

역공학을 이용한 비구면 렌즈의 설계 데이터 도출

김한섭*, 김명중(울산대학교 대학원), 박규열(울산대학교 기계자동차공학부)
전종업(울산대학교 기계자동차공학부), 김의중(쥬엔투에이)

Reverse Engineering of Apherical Lens Curvature

H. S. Kim*, M. J. Kim(Mechanical Eng. Dept. UOU),
K. Y. Park, J. U. Jeon(Mechanical & Automotive Eng. School. UOU), E. J. Kim(N2A Co., LTD.)

ABSTRACT

In this paper, extracting design information from arbitrary aspherical lens shape in reverse engineering is introduced. Deformation terms and sphere data equation with various variables compose asphere equation. Aspherical lens shape is expressed with complicated polynomial expression that includes deformation terms and sphere data. Deformation term and vertex curvature have direct influence on a geometric shape and an optical characteristics of aspherical lens.

Hence, extracting these information mean that design information could be derived and analyzed from shape data of arbitrary aspherical lens. Furthermore, sharing designer's experience and knowledge for aspherical lens design could be expected.

Key Words : Reverse engineering(역공학), Aspherical Lens(비구면 렌즈), Deformation term(비구면 계수), Vertex curvature(정점의 곡률)

1. 서론

현재, 대부분의 광학계는 수차의 보정을 포함하여 고기능, 고품질 광학계의 필요성과 소형화의 추세로 인하여 구면 렌즈 광학계에서 비구면 렌즈(Aspherical lens) 광학계로 변화되고 있다^(1,2). 비구면 렌즈 광학계는 초점 집광 성능을 향상시켜 구면수차(Spherical aberration)를 제거하고 복잡한 렌즈 조합을 필요로 하지 않으며 높은 투과율이 얻어지는 등의 많은 장점을 가지고 있는 반면, 설계 및 제작상에 어려움을 가지게 된다. 이와 같은 연유에 오랜 기간의 경험에 의해서 근사해가 제시되어 있는 구면 렌즈의 사용이 선호되어 왔다⁽³⁾. 그러나 최근에는 설계와 제작상의 어려움에도 불구하고 비구면 렌즈의 형상 및 광학적인 장점을 다양한 분야에서 활용하고자 하는 연구가 수행되고 있다.

비구면 렌즈는 구면 렌즈와 달리 하나의 곡률로 형상이 정의되지 않기 때문에 설계의 어려움을 가지게 된다. 일반적으로 사용되고 있는 축대칭 비구

면 렌즈(Axisymmetric aspherical lens)의 경우에도 복잡한 고차항의 비구면 설계식의 적용이 불가피하며, 수식에 사용된 각각의 계수 값들은 렌즈의 특성에 중대한 영향을 미치게 된다. 또한 상용 프로그램을 이용하여 렌즈를 설계 시에 거치게 되는 최적화 과정 역시 렌즈의 특성에 큰 영향을 주게 된다. 그러나 렌즈의 설계에 있어서는 최적화 과정과 계수의 선택이 극히 중요한 요소임에도 불구하고 설계자의 경험과 지식에 의하여 임의로 선택되어지게 된다. 따라서 렌즈 설계를 위한 초기 값이 동일하더라도 렌즈의 광학적 특성은 설계자의 설계 경험과 능력에 따라서 다르게 나타날 수 밖에 없다는 문제점을 내포하고 있어 비구면 설계기술의 발전에 걸림돌로 작용하고 있다.

이와 같은 배경을 토대로, 본 연구에서는 비구면 렌즈설계 시에 소요되는 시간의 단축과 설계의 어려움의 감소시키기 위해 역공학의 방법을 적용하여 제작된 임의의 비구면 렌즈로부터 설계 정보를 역으로 도출하는 방법을 제안하였다.

2. 비구면 렌즈

2.1 비구면 렌즈식

비구면 렌즈는 구면 렌즈에 비해 광학적 특성이 뛰어나며, 동일한 기능을 가지는 구면렌즈와 비교할 때 전체적인 부피도 감소하여 최근 비구면 렌즈의 사용이 증가하고 있다. 비구면 렌즈는 1개의 렌즈로 구면렌즈에서 발생하는 각각의 수차를 보정하는 것이 가능하기 때문에 구면 렌즈의 단점을 보완 가능하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 비구면 렌즈는 1개 이상의 곡률을 가지는 렌즈로서 넓게는 타원렌즈, 쌍곡면 렌즈, 포물면 렌즈 그리고 비대칭 렌즈 등과 같은 렌즈들이 비구면 렌즈의 범주에 포함되어 다양하고 복잡한 형상이 존재한다. 따라서 렌즈를 표현하는 수식 역시 구면 렌즈에 비해 비구면 렌즈는 복잡한 고차항의 급수전개의 형태를 가지고 있다.

