

## Quadtree 를 이용한 절삭 영역 탐색 기법에 관한 연구

김용현\*(건국대 대학원 기계설계학과), 고성림(건국대 기계설계학과),  
이상규(한국과학기술연구원 CAD/CAM 연구센터)

Research of Searching Algorithm for Cutting Region using Quadtree

Y. H. Kim(M.D.P.E. Dept, KGU Graduate School), S. L. Ko (M.D.P.E. Dept., KGU),  
S. K. Lee (CAD/CAM Research Center, KIST )

### ABSTRACT

Z-map model is the most widely used model for NC simulation and verification. But it has several limitations to get a high precision, to apply 5 axis machining simulation. In this paper, we tried to use quadtree for searching cutting region. Quadtree representation of two dimensional objects is performed with a tree that describes the recursive subdivision . By using these quadtree model, storage requirements were reduced. And also, recursive subdivision was processed in the boundaries, so, useless computation could be reduced, too. To get more high Accuracy, we applied the supersampling method in the boundaries. The Supersampling method is the most common form of the antialiasing and usually used with polygon mesh rendering in computer graphics To verify quadtree model we compared simulated results with z-map model and enhanced z-map model

**Key Words :** CAD/CAM, Z-map, Octree, Quadtree, Antialiasing, Machining Simulation, Verification

### 1. 서론

CAD/CAM system 에서 모의 가공을 위한 절삭 영역의 탐색에 일반적으로 Z-map 방식을 사용한다. Anderson<sup>(1)</sup>에 의하여 제안된 Z-map 은 자료구조의 단순성과 완결성으로 인하여 계산속도가 빠르고 오류 발생의 가능성이 상대적으로 낮다는 장점을 갖고있다. 따라서 대부분의 상용 CAM System 의 NC Code 검증 및 시뮬레이션 모듈은 Z-map 을 기반으로 하고있다. 그러나 Z-map 은 메모리 구조의 특성상 높은 정밀도를 기대하기가 어려울 뿐만 아니라 5 축 가공 시뮬레이션 등 3 차원 공간상의 물체를 표현하는 데에는 많은 제약이 따른다.

이러한 Z-map 의 단점을 보완하기 위한 다양한 방법들이 시도되어 왔다. Wang<sup>(2)</sup>이 제안한 Extended Z-map 방식은 Z axis 로 multiple value 를 허용함으로써 5 축 가공 시뮬레이션을 가능하게 하였다. Van Hook<sup>(3)</sup>는 Wang 의 모델을 발전시켰다. 또한 Lee<sup>(4)</sup>에 의해 제안된 Enhanced Z-map model 은 그래픽 시뮬레이션에 주로 사용되는 antialiasing 을 이용하여

정밀도의 향상을 가능하게 하였다.

5 축 가공 시뮬레이션에 적용하는데에 Z-map 이 갖는 한계에 대한 대안으로 Voxel, Octree 등의 decomposition model 을 사용할 수 있다. 그 중 Octree 는 2 차원 모델링 기법인 quadtree 를 3 차원으로 확장한 부피 모델링 기법이다. Octree 는 Voxel 과 마찬가지로 공간상의 물체를 cubic 으로 표현하는데, 공간 분할 방식을 달리함으로써 상대적으로 Object 에 필요한 메모리를 줄였다. Octree 는 어떠한 복잡한 형상의 Object 도 근사적으로 표현 가능하다. 또한 3 차원 물체의 계층적 묘사가 가능하기 때문에 트리 탐색을 활용하여 계산적인 면에서도 효율성을 높일 수 있다. 따라서 Octree 는 컴퓨터 그래픽스의 응용분야, CAD, 의학분야 등 매우 다양한 분야에서 3 차원 물체의 효율적 표현기법으로 활용되고 있다.

