

유연도 영향계수법을 이용한 접촉 결합부의 모델링

오제택 (현대/기아 연구개발본부), 조성욱*(중앙대학교 기계공학부),
이규봉 (한국생산기술연구원)

Finite Element Modeling of Contact Joints by Flexibility Influence Coefficient

J. T. Oh (Research Center, Hyundai/Kia Motor.) S. W. Scho (Dept. of Mechanical Eng.),
G.B. Lee (Korea Institute of Industrial Technology)

ABSTRACT

Machine tool design concepts have evolved towards high efficiency, accurate precision, high structural integrity, and multi-functional systems. Like many other structures, machine tools are also composed of many parts. When these parts are assembled, many kinds of joints are used. In the finite element analysis of these assembled structures, most joints are commonly considered as rigid joints. But, to get the more accurate solution, we need to model these joints in a appropriate manner.

In this study, rational dynamic modeling and analysis method for complex structures are studied with special attention to slide way joints.

For modeling of slide way joints, a general modeling technique is used by influence coefficients method which is applied to the conversion of detailed finite element model to the equivalent reduced joint model. The theoretical part of this method is illustrated and the method is applied to the structure with slide way joint. In this method, the non-linearity of the contact surfaces is considered within a proper range and the boundary effect of the joint model can be eliminated. The proposed method was applied to finite element modal analysis of a clamp jointed cantilever beam and slide way joints of the vertical type lathe. The method can also be used to other kinds of joint modeling. The results of these analysis were compared with those of Yoshimura models and rigid joint models, which demonstrated the practical applicability of the proposed method.

Key Words : Finite Element Analysis(유한요소해석), Contact Joint(접촉 결합부), Flexibility Influence Coefficient (영향계수법), 공작기계 (Machine Tools)

1. 서 론

1.1 연구배경

대형/복합 구조물의 동특성을 해석하는데 있어 어려운 점은 크게 두가지로 나눌 수 있다. 첫째는 구조물이 복잡하기 때문에 모델링 어렵고 많은 시간이 소요된다는 것이다. 일반적인 구조물에 존재하는 결합부는 분리 결합부(Separable Joint)와 영구 결합부(Non-separable Joint)가 있다. 분리 결합부는 볼트와 같이 부분구조물을 결합시켰다가 다시 분리시킬 수 있는 형태라서 결합과 분리를 위해

특별히 설계된 형상을 갖고 있으면 여러 가지 파라미터의 영향을 받기 때문에 특성의 해석이 어렵고 파라미터의 추출을 위한 실험도 매우 어렵다. 영구 결합부는 용접, 리벳, 접착 등과 같이 부분구조를 결합시키고 분리를 위해서는 결합부가 파괴되어야 하는 형태의 결합부로서 일반적으로 분리 결합부보다 크고 강하고 조직적이며 특성의 해석이 쉬운 편이다.[1, 7]

결합부의 해석에 있어 가장 어려운 점은 결합부의 비선형적 특성을 모델링 하는 것이다. 볼트 체결부나 마찰 접촉 체결부 등은 그 구조 형상이 복

잡하고, 체결부의 비선형성, 경계 조건의 변화 등으로 일반적인 모델링 기법으로는 그 특성을 모델링하기 어렵다. 결합부를 포함한 복합 구조물의 동특성 해석을 정확히 수행하기 위해서는 모델링 되어야 할 다양한 요소들이 고려된 결합부의 모델링 기법이 필요하다.

1.2 관련 연구 동향

최근의 연구 동향을 보면 결합부 중에서도 주로 볼트 체결부와 마찰 접촉 체결부 등에 대한 연구가 주로 이루어지고 있다. Yoshimura 등은 공작기계의 대표적인 3가지 형태의 결합부(Bolted Joint, Welded Joint, Slide Way Joint)에 대하여 연구를 수행했는데, 결합부를 등가의 스프링 및 감소 요소로 모델링한 다음 실험을 통하여 등가의 강성과 감쇠 계수를 찾는 방법을 시도 하였다.[2,3] 또한 국내에서는 이재운 등이 역시 기계구조물의 대표적인 결합부 형태인 볼트 결합부, 리벳 결합부, 접착제로 결합된 결합부(Adhesive Joint)등에 대하여 유한요소 해석법과 영향계수법(Influence Coefficient Method)을 사용하여 등가의 보 요소(Beam Element)와 등가 스프링 요소로 모델링하는 방법을 제시하였다.[1]

