

사각 평판에서 타원의 형상 변화에 따른 응력집중계수에 관한 연구

박정호*, 김형준, 박기훈, 조우석, 제승봉(동아대학교 기계공학과 대학원)
김현수(동아대학교 기계산업시스템)

A Study on the Stress Concentration Coefficient due to the Change of Ellipse on a Square Plate

J. H. Park*, H. J. Kim, K. H. Park, W. S. Cho, S. B. Je(Mech. Eng. Dept., DAU)
H. S. Kim(Mech. & Ind. Syst. Eng. DDiv., DAU)

ABSTRACT

Sometimes open holes are required for the function and the weight reduction of structure and machinery. However, the serious stress concentration occurs because of the geometric discontinuity caused by the holes and cutting section.

In this study, it is attempted to obtain the stress concentration coefficients of the inner surface of the hole boundary by changing the position and the shape of holes on the homogeneous isotropic plate. And the effects on the plate are investigated. The results show that the stress level becomes low and the distribution area widens the position of stress concentration changes as the ratio a/b increases and change to a circle. And as the ratio a/l decreases, the stress concentration reduces. As the plate with three holes, the stress σ_x and τ_{xy} of hole 1, 3 becomes high, especially σ_x dominant and high.

Key Words : 응력집중계수(Stress concentration Factor), 개구부(Cutout), 지배적(dominant)

1. 서론

구조물이나 기계부품 등은 용도 및 중량감소를 위한 다수의 개구부가 존재한다. 실제 설계에서는 불연속부가 존재하는 구조물을 대상으로 하기 때문에 개구부를 지닌 판의 정적 및 동적 거동의 이해가 매우 중요하다. 개구부를 지닌 판은 자동차, 항공기, 건축 구조물, 구동차량, 선박 및 토목 구조물 등에 등 많은 기계공학 분야에서 응용의 변화를 구할 수 있고 응용이 가능하다. 알고 있는 바와 같이 홀과 절단면은 많은 기계구조물에 있어 기하학적 불연속에서 주어지는 심각한 응력집중문제를 야기한다. 원공 구조물을 설계하는 과정에서 일반적으로 원공의 위치와 형상이 구조물의 응력 분포 변화에 미치는 영향이나 응력집중과의 관계를 고려하지 않고, 홀의 위치와 형상을 임의로 선정하는 경우가 많다. 이런

원공 구조물은 최적 설계 측면에서 치명적인 결함을 주어 원래 모재 강도보다 약 30~40% 정도 강도를 저하시키는 결과를 초래하여, 이를 보완하거나 다시 설계하는 문제가 야기된다.

본 연구에서는 균질한 등방성 평판에서 홀의 위치와 형상변화에 따른 홀의 안쪽 경계면의 응력집중계수를 구하고 그것이 평판 전체에 미치는 영향을 알아본다.⁽¹⁾

2. 이론적 배경

2.1 평판의 응력방정식

본 연구에서는 Fig. 1에서 분포하중이 작용할 때 응력집중을 고려하여 타원의 크기와 형상의 변화에 따라 타원 주위의 응력분포와 지배응력인 응력집중계수를 알고, 응력집중이 구조물에 미치는 영향을

알아본다. 타원 주위의 응력을 정식화하면 다음의 식과 같다.

$$\cos 2\beta = (a^2 - b^2)/(a^2 + b^2) \quad (1)$$

$$\sin 2\beta = \pm(2ab)/(a^2 + b^2) \quad (2)$$

β 는 타원 주위의 최대응력지점으로 최대응력은 아래의 식 (3)으로 표현된다.

$$\sigma_{\beta\max} = \frac{\tau(a+b)^2}{ab} \quad (3)$$

만일, 응력 τ 가 참고응력을 사용했다면 일치하는 응력집중계수는 아래의 식 (4)와 같다.

