 모델링하는 방법을 제시하고 해석하였다.

2. 힌지 메커니즘의 비선형성 모델링

2.1 탄성 힌지 메커니즘의 행렬 모델링

탄성힌지 메커니즘은 탄성 굽힘이 잘 일어나는 탄성힌지 부분과 강체로 가정되는 링크부분으로 구성된다.

Figure 2 와 같은 힌지를 3 개의 이동과 3 개의 회전이 가능한 6 자유도의 스프링 요소라고 보면 다음과 같은 식이 성립한다.⁽³⁾

$$X^h = C^h F^h \quad (3)$$

이때 $X = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta \alpha \ \Delta \beta \ \Delta \gamma]^T$,

$F = [F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z]^T$ 이고 첨자 h 는 힌지에 고정된 부분 좌표계를 나타낸다.

식 (3)에서 컴플라이언스(compliance) 행렬은 고체역학의 빔 이론으로부터 힌지 재료의 탄성계수를 E, 전단계수를 G 로 두면 구할 수 있으며 힌지의 강성행렬은 다음과 같이 컴플라이언스 행렬의 역행렬로 구해진다.

$$k^h = (C^h)^{-1} \quad (4)$$

행렬모델의 이론으로부터 q^i 를 일반좌표(generalized coordinate)로 하여 라그랑지(Lagrange)의 운동방정식을 사용하면 N_b 개의 링크와 N_h 개의 힌지로 구성된 힌지 메커니즘의 경우 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.⁽⁴⁾

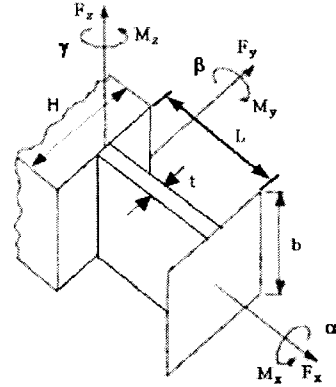


Fig. 2 Dimensions and coordinate of right-angle hinge.

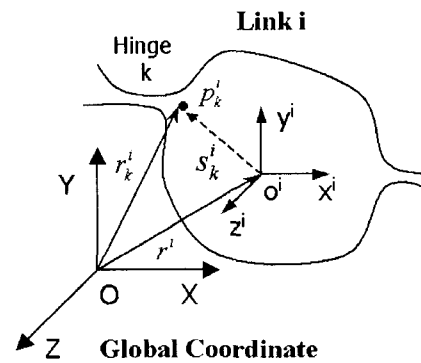


Fig. 3 Global and link coordinate.⁽⁴⁾

$$M\ddot{x} + Kx = F \quad (5)$$

이때

$$M = \begin{bmatrix} M^1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & M^{N_b} \end{bmatrix}_{6N_b \times 6N_b}, \quad F = \begin{bmatrix} f^1 \\ \vdots \\ f^{N_b} \end{bmatrix}_{6N_b \times 1}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1N_b} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{N_b1} & \cdots & K_{N_bN_b} \end{bmatrix}_{6N_b \times 6N_b}$$

$$x = \begin{bmatrix} q^1 \\ \vdots \\ q^{N_b} \end{bmatrix}_{6N_b \times 1}, \quad K_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_h} T_k^{iT} k_k T_k^i, & \text{for } i=j \\ -\sum_{k=1}^{N_h} T_k^{iT} k_k T_k^j, & \text{for } i \neq j \end{cases} \text{이다.}$$

위의 행렬 모델에서 탄성힌지 메커니즘의 기구학적 정보가 사용되는 부분은 T_k^i 이며 Fig. 3 에서 S_k^i 가 정의될 때 T_k^i 는 k 번째 힌지가 i 번째 링크와

연결되어 있으면 $\begin{bmatrix} I & -\tilde{s}_k^i \\ 0 & I \end{bmatrix}_{6 \times 6}$ 이고 아니면 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$ 이다.

2.2 증분법을 이용한 기하학적 비선형 모델

구조물에 상대적으로 큰 변형이 발생하여 구조물의 기하학적 형태가 변하여 변위-변형도 관계가 비선형이 되는 경우 기하학적 비선형 해석이 필요하게 된다. 재료 비선형 또는 기하학적 비선형을 고려한 구조해석의 경우, 강성행렬을 구할 때 일반적으로 반복해석(iteration)을 통해 구조물의 변위를 구하게 된다.⁽²⁾ 즉 비선형 문제를 여러 작은 구간으로 나누고 각각의 구간에서 선형화 하여 이를 연속적으로 풀게 된다. Figure 4는 이러한 방법 중 증분법을 설명한 그림이다. 증분법은 전체하중을 여러 단계로 나누어 가하고 각 단계에서는 변위와 응력의 변화가 미소하므로 선형이라고 가정하는 방법이다. 각각의 단계에서 구해진 변위와 응력을 전단계까지 누적된 변위와 응력에 합쳐서 다음 단계의 변위와 응력을 순차적으로 구하게 된다.