본 논문에서는 절삭 영역 탐색에 Octree 를 적용하기 위한 첫번째 단계로서 Quadtree 에 의한 절삭 영역 탐색을 시도하였다. Quadtree 는 알고리즘의 특성상 Z-map 에 비하여 정밀도 향상에 소요되는 메모리를 줄일 수 있다는 특성을 갖는다. 따라서

본 연구에서는 Quadtree 알고리즘을 적용하여 절삭 영역에 대한 예측을 수행하였고, 성능검증을 위하여 기존의 Z-map 모델과 정밀도의 향상을 위해 Lee<sup>(4)</sup>에 의해 제안된 Enhanced Z-map 모델과의 예측 결과를 비교하였다. 그리고, Enhanced Z-map model 에서 제안된 antialiasing 이론을 Quadtree 에 적용하여 그 성능을 검증해보았다.

## 2. Review of Previous Research

기존의 Z-map model 을 이용하여 절삭 영역을 검출하는 것은 Fig. 1(a)에서 보여주는 것과 같이 각각의 grid 중앙에서만 검출이 이루어지게 된다. 따라서 Fig. 2 에서처럼 공구가 일정한 속도로 아래쪽으로 움직인다고 가정한다면, 공구의 실제 가공 영역은 빗금으로 표현되지만, Z-map 에 의하여 검출된 절삭 영역은 Fig. 2(a)와 같이 under estimate 되던지 Fig. 2(b)와 같이 over estimate 되는 부분이 발생하게 된다. 이 때문에 Z-map 에서의 수평 정밀도는 Fig. 2(a)에서 보는 바와 같이 항상 grid size/2 의 최대 오차를 갖게 된다. 이러한 Z-map 의 정밀도를 증가시키기 위해서는 grid size 를 감소시켜야 한다. 그러나 이 경우 정밀도를 2 배, 4 배 증가시키기 위해서는 grid 의 개수가 4 배, 16 배로 기하급수적으로 증가하게 된다. 따라서 메모리 점유율과 계산시간의 증가가 불가피해진다.

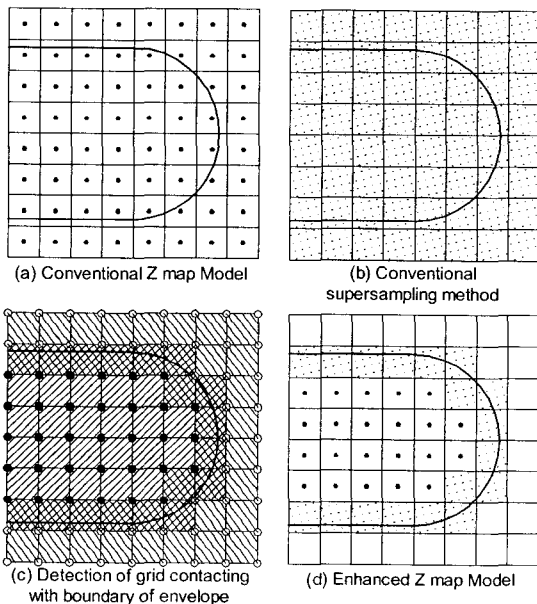


Fig. 1 Enhanced Z-map model by adopting supersampling algorithm into tool envelope boundary

Z-map 에서 이러한 오차의 원인은 검출점이 하나의 grid 내에 한 개만이 존재하기 때문에 발생한다. 따라서 하나의 grid 내에 여러 개의 검출점을 배치한다면 정밀도의 향상을 도모할 수 있다. 즉, Fig. 2 (c),(d) 에서 보듯이 영역의 검출을 grid 의 중심에서만 하는 것이 아니라 각 grid 안의 배치된 여러 개의 검출점에서 한다. 그리고 Object 가 하나의 grid 내에서 점유하는 영역을 계산하여 그 영향을 전체 픽셀의 평균값으로 반영하는 것이다.<sup>(5)</sup> 이렇게 object 의 검출에 각 픽셀의 면적에 대하여 object 가 점유하고 있는 영역에 대한 점유율을 반영하는 방식을 antialiasing 방식이라 한다.<sup>(6)</sup>

이러한 antialiasing 방식을 Z-map 에 적용한 Enhanced Z-map model 이 Lee<sup>(4)</sup>에 의해 제안되었다. Fig.1(b)는 기존의 Supersampling 방식을 보여주고, Fig. 1(c)는 enhanced Z-map model에서의 검출방식을 보여주고 있다. 즉, 절삭 영역의 경계에 대해서만 supersampling 방식을 적용하여 정밀도의 향상을 검증하였다.<sup>(4,7)</sup>

