

전진경계법에서 Delaunay 탐색조건을 이용한 사면체 요소망의 자동 생성

전성재*(고려대 대학원 기계공학과), 채수원 (고려대 기계공학과)

Automatic Tetrahedral Mesh Generation using Advancing Front Technique with Delaunay Node Searching

S. J. Chun *, S. W. Chae (Mech. Eng. Dept., Korea Univ.)

ABSTRACT

A unstructured tetrahedral mesh generation algorithm has been presented. To make better meshes in interior region using an advancing front technique, a connecting operator has been developed in addition to the existing operators. Before applying digging operators that generate new nodes inside of a meshing region, a connecting operator is employed that uses existing nodes which satisfy certain conditions for producing well-conditioned elements if possible. By introducing this new operator, tetrahedral meshing process becomes more robust and produces better quality of meshes.

Key Words : 전진경계법(Advancing front technique), 요소망 생성(Mesh generation), 유한요소법(Finite element method)

1. 서론

유한요소법은 공학전반에 걸쳐 설계 대상을 해석하는 문제와 최적화 문제등에 필수적인 도구로 사용되고 있으나 적용하기 위해서는 효과적인 요소망 생성이 필수적이다.¹ 따라서 요소망 생성에 대한 연구는 그동안 많이 이루어져 왔다. 본 논문에서 다루는 사면체 요소망 생성기법에는 전진경계법² 과 Delaunay 삼각법³, 옥트리(Octree)⁴ 를 기본으로 한 방법등이 있다. 그 중 전진경계법은 관심영역 외부에서 내부로 요소망을 생성시키는 방법으로 3 차원 물체의 표면영역에서 좋은 요소망을 생성할 수 있고 밀도의 조절도 쉬우나 내부 영역에서 요소망이 찌그러져 요소망 생성이 실패하는 경우가 있다.

이와 같이 요소망 생성기법들은 각각 장단점을 가지고 있으므로 서로의 방법을 혼용해 좋은 요소망을 생성하고자 하는 기법들이 많이 연구되었다. 그 예로 표면에 요소망을 생성하고 내부에 미리 생성시킨 절점을 이용하는 전진 경계법과 Delaunay 삼각법을 혼용한 방법⁵ 과 내부영역에는 격자를 이용하여 균등한 요소품질을 생성하고 격자와 표면

사이의 영역은 전진경계법을 사용하여 처리하는 격자법과 전진경계법이 혼용된 방법⁶ 등이 제시되었다.

기존의 전진경계법⁶에서는 해석영역이 충분히 작아졌을 경우에도 새로운 절점을 계속 생성하여 좋지 않은 형상을 유발하고 요소망 생성에 실패하는 경우가 발생하기도 한다. 본 논문에서는 이러한 단점을 보완하기 위하여 커넥팅 오퍼레이터를 개발하였다. 커넥팅 오퍼레이터는 Delaunay 법을 응용한 것으로 구(sphere)를 탐색영역으로 설정하여 적합한 절점이 존재할 경우 이를 이용하여 사면체 요소를 생성하고자 하였다.

2. 형상 정보 입력과 표면 요소망 생성

요소망 생성을 위한 대상물체의 형상정보 입력은 여러 CAD 시스템에서 가장 널리 지원하는 IGES 형식을 입력받아 먼저 표면 요소망을 생성한다. IGES 형식은 기하정보들과 그 관계를 정의하는 위상정보로 나뉘어질 수 있다. 기하요소를 나타내기 위해서는 흔히 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)형태의 곡면이나 곡선을 사용하며 본 연구에

서도 NURBS 정보를 입력받아 3차원 표면의 경계곡선에 경계 절점을 생성한 뒤, 곡면의 형상에 따라 투영평면(projection plane), 근사전개평면(quasi-expanded plane), 매개 변수 평면(parametric plane) 등의 형태로 변환한 뒤 영역분할법(domain decomposition)을 사용하여 삼각형 요소망을 생성한 후 이를 본래의 곡면으로 변화하는 방법⁷을 사용하여 표면 요소망을 생성하였다.