$$K_t = \frac{(a' + b')^2}{a'b'} \quad (4)$$

3. 사각평판의 모델

1. 모델

본 연구에서는 사각평판 구조물에 Fig. 1(a~b)과 같이 한 개, 두 개 그리고 세 개의 타원이 있을 경우에 평판의 길이에 대한 타원 장축의 길이비(a/l)가 1/2, 1/3, 1/4, 1/5로 하여 장축의 길이를 결정한 후 장단축비(a/b)를 각각 1/3, 1/2, 1로 하였을 경우와 a/l 를 1/6, 1/7, 1/8, 1/9로 하여 장축의 길이를 결정하고 a/b 를 3, 2, 1로 하였을 경우 타원홀 주위의 응력집중계수를 구하고 응력 집중에 지배적으로 작용하는 응력을 구한다.⁽³⁾

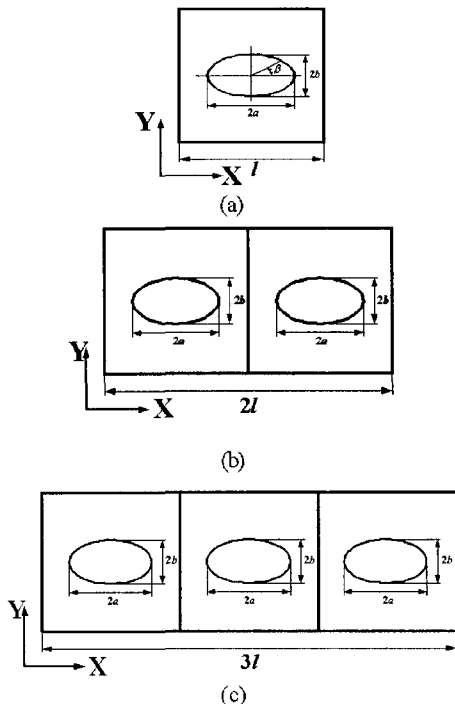


Fig. 1. Initial design domain of cantilever plate with one, two and three holes

2. 물성치

재질은 용접 구조용 열간 압연재강인 SMA50A를 사용하였으며 물성치는 Table 1에 나타내었다.

Table 1. Material properties of SMA50A

Material property	Value
E(Young' modulus)	200 000 MPa
ν (poisson's ratio)	0.3
ρ (density)	7.959E-9 kg-s ² /mm ⁴
yeild stress	235 MPa

3. 하중 및 경계조건

하중 및 경계조건으로는 x축 방향의 양단을 완전 고정하였다. 그리고 하중은 평판의 윗부분에 y축 방향으로 단위하중 1MPa의 분포하중이 작용한다고 가정하였다.

4. 결과

1. 홀이 한 개일 경우

Fig. 2와 같이 정방형 평판에 타원홀이 있을 때의 단위평판의 길이와 홀의 장축 길이에 대한 비(a/l), 장단축비(a/b)를 고려하여 단위평판 당 한 개의 홀이 존재할 때의 평판 안쪽 경계면, 즉 타원의 경계면 주위의 응력집중계수를 구하였다.

Fig. 2는 1개의 타원홀이 있는 평판에서 타원의 a/b 비가 1/3 일 경우 a/l 비가 커질 때의 응력분포상태를 보여준다. σ_y 의 값이 가장 크고 지배적이며 a/b 비가 커짐에 따라 응력이 작아짐을 알 수 있다.^{(5), (7), (8)}