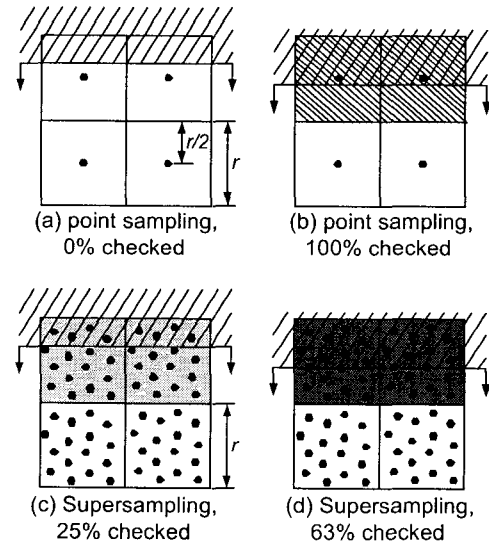


Fig. 2 Increase of resolution at each pixel by supersampling algorithm. Note that the square area represents one pixel ( $r = \text{grid size}$ )

## 3. Quadtree Model

### 3.1 개요

Quadtree 와 그것의 3 차원으로서의 확장 개념인 Octree 는 모두 Object 의 표현에 있어서 공간을 점유하는 것을 보다 효율적으로 계산하기 위해서 제안된 방법들이다.

Quadtree 는 recursive decomposition 에 기반하고

있으므로 평면 decomposition 방식이라고도 한다. 즉, Quadtree 는 2 차원 평면에서의 object 를 서로 다른 크기의 정사각형의 구성으로 표현하는 것이다. 이러한 표현방식은 2 가지 특징을 갖는데, 어떠한 크기의 object 도 표현되기 위해서는 반복적으로 분할되어야 하고, 보다 높은 해상도를 얻기 위하여 무한히 분해될 수 있다는 것이다.

따라서 Quadtree 에 의하여 object 를 표현하는 경우에는 object 의 경계부분에서만 회귀적으로 분할해줌으로써 불필요한 메모리 점유와 계산시간을 줄이면서 정밀도의 향상을 기대할 수 있다.

### 3.2 Quadtree Model

Quadtree 를 구성하기 위해서는 다음과 같은 순서로 진행하게 된다. Fig. 3(a)와 같은 object 가 있다면, 이 object 를 완전히 감싸는 정사각형을 만든다. 이 정사각형을 root 라 한다. Root 정사각형을 사분체 (quadrant)라 하는 4 개의 동일한 크기의 정사각형으로 나누어준다. 각각의 quadrant 를 검사하여 object 가 완전히 점유하고 있으면 BLACK(full)으로, 점유하지 않는 부분은 WHITE(empty)로, object 가 부분적으로 점유하고 있는 quadrant 는 GRAY 로 설정한다. 이 중 quadrant 가 부분적으로 object 에 의해 점유되어 있는 GRAY node 에 대해서만 회귀적으로 분할을 진행하게 된다. 분할이 종료되기 위한 조건은 2 가지의 경우가 있다. 하나는 quadrant 가 object 에 의해 완전히 점유될때까지 분할이 진행된 경우 (BLACK)이고 다른 하나는 최소 허용 grid size 보다

영역의 크기가 작아지는 경우이다.

Fig. 3(b)는 분할이 완료된 Quadtree 를 보여주고 있다. Boundary Edge 에서만 계속해서 분할이 일어났음을 알 수 있다. 이와같이 분할된 object 는 Fig. 3(c)와 같은 트리 모양의 데이터 구조를 갖게된다. 이 트리는 child node 의 개수가 4 개이기 때문에 Quadtree 라 한다.

Fig. 4(a)에 공구가 절삭을 하고 지나간 Tool Envelope 에 일반적인 Quadtree 를 적용한 예가 나타나 있다. 또한 본 연구에서는 보다 높은 정밀도를 얻기 위하여 선행 연구에서 z-map model 에 적용한 supersampling method 를 Quadtree 의 boundary 에도 적용해 보았다. 즉, 더 많은 분할이 진행된 Boundary edge 의 노드에 대해서만 검출점의 개수를 늘려 그 부분에서 object 가 점유하고 있는 영역을 퍼센트로 반영한다. Fig. 4(b)에서는 quadtree 에 supersampling method 가 적용된 것을 보여주고 있다.