또한 최영휴, 조재혁 등은 클램핑 체결된 안내마찰면(Slide way)에 대하여 등가의 강성을 구하고 이를 실제 해석 모델에 적용한 연구를 수행하였다.[4,5]

1.3 연구 개요

본 연구에서는 미끄럼 베어링의 일종인 슬라이드웨이 결합부(Slide Way Joint)의 모델링 기법에 대하여 연구하였다. 슬라이드 웨이는 기계적 접촉 베어링의 일종으로 가장 오래 되고 단순하며, 저렴한 베어링 기술로서, 현재에도 건설장비에서 원자단위의 해상도를 가진 정밀기계에 이르기까지 그 응용 범위가 넓다. 따라서 이러한 슬라이드웨이는 디자인 엔지니어에게 있어 가장 중요한 기계 요소 중의 하나가 된다. 공작 기계분야에 있어서도, 공구와 공작물의 이송을 위하여 LM 가이드와 함께 가장 많이 사용되는 기계 요소이다.[7]

본 연구에서는 이재운이 제안한 유연도 영향계수법[1]을 이용한 강성행렬의 축약 기법을 사용하여 미끄럼 안내면 결합부를 모델링 하고자 한다. 이렇게 모델링 된 결합부의 강성 값을 실제 모델에 적용하여 모드해석을 수행하고 그 결과를 Yoshimura의 등가 스프링 결합부 모델[2]을 사용한 경우와 강결합 모델을 사용한 경우에 대하여 비교

하여 본 연구에서 제안한 결합부 모델링 방법의 유용성을 확인한다.

2. 결합부의 모델링 이론

본 연구에서는 유연도 영향 계수(flexibility influence coefficient)를 이용한 결합부 요소의 축약 방법을 사용하여 구조물의 유한 요소와 같은 자유도를 갖는 결합부 강성 행렬을 구성하였다.

2.1 강성 행렬 축약 이론

여러 개의 자유도를 갖는 구조요소의 특성행렬을 수 개의 자유도를 갖는 등가의 구조요소의 특성행렬로 축약하는 대표적인 방법으로서 Guyan의 축약이론이 이용된다.

먼저 구조물의 하중과 변위의 정적 평형 조건식은 다음과 같다.

$$F = KU \quad (2.1)$$

위 식에서 F 는 하중 벡터, U 는 변위 벡터, K 는 강성행렬이다. 식 (2.1)에서 구조의 절점 변위 자유도를 필요한 수 개로 축약하기 위해서 선택된 변위 자유도 U_s 와 축약될 자유도 U_f 로 구분하여 표시하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} F_s \\ F_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ss} & K_{sf} \\ K_{fs} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ U_f \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

위 식에서, 선택된 자유도 벡터와 전체 자유도 벡터와의 변환 관계는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} U_s \\ U_f \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ff}^{-1}K_{fs} \end{bmatrix} U_s = TU_s \quad (2.3)$$

여기서, T 는 단위 행렬이고,

$$T = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ff}^{-1}K_{fs} \end{bmatrix} \text{인 변환 행렬이다.}$$

식 (2.3)을 식 (2.2)에 대입하면 분할된 요소행렬은 대칭행렬이므로 다음 관계식이 성립한다.

$$\begin{aligned} F_s &= [K_{ss} \quad K_{ss}K_{ff}^{-1}K_{fs}]U_s \\ &= K_{eq}U_s \end{aligned} \quad (2.4)$$

위 식에서, K_{eq} 는 축약된 등가강성행렬이다.

$$K_{eq} = K_{ss} - K_{sf}K_{ff}^{-1}K_{fs} \quad (2.5)$$

전체 구조계를 선택된 자유도만 가진 구조물로

축약시킨다면 전체 구조계의 변형 에너지와 축약된 구조계의 변형 에너지는 같아야 한다. 전체 구조계의 변형에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} U^T K U \\ &= \frac{1}{2} U_d^T T^T K T U_d \end{aligned} \quad (2.6)$$

축약된 계의 변형 에너지는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$V = \frac{1}{2} U_d^T K_{eq} U_d \quad (2.7)$$

그러므로 식 (2.6)과 (2.7)에서 축약된 등가 강성 행렬은 변환 행렬을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_{eq} = T^T K T \quad (2.8)$$

2.2 유연도 영향 계수 행렬을 이용한 축약 이론

식 (2.1)의 정적 평형 조건식은 유연도 영향계수 행렬을 사용하여 표현하면 다음과 같다.

$$U = A F \quad (2.9)$$

여기서, $A=K^{-1}$ 인 유연도 영향계수 행렬이다.