3. 사면체 요소망 생성

본 논문에서는 기본적으로 전진경계법의 오퍼레이터를 이용하면서 남은 해석영역의 주변형상 관계가 새로운 절점을 생성시키지 않아도 요소를 생성시킬 수 있는 경우 기존의 절점을 이용하도록 하는 커넥팅 오퍼레이터(connecting operator)를 개발하였다. 이는 Delaunay 삼각법에서 적합한 절점을 찾는 방법과 기본적으로 유사하다. 커넥팅 오퍼레이터가 적용되어 적합한 절점을 찾아낸 경우 찾아낸 절점과 주변 Edge 들과의 연결성에 따라 적절하게 주변 정보를 갱신해 주는 것이 필요하다.

Fig.1 은 요소망 생성의 순서도로 커넥팅 오퍼레이터는 전진경계법의 기본 오퍼레이터들⁸과 함께 사용되므로 먼저 전진경계법의 기본 오퍼레이터들을 살펴보고 커넥팅 오퍼레이터에 대해 설명한다.

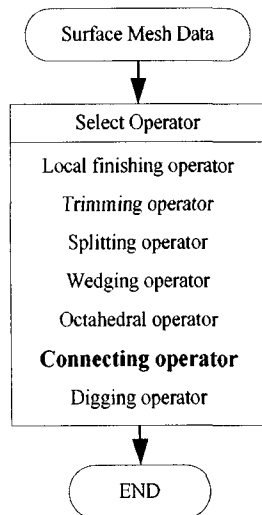


Fig. 1. Process of mesh generation

3.1 기본 오퍼레이터

본 논문에서 사용한 기본 오퍼레이터는 로컬 피니싱 오퍼레이터, 트리밍 오퍼레이터, 스플리팅 오퍼레이터, 웨징 오퍼레이터, 팔면체 오퍼레이터, 디

깅 오퍼레이터이다.⁸

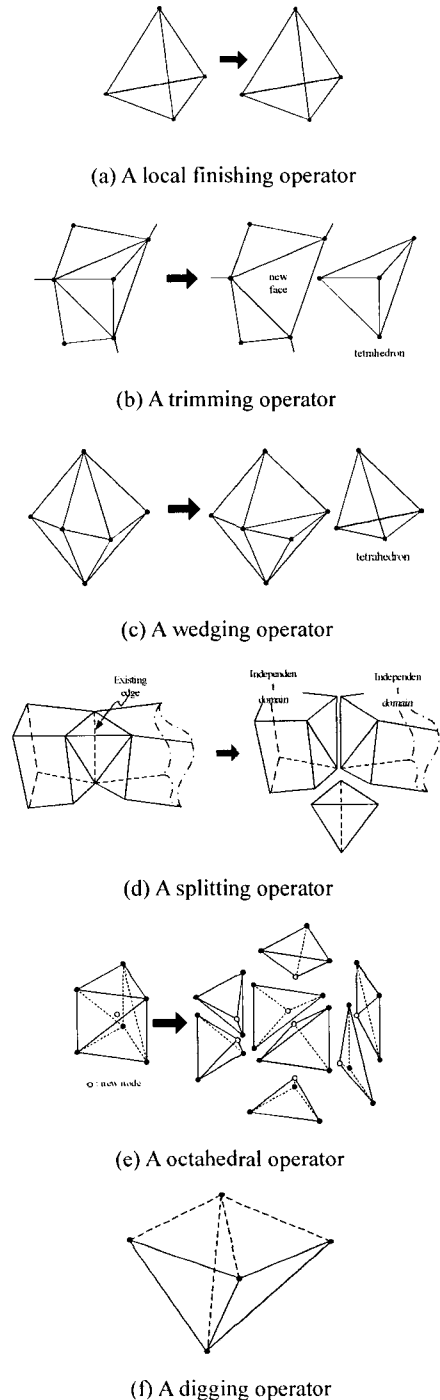


Fig. 2. Basic operators

3.2 커넥팅 오퍼레이터(connecting operator)

먼저 경계가 되는 삼각형 요소망에 적합한 최적의 절점을 찾기 위해 탐색할 범위를 설정한다. 여기서는 Fig.3 과 같이 임시 절점을 설정하여 삼각형 요소망의 3 절점과 임시 절점으로 이루어지는 구 (sphere) 안에 존재하는 절점으로 제한하였다.