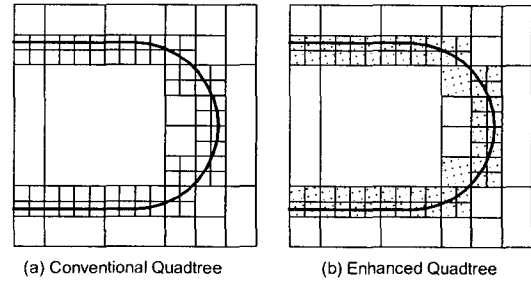


Fig. 4 Quadtree and Enhanced Quadtree model apply to tool envelope

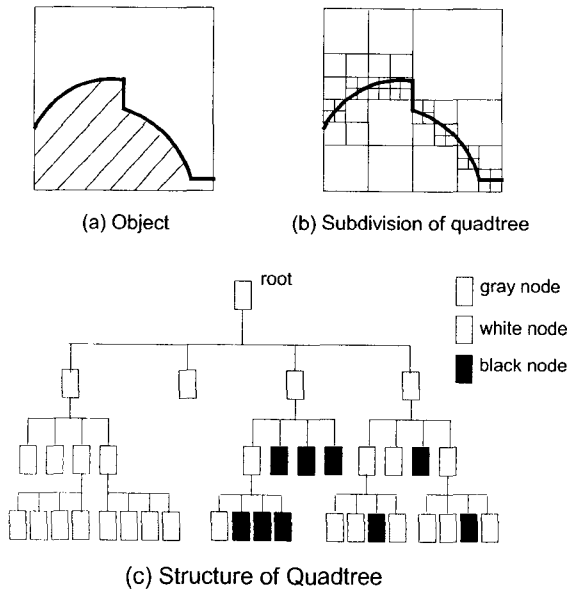


Fig. 3 Model of Quadtree

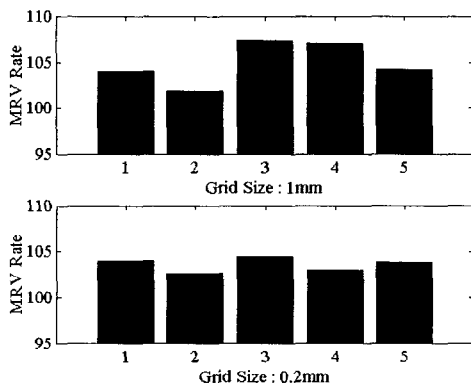
### 4. 절삭 영역에 대한 예측 결과와 비교

Endmill 에 의하여 가공된 가공 영역에 대한 절삭 영역을 검색하는데에 개발된 Quadtree 알고리즘을 적용하기 위하여 Matlab 을 이용한 simulation program 을 작성하였다. NC Code 로부터 가공된 영역의 tool envelop 을 추출하여 그에 대한 subdivision 을 수행한다. BLACK, WHITE 혹은 GRAY 로의 결정을 위해 코드는 각각의 grid 영역이 object 의 내부인지, 외부인지를 판별해 주어야 한다.

개발된 Quadtree 알고리즘의 검증은 위하여  $\Phi 8$  Flat Endmill 로 홈 가공을 수행한 경우에 대하여 simulation 을 수행하였다. Grid size 1mm, 0.2mm 에 대하여 Quadtree 와 Quadtree 에서의 정밀도 향상을 위하여 supersampling method 를 적용한 enhanced Quadtree 모델을 시뮬레이션 하였다. 또한 개발된 모델의 성능 검증을 위하여 기존의 Z-map model 과 supersampling 을 적용한 enhanced z-map model 과의 예측 결과를 비교하였다.