앞서와 마찬가지로 변위 자유도 벡터 U 를 선택된 자유도 U_d 와 생략될 자유도 U_q 로 구분하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} U_d \\ U_q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{dd} & A_{dq} \\ A_{qd} & A_{qq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_d \\ F_q \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

이때 선택된 자유도에 단위 하중을 가하고 변위 U_d 를 계산하여 영향계수 $[A_{dd}]$ 를 구한다.

한편, 식(2.9)는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{dd} & K_{dq} \\ K_{qd} & K_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{dd} & A_{dq} \\ A_{qd} & A_{qq} \end{bmatrix} = [I] \quad (2.11)$$

식(2.11)의 1행×열, 2행×열 만을 전개하여 정리하면 다음과 같다.

$$[K_{dd}][A_{dd}] + [K_{dq}][A_{dq}] = I \quad (2.12)$$

$$[K_{qd}][A_{dd}] + [K_{qq}][A_{dq}] = 0 \quad (2.13)$$

식(2.13)에서, $[A_{dd}] = -[K_{dd}]^{-1}[K_{dq}][A_{qq}]$ 이고, 이것은 식 (2.12)에 대입하면 $[A_{dd}]^{-1}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[A_{dd}]^{-1} = [A_{dd}] - [K_{dd}]^{-1}[K_{dq}][K_{qq}]^{-1}[K_{qd}] = [K]_{dd}$$

(2.14)

위의 식 (2.14)는 Guyan의 정축약이론에 의한 강성행렬과 같다. 즉 결합부의 상세 유한 요소 모델에서 등가 요소로 표현되기 위해 선택된 자유도에 대한 영향 계수를 정적 해석을 통하여 계산한 후 역행렬을 취하면 상세 모델의 전체 강성 행렬의 복잡한 계산 과정을 거치지 않고 축약된 등가의 강성 행렬을 구할 수 있다.

3. 유한요소해석을 이용한 등가강성 행렬 계산

3.1 접촉결합부의 유한 요소 모델링

Fig. 3.1은 등가 유한 요소 모델링을 나타내고 있다. 등가요소모델의 축약된 강성행렬을 구하는 과정은 우선 선택된 두 절점을 절점1과 절점2라하고 각각의 절점 벡터는 하첨자 1, 2로 표기한다. 그리고 각 절점에서의 변위를 $u_{x1}, u_{y1}, u_{z1}, u_{x2}, u_{y2}, u_{z2}$ 라고 하자. 절점2를 고정시키고 절점1에 각각의 단위 하중 F_x, F_y, F_z 를 가하여 영향계수 행렬 $[A]$ 를 구한 후 그 역행렬에 해당하는 강성행렬 $[K]$ 를 구한다.

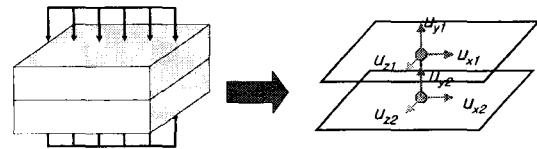


Fig. 3.1 Equivalent Element Modeling

유연도 영향계수법을 이용하여 등가의 결합부 강성을 얻기 위하여 결합 부의 상세 유한요소 모델을 구성하였다. 한 면의 길이가 20cm 이고 두께가 4cm인 정사각형 플레이트 두 개가 겹쳐진 형상의 슬라이드웨이의 사이에 contact 요소로 이루어진 경계 면이 있다. 경계 면의 마찰계수는 0.2로 가정하였고 재료의 종탄성계수 $E = 200\text{GPa}$ 이고 밀도 $\rho = 7.81 \times 10^6 \text{ Kg/m}^3$, 프와송 비 $\nu = 0.295$ 이다. 플레이트는 Ansys의 SOLID73요소를 사용하였고 contact 요소로는 TARGET170과 CONTACT174 요소를 사용하여 모델링하였다. 사용된 절점수는 726개이고 요소 수는 600개이다. 모델의 형상은 다음의 Fig. 3.2와 같다.