임시절점은 식(1)에서와 같이 경계가 되는 삼각형 요소망의 중심으로부터 요소망 생성이 진행되는 방향으로 경계 에지의 길이에 α 배에 해당하는 길이만큼 떨어진 곳에 생성하였다. 여기서 α 의 값은 경험적인 수치로 요소망 생성 초기에는 삼각형 요소의 평균 모서리 길이의 0.8 배로 시작하며 요소망 생성이 진행되면서 그 값이 변한다.

$$\begin{aligned} tX &= cen.X - normal.X \times \alpha \\ tY &= cen.Y - normal.Y \times \alpha \\ tZ &= cen.Z - normal.Z \times \alpha \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

tX, tY, tZ : 임시 절점의 좌표
 $cen.X, cen.Y, cen.Z$: 삼각형 요소의 중심좌표
 $normal.X, normal.Y, normal.Z$: 삼각형 요소의 normal Vector

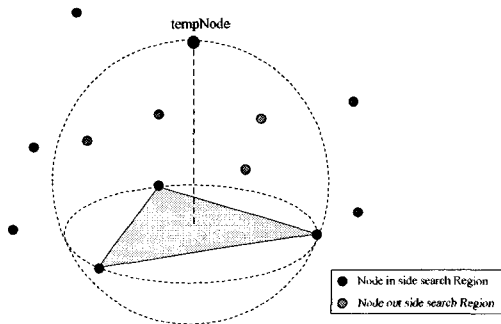


Fig. 3. Search region

형상에 존재하는 절점이 구로 설정된 탐색영역 안에 존재하는지의 여부는 다음의 행렬값을 이용하여 구할 수 있다.

식(2) 에서 a, b, c, d 는 각각 삼각형 요소의 각 절점들과 임시절점의 좌표값이며 e 는 검색하려는 절점을 뜻한다. 이때 구해지는 행렬값에 따라 탐색영역 안에 존재하는지를 판단하게 된다.

$$InSphere(a, b, c, d, e) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z & a_x^2+a_y^2+a_z^2 & 1 \\ b_x & b_y & b_z & b_x^2+b_y^2+b_z^2 & 1 \\ c_x & c_y & c_z & c_x^2+c_y^2+c_z^2 & 1 \\ d_x & d_y & d_z & d_x^2+d_y^2+d_z^2 & 1 \\ e_x & e_y & e_z & e_x^2+e_y^2+e_z^2 & 1 \end{vmatrix}$$

(2)

여기서,

$InSphere(a,b,c,d,e) > 0$: in the Sphere
 $InSphere(a,b,c,d,e) = 0$: on the Sphere
 $InSphere(a,b,c,d,e) < 0$: out of the Sphere

탐색영역 안에 2 개 이상의 절점이 존재하는 경우 최적의 절점을 선택하기 위한 기준으로 식(3)과 같은 반지름 비(r-R ratio)를 이용하였다.

$$r - R \text{ ratio} = \frac{3r}{R} \quad (3)$$

r : radius of an inscribed sphere
 R : radius of a circumsphere

찾아낸 절점은 주변 Edge 들과의 연결관계에 따라 각각 트리밍, 웨징, 스프리팅 오퍼레이터들로 해결 될 수 있는 경우와 찾아낸 절점과의 연결관계가 없어 새로운 Edge 3 개와 Face 3 개를 생성하면서 사면체를 생성하는 경우(Fig. 4)로 나누어 적용된다.

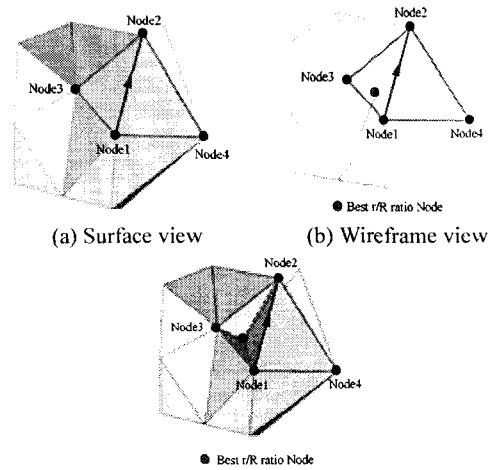
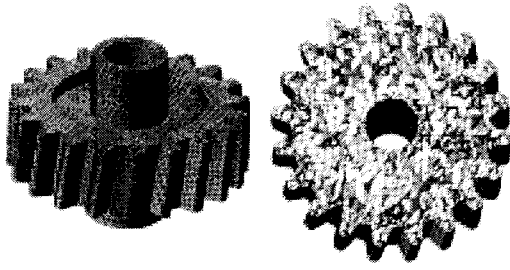