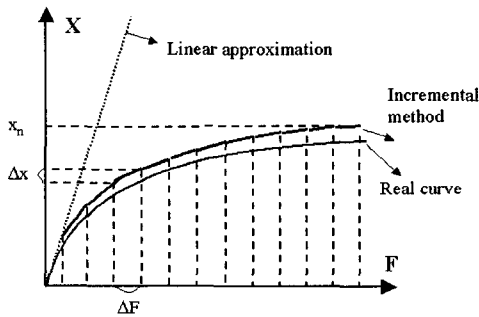


Fig. 4 Incremental method.

증분법은 각 증분 단계마다 강성행렬을 새로이 구해야 하고 하중단계를 많이 나누어야 하기 때문에 상대적으로 계산량이 많아지고 오차가 누적되기도 하므로 단점이 있지만, 정확해나 실험결과가 없는 문제에도 광범위하게 적용할 수 있고 각 하중상태에 따른 구조물의 거동을 알 수 있는 장점을 지니고 있다.

본 연구에서는 압전소자가 주는 힘을 약 10 단계~20 단계로 나누어서 Fig. 5의 브릿지형 힌지 메커니즘을 증분법으로 해석을 수행하였다. 각각의 단계에서 힌지의 변형량을 계산하기 위하여 앞 절에서 유도한 행렬 모델을 사용하였으며, 구해진 변위를 이전 단계의 변위에 추가하기 위하여 식 (5)에서 T_k^i 를 업데이트 하였다. 이러한 과정을 표로 나타내면 Fig. 6과 같다.

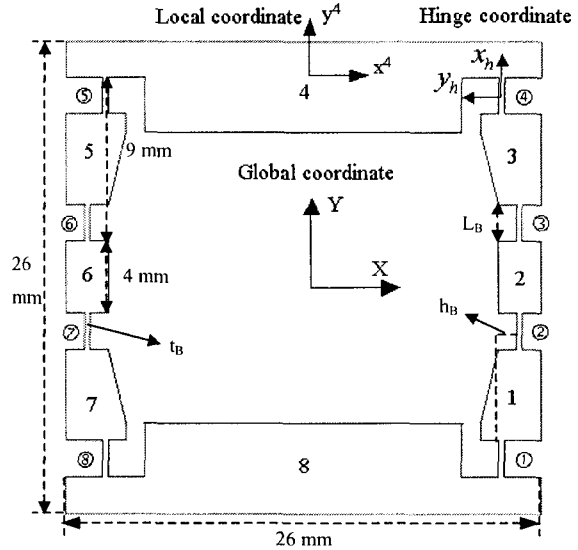


Fig. 5 Bridge-type flexure hinge mechanism.

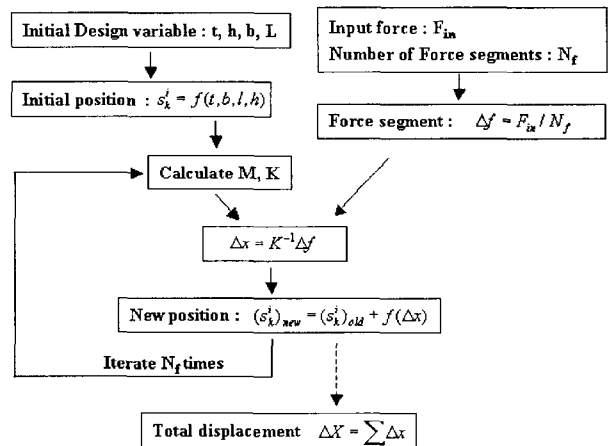


Fig. 6 Flow chart of the incremental analysis using matrix method.

3. 해석 결과

3.1 행렬 모델

2.1 절에서 유도된 힌지 메커니즘의 행렬 모델은 선행 연구에서 실험적으로 검증이 되었다.⁽⁵⁾ 그러므로 본 연구에서는 수립된 행렬 모델을 사용하여 비선형 해석에 이용하였으며 사용한 힌지 메커니즘의 형상, 재료 및 사용된 압전소자의 특성은 Table 1과 같다.