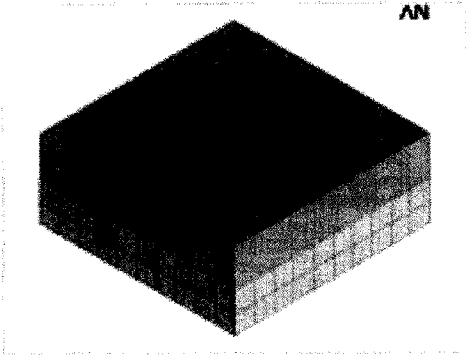


Fig. 3.2 FEM model of Slide way contact joint

해석의 결과를 Yoshimura의 등가 스프링 요소를 적용한 경우와 비교하기 위하여 접촉 체결력으로 가정한 값 P는 등가 예하중으로 환산하여 9800N/m²을 적용하였다.

3.2 등가강성행렬의 계산

Fig. 3.1에서 보는 바와 같이 플레이트의 상면의 중앙 절점과 하면의 중앙 절점을 각각 절점 1과 절점 2로 하여 접촉 체결되어 있는 두 플레이트의 강성의 이 두 절점에 대하여 3개의 자유도를 갖는 등가 강성행렬로 축약하고자 했다. 따라서 절점 2의 모든 자유도를 구속하고 절점 1에 각 방향의 단위 하중과 단위 모멘트를 가하여 각 하중 방향에 대한 변위를 구하였다.

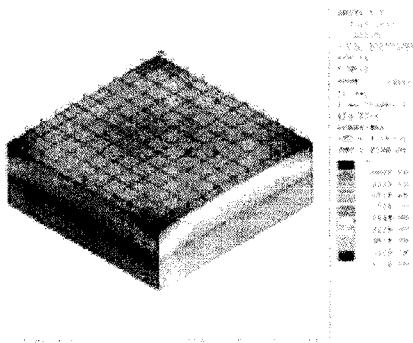


Fig. 3.3 Deformed shape due to applied unit load (P₁ = 1 N)

절점1에 단위 하중을 가하였을 때의 절점1의 변위를 구하고 Clamping force에 의한 변위를 제거

하고 상대적으로 극히 작은 변위를 소거한 순수 굽힘량을 구한다. 유연도 영향계수 행렬이 대칭행렬이 되게 하기 위하여 비대각항의 평균을 취하여 수정하여 다음과 같은 행렬을 구한다.

Table 3.1 Modified Displacement due to Unit Load

	u_x	u_y	u_z	θ_{xx}	θ_{yy}	θ_{zz}
K_x	0.000291×10^{11}	0	0	0	0	0.000291×10^{11}
K_y	0	0.000291×10^{11}	0	0	0	0
K_z	0	0	0.000291×10^{11}	0.000291×10^{11}	0	0
M_x	0	0	0.000291×10^{11}	0.000291×10^{11}	0	0
M_y	0	0	0	0	0.000291×10^{11}	0
M_z	0.000291×10^{11}	0	0	0	0	0.000291×10^{11}

Table 3.1에서부터 다음과 같은 유연도 영향계수 행렬을 구할 수 있으며 이를 이용하여 다음과 같은 방법으로 [K]를 구한다.

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix}$$

앞에서 구한 [K]'를 사용하여 등가 결합부 요소의 전체 강성 행렬을 구성할 수 있다. 힘의 평형식과 대칭성의 개념을 고려하고 전체 강성행렬에 대하여 다시 조합하면, 다음과 같은 등가 강성행렬 $[K]_{eq}$ 를 구할수 있다.

4. 실제 공작기계 해석에 적용

4.1 수직형 선반의 유한요소 모델

Fig 4.1에 보이는 구조물은 본 논문에서 해석 대상으로 삼은 수직형 선반이다. 그림에서 보는 바와 같이 컬럼(Column)에 크로스레일(Cross Rail)이 부착되어 있고, 크로스레일과 세들(Saddle), 툴바(Tool Bar)가 슬라이드웨이로 연결되어 있다.