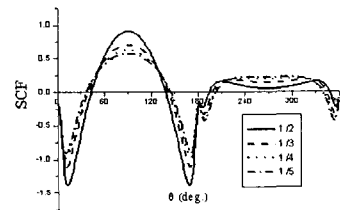


Fig. 2(a) σ_x due to the change of a/l

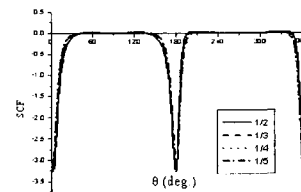


Fig. 2(b) σ_y due to the change of a/l

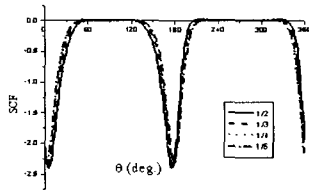


Fig. 3 as a $a/b=1/2$, the σ_y due to the change of a/l

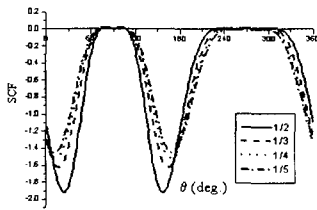


Fig. 4 as a $a/b=1$, the σ_y due to the change of a/l

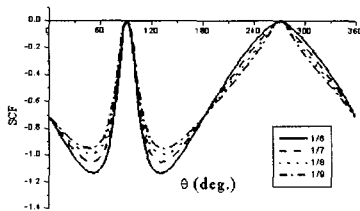


Fig. 5 σ_y due to the change of a/l

Fig. 3, 4는 a/b 가 1/2, 1일 경우 a/l 가 커질 때의 σ_y 값이다. Fig. 2(a)와 Fig. 3, 4를 비교해 보면 응력 분포양상은 유사하나 응력이 집중되는 영역의 범위가 좁아지고 a/l 가 작아짐에 따라 응력이 작아짐을 알 수 있다.

Fig. 5에서는 a/b 가 3일 경우 a/l 가 점차 작아질 때의 응력집중을 나타낸다. a/b 가 3일 경우 σ_y 의 값이 가장 크며 지배적으로 작용한다. 또한, a/l 가 낮아짐에 따라 응력이 작아진다.

2. 홀이 두 개일 경우

Fig. 6은 평판에 두 개의 타원홀이 존재할 경우 중심간 거리가 일정하고 타원홀의 장단축비(a/b)에 의해 극간 거리가 정해진다. 중심간 거리비와 평판과 타원의 장축비(a/l)는 평판의 범위를 벗어나지 않는다고 가정한다.

Fig. 6은 a/b 가 3일 경우의 응력이다. σ_y 의 값이 가장 크고 응력이 집중되는 영역이 좁게 나타났다. 이것으로 홀이 두 개일 경우 가로 방향의 타원홀에

서 σ_y 의 값이 지배적이라는 것을 알 수 있었다.

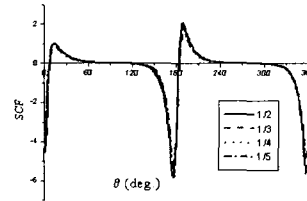


Fig. 6 σ_y due to the change of a/l

3. 홀이 세 개일 경우

Fig. 7는 평판에 세 개의 타원홀이 존재할 경우 중심간 거리가 일정하고 타원의 장축과 평판의 길이비(a/l)에 따라 각각 1/2, 1/3, 1/4 일 때 장축의 길이가 결정되며 타원홀의 장단축비(a/b)는 1, 1/2, 1/3 일 때 단축의 길이와 타원간 거리가 정해진다. 평판과 타원의 장축비(a/l)는 평판의 범위를 벗어나지 않는다고 가정한다.

Fig. 7~9는 타원홀의 a/l 이 1/2로 모두 일정하고 장단축비(a/b)에 따른 hole 1의 σ_x 로 장단축비(a/b)가 1일 때 가장 크며 1/2일 때 가장 작은 것을 알 수 있다. Fig. 8은 hole 2의 σ_y 로 응력이 가장 큰 위치는 0° 와 180° 이다. a/b 가 1/3일 때 가장 크며 1일 때 가장 작다. Fig. 9은 hole 3의 τ_{xy} 값으로 a/b 가 1일 때 가장 크고 1/2일 때 가장 작다. 홀이 세 개일 경우 hole 1, 3에서의 σ_x 와 τ_{xy} 의 응력이 크고 특히 σ_x 가 가장 크므로 지배적이라는 것을 알 수 있다.