Table 1 Parameters of double amplified piezoactuator.

	Piezo-stack (Tokin, AE0505D16)
Elastic Modulus	44 GPa
Poisson ratio	0.3
Piezoelectric constant	0.116 $\mu\text{m}/\text{V}$
Mass	4.7 g
Size	5 × 5 × 20 mm ³
	Hinge Mechanism (Material : Al 7075-T6)
Elastic Modulus	72 GPa
Shear Modulus	27 GPa
Density	2750 kg/m ³
Yield strength	500 MPa
Hinge thickness t_B	0.3 mm
Hinge length L_B	0.5 mm
Mechanism thickness	9.4 mm
Bridge height h_B	0.6 mm

3.2 비선형 해석결과

Figure 5 와 같은 브릿지형 힌지 메커니즘에서는 전체 크기가 결정된 경우 브릿지의 높이 h_B 가 증폭비를 결정하는 주요 인자가 된다. 그러므로 본 연구에서는 Table 1 의 값에서 h_B 의 값을 변화시키며 해석을 수행하였다.

Figure 7 은 h_B 가 0.6 mm 일 때 비선형 해석을 한 결과이다. Figure 7 의 위 결과는 Fig. 5 에서 8 번 링크는 고정시키고 압전소자로 4 번 링크에 +Y 방향으로 힘을 주었을 때 4 번 링크의 변위량에 대한 2 번과 6 번 링크의 X 방향 변형을 출력변위로 하여 그린 그림이다. Figure 7 의 아래 그림은 두 해석방법간의 출력변위의 오차를 나타낸 그림이다. 결과를 보면 Fig. 5 의 브릿지 메커니즘에 탄성변형이 힌지부의 회전변형만 일어난다고 이상적으로 가정한 경우 예상되는 결과와 일치한다. 즉, 행렬모델로 선형 해석을 수행한 경우보다 증분법으로 비선형 해석을 한 경우가 출력 변형이 더 크게 일어나고 있음을 알 수 있다.

Figure 8 은 h_B 가 0.1 mm 로 매우 작을 때 비선형 해석을 한 결과이다. 결과를 보면 선형 해석결과보다 비선형 해석을 한 경우 출력변위가 더 작음을 알 수 있다. 이것은 브릿지의 높이가 너무 낮아졌기 때문에 힌지부에서 회전변형이 아닌 길이방향의 변형이 크게 일어나기 때문에 나타나는 결과이다.

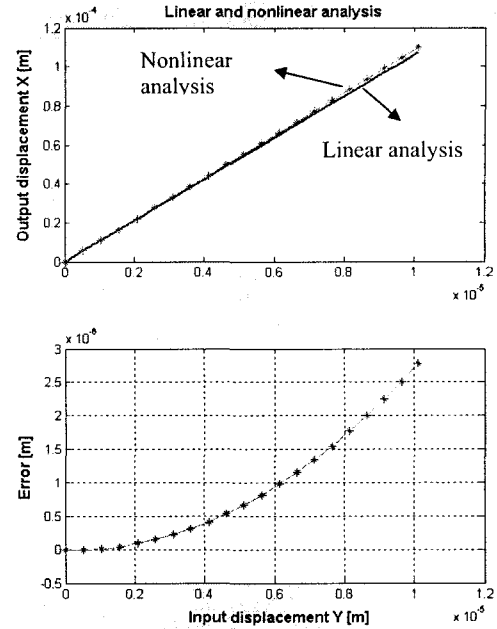


Fig. 7 Result of Nonlinear analysis. ($h_B = 0.6$ mm)

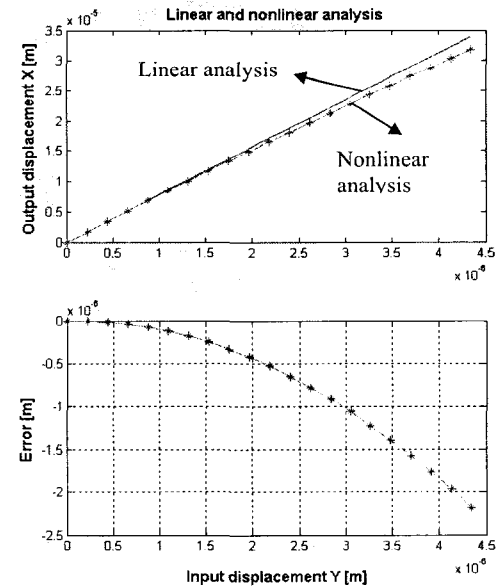


Fig. 8 Result of Nonlinear analysis. ($h_B = 0.1$ mm)

Figure 9 는 h_B 의 변화에 따른 힌지 메커니즘의 출력변위와 공진주파수를 나타낸 그림이다. h_B 의 값이 약 0.6 mm 일 때 출력변위가 최대가 되며 공진주파수는 h_B 에 반비례함을 알 수 있다.