Fig. 4. Applying connecting operator to a node

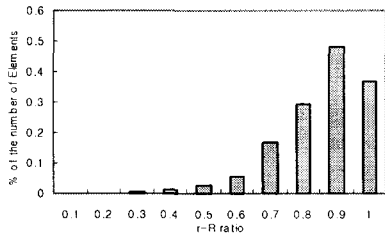
4. 적용 예

본 논문에서 제시한 방법을 여러가지 형상에 대하여 적용시켜 보았다.



(a) Surface view

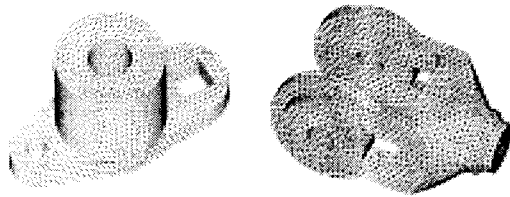
(b) Sectional part of a gear model



(c) r-R ratio

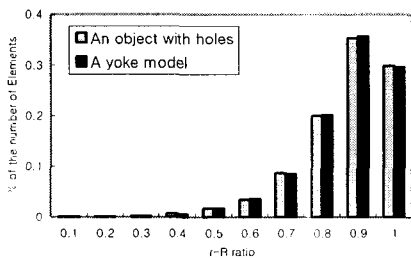
Fig. 5. A helical gear model (44565 elements)

Fig.5, Fig.6 는 기계부품에 본 논문에서 제시한 알고리즘을 적용한 것으로 r-R ratio 를 나타낸 그래프에서 요소들이 0.8~1.0 에 분포하고 있어 대체로 좋은 요소품질을 가지고 있음을 보여준다.



(a) An object with holes (22690 elements)

(b) A yoke model (26171 elements)



(c) r-R ratio

Fig. 6. Example models

5. 결론

본 논문에서는 기존의 전진경계법에 새로운 오퍼레이터를 적용하여 요소망을 생성하였다.

커넥팅 오퍼레이터는 기존의 전진경계법 오퍼레이터들과 달리 해석 영역에 존재하는 절점들을 이용하여 요소망을 생성하므로 기존의 해석 내부로 진행될수록 작은 요소를 생성하는 전진경계법의 단점을 해결하고 요소망 생성 성공을 또한 높일 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구과제(R01-2001-00374)에 의해 수행된 것이며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. 채수원, "유한요소해석과 CAD/CAM", 대한기계학회지, 제 29 권, 제 3 호, pp. 279-293, 1989.
2. Chae, S. W. and Bathe, K. J., "On automatic mesh construction and mesh refinement in finite element analysis", J. Computers & Structures, Vol. 32, No. 3/4, pp. 911-936, 1989.
3. Weatherill, N. P. and Hassan, O., "Efficient Three Dimensional Delaunay Triangulation with Automatic Point Creation and Imposed Boundary Conditions", Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol. 37, pp.2005-2039, 1994.
4. Shephard, M. S. and George, M. K., "Automatic Three-Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique", Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol. 32, pp.790-749, 1991.
5. Radovitzky, R., Ortiz, M., "Tetrahedral mesh generation based on node insertion in crystal lattice arrangements and advancing-front-Delaunay triangulation", Comput. Methods Appl. Mech. Engng. 187, pp. 543-569, 2000.
6. 김영웅, 전성재, 채수원, "격자법과 전진경계법을 혼합한 사면체 요소망 자동생성", 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제 8 권, 제 1 호, pp. 41-47, 2003.
7. Chae Soo-Won and Kwon Ki-Youn, "Quadrilateral Mesh Generation on Trimmed NURBS Surfaces", KSME International Journal, Vol. 15, No. 5. pp. 592-601. 2001.
8. Kim. Y. W., Kwon. G. Wh., Chae, S. W., Shim. J. K., "Unstructured Tetrahedral Meshing by an Edge-Based Advancing Front Method", KSME international Journal, Vol. 16, No. 2, pp. 211-218, 2002.