먼저 결합부의 강성을 구하기 위하여 Fig 4.1와 같이 슬라이드웨이를 상세 모델링 하였다. 3절에서와 마찬가지로 접촉면은 Ansys의 TARGET170 과 CONTACT174 요소를 사용하여 모델링 되었고, 각각의 접촉면은 1/3 씩 나누어 X, Y, Z 방향의 세 개의 자유도를 갖는 등가 스프링 요소(MATRIX27)나로 모델링 하였다. 따라서 각 레일에는 3개의 가스프링 요소가 사용되었다.

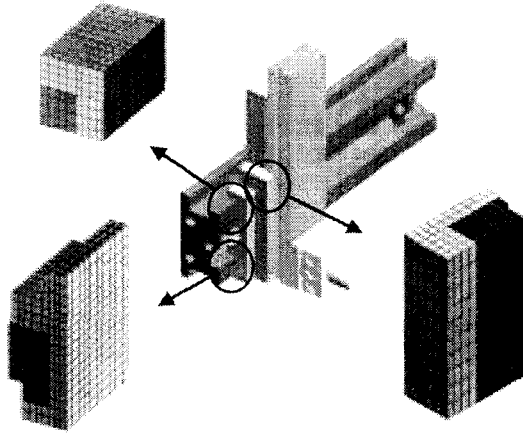


Fig. 4.1 Partial Modeling of Slide Way Contact Joints

수직형 선반은 공구부가 작업에 들어갔을 때 새들과 툴바가 클램핑 되지 않고 레일을 따라서는 자유로운 이송이 가능하다. 따라서 이송방향의 강성은 0으로 가정하였다. 선반이 작업에 들어갔을 때, 레일방향의 강성을 지지해 주는 것은 볼스크류이다. 따라서 실제 볼스크류의 위치에 해당하는 부위에 볼스크류의 강성에 해당하는 다른 강성요소를 사용하여 이송방향의 지지력을 갖게 하였다. 볼스크류의 강성값은 생산업체의 카탈로그에 강성값이 수록되어 있어 이를 참고하였다.[9]

4.2 수직형 선반의 모드 해석

4.1절에서 구한 강성값을 다음의 Fig 4.2과 같은 수직형 선반은 유한요소 모델에 적용하여 모드 해석을 수행하였다.

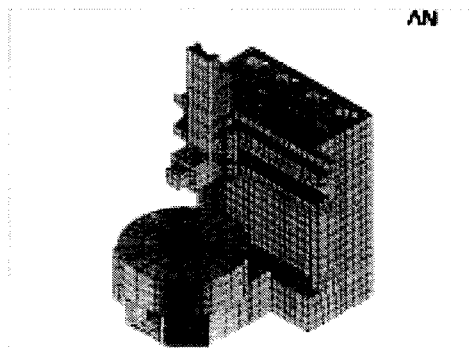


Fig. 4.2 FEM Model of Vertical Type Lathe

사용된 절점과 요소수는 각각 6106개, 5768개이다. 해석모델에 부여된 물성치는 Table 4.1과 같

다. 슬라이드웨이 결합부는 각각 3개 씩, 총 12개의 MATRIX27 요소에 의해 연결되어졌고, 2개의 볼스크류 또한 MATRIX27 요소에 의해 치환되었다. 모델링 되지 않은 부품 중에 해석에 영향을 끼치는 부분은 질량 요소로 대체하였다.

Table 4.1 Applied Material Property

탄성계수(N/mm ²)	88,200
밀도(kg/mm ³)	7.34×10 ⁻³
포와송비	0.2857

다음의 Table 4.2에 모드 해석 결과를 나타내었다.

Table 4.2 Comparison of Computed Results

	STIFFNESS MATRIX MODEL	RIGID JOINT MODEL
1st	26.585	28.512
2nd	34.021	40.510
3rd	44.005	52.071
4th	46.437	66.200
5th	68.408	74.253
6th	72.477	76.045
7th	89.784	95.143
8th	90.457	99.044
9th	91.711	106.59
10th	95.000	123.46

Table 4.2에서 보는 바와 같이 강성행렬 모델과 강결합 모델의 고유진동수 수치는 다소 차이가 난다. 전 영역에 걸쳐 강결합 모델이 다소 높게 나타났으며, 강성행렬 모델의 7차 모드는 강결합 모델에서는 나타나지 않았다. 강성행렬 모델은 툴바와 새들부의 변위가 다소 심하게 나타나고, 강결합 모델의 안내마찰면의 강성이 높은 만큼 킬림이나 테이블의 변위가 크게 나타나는 거동을 보인다. 다음 그림에서 5차까지의 모드형상을 나타내었다.