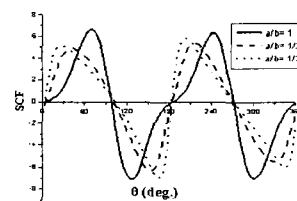


Fig. 7 σ_x of hole 1 due to the change of a/b

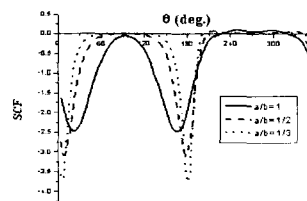


Fig. 8 σ_y of hole 2 due to the change of a/b

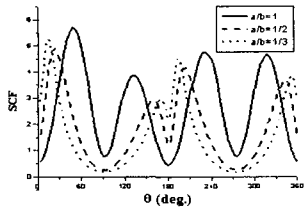


Fig. 9 τ_{xy} of hole 2 due to the change of a/b

Fig. 10 ~12 은 hole 2의 a/l 가 1/2로 고정되어있고 hole 1, 3의 a/l 가 작아질 때의 응력이다. Fig. 10 ~12 에서 알 수 있듯이 a/l 가 작아질수록 응력이 작아짐을 알 수 있다. Fig. 11 은 hole 2의 σ_y 로 a/l 가 1/2와 1/4일 때는 응력이 거의 일치하고 1/3일 때 가장 작다. 그림에서 알 수 있듯이 σ_x 가 가장 크므로 지배적이라는 것을 알 수 있다.

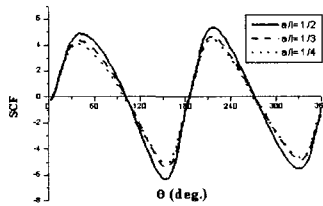


Fig. 10 σ_x of hole 1 due to the change of a/l

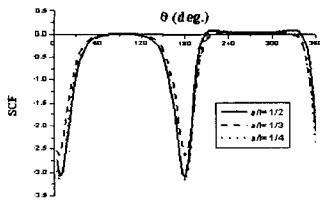


Fig. 11 σ_y of hole 2 due to the change of a/l

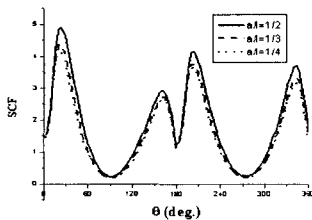


Fig. 12 τ_{xy} of hole 3 due to the change of a/l

VI. 결론

본 연구에서 한 개의 타원이 있을 경우와 두 개의 타원이 있을 경우에 타원의 장단축(a/b)비와 평판의 가로축과 타원의 한 변 길이에 대한 길이(a/l)비가 변할 때 타원홀 주위의 응력집중계수를 구하고 응력집중에 지배적으로 작용하는 응력을 구한 결과, 다음의 결론을 얻을 수 있다.

1. 사각 평판에서 타원홀의 장단축비(a/b)가 커질 때 응력이 낮아지고 a/b 가 고정된 상태에서 a/l 가 작아짐에 따라 응력집중계수가 작아지고 영역이 넓어진다.
2. 홀이 한 개일 경우 a/b 가 변함에 따라 응력값이 낮아진다.
3. 홀이 두 개일 경우 a/b 가 3, 2, 1로 변함에 따라 응력값이 낮아지고 응력집중의 위치도 이동한다.
4. 홀이 세 개일 경우 hole 1, 3에서의 응력 σ_x 와 τ_{xy} 가 크고 특히 σ_x 가 가장 크므로 지배적임을 알 수 있다.
5. hole 2의 a/l 가 1/2로 고정되어있고 hole 1, 3의 a/l 가 작아질수록 응력이 작아진다는 것을 알 수 있다.

참고문헌

1. 林莊根, 金泰完, "有孔板의 應力集中係數를 最小로 하는 hole 形狀의 最適化", 대한기계학회논문집, 제 9권, 제 3호, pp. 295-300, 1995.
2. Walter D. Pilkey, "Peterson's Stress Concentration Factor", John Wiley & Sons, Inc., 1997.
3. Xu Xiwu, Sun Liangxin, Fan Xuqi, "Stress Concentration of Finite Composite Laminates Weakend by Multiple Elliptical Holes", Int. J. Solids Structures Vol. 32, No. 20, pp. 3001-3014, 1995
4. S. P. Timoshenko, J. N. Goodier, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, Inc., 1982.
5. X.W. Xu, L.X. Sun, X.Q. Fan, "Stresses concentration of finite composite laminates with an Multiple elliptical Holes", comp & Struct Vol. 57, No. 1, pp. 29-34, 1995
6. S. P. Timoshenko, J. M. Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill, Inc., 1982.
7. T. R. Chandrupatla, A. D. Belegundu, "Introduction to Finite Elements in Engineering-2nd ed.", Prentice Hall, Inc., 1997.
8. ANSYS Element Reference Release 6.1, 2002.