Fig. 5 에 exact solution 에 의한 결과와 Quadtree, Enhanced Quadtree, Z-map, Enhanced Z-map 에 의한 시뮬레이션 결과의 비교가 나타나있다. Grid size 가 1mm 인 경우에는 Z-map 의 경우는 실제 영역보다 적은 영역이 검출되었고, 나머지 모델들은 실제보다 많은 영역이 검출되었다. Grid size 가 0.2 인 경우에는 Quadtree 와 Enhanced Z-map 방식에서는 현저하게 오차가 감소함을 볼 수 있다. 특히 Quadtree 에 supersampling 기법을 적용한 Enhanced Quadtree 는 주목할만하다. 이 경우는 Grid size 에 관계없이 높은 정밀도를 보여주고 있다.

Fig. 6 에서는 오차의 편차를 그래프로 나타내었다. 각 모델별 성능을 비교해보면 Grid size 가 1 인 경우에는 Enhanced Quadtree > Z-map > Enhanced Z-map > Quadtree 의 순서이고, Grid size 0.2 에서는 Enhanced Quadtree > Quadtree > Enhanced Z-map > Z-map 의 순서로 성능이 밝혀졌다.



1 : exact solution, 2 : Z-map, 3 : Quadtree, 4 : Enhanced Z-map, 5 : Enhanced Quadtree

Fig. 5 Simulation results with Z map, Quadtree, Enhanced Z map and Enhanced Quadtree

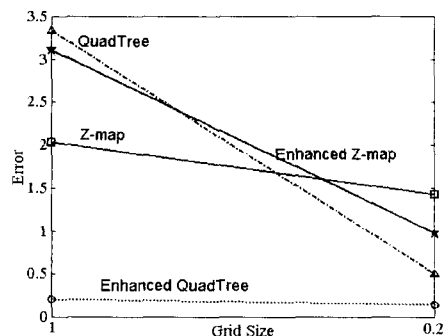


Fig. 6 Error map with simulation results

#### 4. 결론

본 연구에서는 절삭영역의 검색에 Quadtree 를 알고리즘을 적용해보았다. 또한 Quadtree 의 정밀도를 보다 높이기 위하여 그래픽 알고리즘에서 많이 이용되고 있는 supersampling method 를 적용한 Enhanced Quadtree 를 제안하였다.

다른 크기의 Grid size 에 대하여 시뮬레이션을 수행해본 결과 Enhanced Quadtree 가 Grid size 에 관계없이 실제와 유사한 절삭영역을 검출해 냄을 확인할 수 있었다. 또한 기존에 제안된 z-map 모델에 비하여도 우수한 성능을 지님을 알 수 있었다.

Quadtree 를 3 차원으로 확장한 것이 Octree 이다. 앞서 언급했듯이 Octree 는 3 차원 object 의 표현에 널리 쓰이는 모델이다. 따라서 현재 5 축 가공 절삭 시뮬레이션에서 Z-map 갖는 한계점에 대한 해결방안으로 Octree 는 훌륭한 대안으로 고려된다. 본 연구를 바탕으로 추후 Octree 를 절삭 시뮬레이션에의 적용해볼 계획이다.

#### 후기

본 논문은 2002 년도 한국학술진흥재단 선도연구자과제(D00480) 지원에 의해 수행되었음.

#### 참고문헌

1. R. O. Anderson, "Detecting and eliminating collisions in NC machining", Computer Aided Design, Vol. 10/2, pp. 231-237, 1978.
2. Wang, W. P. and Wang, K. K. "Geometric modeling for Swept Volume of Moving Solids", IEEE Computer Graphics and Applications, Dec., 6 (12), 8-17, 1986
3. Van Hook, T. "Real-time Shaded NC Milling Display", Computer Graphics, Aug.,20(4),15-20, 1986
4. LEE, S.K and Ko, S.L, Development of simulation system for machining process using enhanced Z map model", J. of Materials Processing Technology pp. 608-617, 2002
5. R. C. Crow, "The aliasing problem in computer generated shaded images", Comm. ACM, Vol. 20/11, pp. 799-805, 1977
6. A.D.Spence, Y.Altintas, "A solid modeler based milling process simulation and planning system", Trans. Of ASME : J. of Engineering for Industry, Vol. 116, pp. 61-69, 1994
7. Lee, S.K. and Ko, S. L., "Optimization of Cutting Conditions Using Enhanced Z Map Model", Annals of CIRP, Vol. 51, pp. 1004-1007, 2002