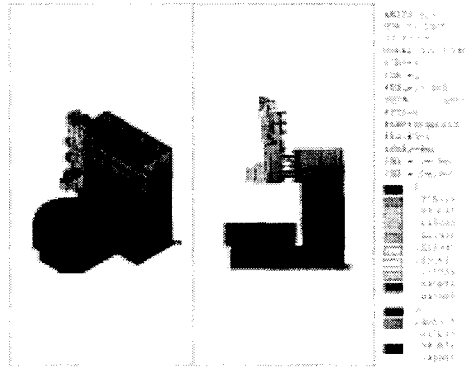


Fig.11 Stiffness Model (Mode 1)

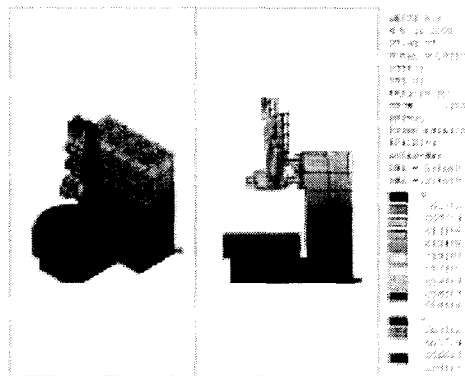


Fig.12 Rigid Joint Model (Mode 1)

5. 결 론

일반적으로 결합부는 다양한 형태를 띠고 있고 그 기하학적 형상이나 경계조건등이 비선형적이기 때문에 모델링 하기가 매우 까다롭다. 본 논문에서는 비교적 일반적으로 널리 적용될수 있다고 제안되어진 유연도 영향계수법을 이용하여 안내마찰면 결합부를 모델링 하여 보았다. 안내 마찰면은 볼스크류나 LM 가이드 같이 모듈(Module)화 되어 조립되어지는 다른 이송계 부품과는 달리 완제품의 사양에 따라 따로 설계되고 제작되기 때문에, 그 특성을 파악하기가 어렵다. 또한 마찰면의 위치나 면압의 변화에 따라 그 강성값을 달리 하고 볼스크류 같은 이송 장치등의 부가적인 효과 때문에, 실험적 데이터의 보강은 필수적이다. 본 논문에서는 영향계수법을 이용하여 슬라이드웨이의 강성을 구하여 이를 실제 모델에 적용함으로써 슬라이드웨이

모델링의 해석적 접근을 시도해 보았다.

후기

이 논문은 2002년도 중앙대학교 학술연구비 지원에 의해 수행되었으며이에 감사드립니다.

참고문헌

1. 이재운, "결합부가 있는 복합구조물의 동적해석," 서울대학교, 박사학위논문, 1993
2. M. Yoshimura, K. Okushima, "Measurement of Dynamic Rigidity and Damping Property for Simplified Joint Models And Simulation by Computer," Annals of CIRP, Vol.25, No.1, 1977, pp193 ~ 198
3. M. Yoshimura, K. Okushima, "Computer-Aided Design Improvement of Machine Tool Structure Incorporating Joint Dynamic Data," Annals of CIRP, VOL,28/1, 1979, pp.24 ~ 246
4. 조재혁, 김현욱, 안명덕, 최영휴, "유연도 영향계수법을 이용한 접촉결합부가 있는 복합구조물의 동적해석," 한국정밀공학회, '97년도秋季學術大會論文集, pp.528 ~ 533
5. 최영휴, 신중호, 박종권, "결합부 특성을 고려한 대형 연삭기 구조물의 동특성 해석," 한국정밀공학회, '95년도秋季學術大會論文集, pp.608 ~ 614
6. 강철희, "공작기계기술의 현재와 미래(1)," 한국정밀공학회지 제12권, 제4호, 1995, pp.5 ~ 18
7. Alexander H. Slocum, "Precision Machine Design," Prentice-Hall International Editions, 1992, pp.421 ~ 550
8. 우정욱, "결합부의 강성모델링을 이용한 공작기계의 구조해석," 중앙대학교, 석사학위논문, 2000
9. "첨단 가공 기계의 설계 및 품질 평가 예측 기술개발에 관한 연구" 한국 과학 기술원, 산업자원부, 2000