Figure 10 은 h_B 의 변화에 따라 선형 해석과 비

선형 해석 결과의 오차를 나타낸 그림이다. 그림에서 위쪽은 압전소자에 최대전압 150V 가 걸렸을 때 최종 출력변위의 오차를 절대값으로 나타낸 그림이고 아래쪽은 오차를 그대로 그린 그림이다. 브릿지의 높이가 0.3 mm 근처가 될 때 비선형 오차가 거의 0 가 됨을 알 수 있으며 0.6 mm 부근에서 최대 3 μm 정도의 오차를 보임을 알 수 있다. 이것은 정밀구동에서 보정하지 않고 사용된다면 무시할 수 없는 오차이므로 개회로 제어로 사용되는 경우 이에 대한 구동기의 보정 또는 설계가 필요함을 알 수 있다.

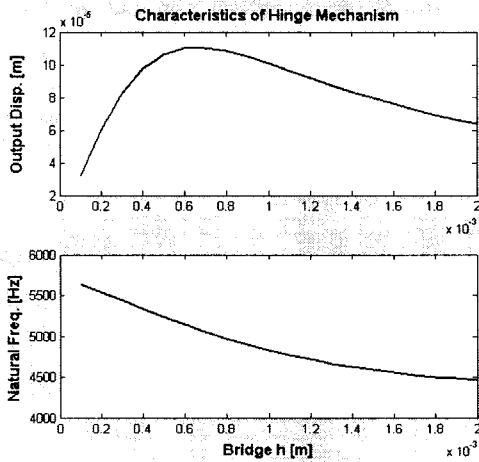


Fig. 9 Characteristics of hinge mechanism with respect to h_B .

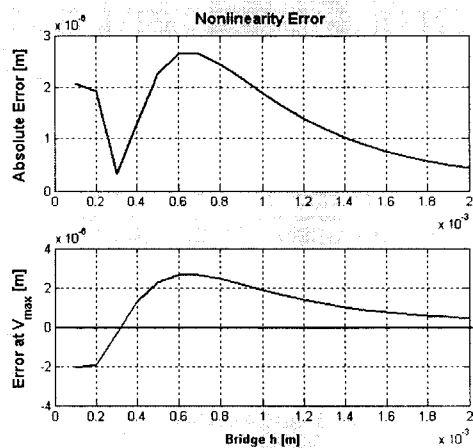


Fig. 10 Geometrical nonlinearity error with respect to h_B .

4. 결론

브릿지형 힌지 메커니즘에 제시된 비선형 해석 방법을 적용하여 모델링을 한 결과 비선형 오차가

브릿지의 확대비에 따라 변화함을 알 수 있었다. 이 결과로부터 브릿지형 힌지 메커니즘의 설계시에는 기구학적 비선형성을 고려한 설계가 요구된다는 것을 알 수 있다. 특히 기구학적 비선형성은 압전 구동기를 개회로(open-loop) 제어 할 때에는 반드시 보정해 주거나 힌지 메커니즘의 설계과정에서 고려해서 최소화 하여야 한다. 본 연구에서 제시된 증분법을 이용한 기구학적 비선형성 해석법은 유한요소해석법을 이용한 경우에 비하여 수치해석이 빠르고 설계최적화에 이용하기에 더 유리한 장점을 가지고 있다.

후 기

이 연구는 BK21(Brain Korea 21) 의 지원을 받아 수행되었습니다.

참고문헌

1. 김상재, 김수현, 박윤근, “탄성힌지를 적용한 레버구조의 모형화,” 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집, pp.244-248, 1999.
2. 최창근, *유한요소해석*, 집문당, 1992.
3. Stuart T. Smith, *Flexures - Elements of Elastic Mechanisms*, Cordon and Breach Science Publishers, 2000.
4. J. W. Ryu, “6-Axis Ultraprecision Positioning Mechanism Design and Positioning Control,” Ph. D. thesis, KAIST, 1997.
5. 김준형, 김수현, 박윤근, “브릿지형 힌지 메커니즘을 이용한 압전구동기의 최적화,” 한국정밀공학회 논문집, Vol. 20, No. 2, pp.168-175, 2003.