구면 렌즈의 형상은 식 (1)과 같이 하나의 반경을 가지는 원의 방정식으로 표현하고 있다⁽⁴⁾.

$$\rho^2 + (z-r)^2 = r^2 \quad (1)$$

이를 변형하면,

$$\begin{aligned} z(\rho) &= r - \sqrt{r^2 - \rho^2} = r(1 - \sqrt{1 - c^2 \rho^2}) \\ &= \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - c^2 \rho^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현할 수 있다. 이때 $c=1/r$ 이다. 식(2)는 x 값에 따른 z 의 값으로 구면 렌즈의 형상을 나타내고 있다.

$$z(\rho) = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2 \rho^2}} + A\rho^4 + B\rho^6 + C\rho^8 + D\rho^{10} \dots \quad (3)$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

c : 정점의 곡률

A, B, C, D: 비구면 계수(deformation terms)

k : conic constant

$k = 0$ 구면(sphere), $k = -1$ 포물면(parabolid)

$-1 < k < 0$ 긴 타원체면(prolate ellipsoid)

$k < -1$ 쌍곡면(hyperboloid)

$k > 0$ 납작한 타원체면(oblate ellipsoid)

그러나 비구면 렌즈를 표현하는 식은 구면을 나타내는 식(1)과 달리 식(3)과 같이 복잡하게 나타내

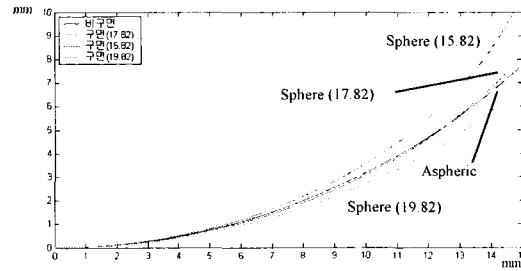


Fig. 1 Calculation of basic curvature for aspherical shape

어진다. 비구면의 형상을 정의하는 식(3)은 구면을 나타내는 식(2)를 포함하고 있으며, 비구면의 형상과 구면 형상의 기하학적인 차이는 식(3)에서 비구면 계수(Deformation term)를 이용하여 급수 형태로 표현하고 있다^(4, 5). 비구면 식에서 conic constant의 값에 따라 비구면 렌즈는 여러 가지 기본 현상을 가지게 된다. 본 논문에서는 기본 형상이 구면 즉, $k=0$ 일 때의 비구면을 대상으로 하였다.

식(3)에서의 비구면 계수는 비구면의 기하학적인 형상에 영향을 미치기 때문에 비구면 계수의 값에 따라 형상이 바뀌게 되고 이는 직접적으로 렌즈의 광학적 특성과 결부된다. 그럼에도 불구하고 이러한 비구면 계수는 설계자와 상용 프로그램에 의해 임의로 결정되고 바뀌게 되는 경향을 보이고 있어 비구면 렌즈의 설계가 구면렌즈에 비해 어려움을 가지게 되는 하나의 요인으로 작용하고 있다. 그러나 최근 연구에 의하면 이러한 영향을 탈피하기 위해 비구면 식을 이용하지 않고 설계의 기초 데이터와 광학적인 특성만을 이용하여 비구면의 형상을 설계하는 방법이 연구되고 있다⁽⁶⁾.

3. 비구면 렌즈의 설계 데이터

3.1 정점의 곡률 생성

앞 절에서 설명한 바와 같이 비구면을 표현하는 식은 구면렌즈의 식과 이때의 구면과 비구면의 형상의 차이를 비구면 계수를 이용한 급수의 형태로 나타내고 있다. 따라서 임의의 비구면의 형상에서 먼저 찾아야 할 설계 데이터는 정점의 곡률이다.

식(3)의 설명에서와 같이 비구면을 표현하는 식은 구면을 나타내는 식이 포함되어 있다. 식(1)은 원의 방정식으로 구면 렌즈의 형상을 표현하고 있으나 더욱 간단하게 표현하면 원의 반경(r) 혹은 곡률(c)로서도 충분히 구면 렌즈의 형상을 설명할 수 있다. 또한 비구면의 식(3)에 포함되어 있는 c (정점의 곡률)은 비구면을 설계할 때 사용되었던 구면 렌즈의 곡률임을 추측할 수 있다.

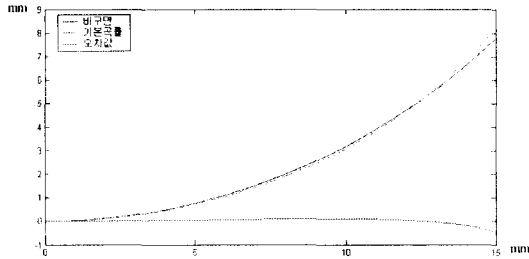


Fig. 2 Calculation of error curve

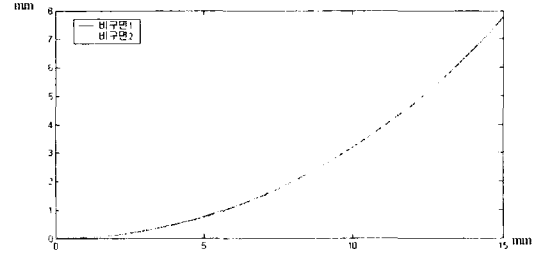


Fig. 4 Compare with aspherical curves

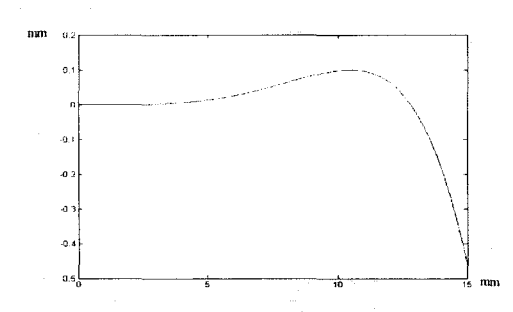


Fig. 3 Shape error curve

일반적인 비구면 렌즈의 설계 곡률과 비구면 계수를 살펴보면 비구면 계수는 10^{-6} 이하의 매우 작은 값을 가지고 있다. 이는 비구면과 가장 유사한 구면으로 기본 형상을 가지게 하고 이때의 기본 구면 형상에서 벗어나 있는 부분을 비구면 계수로 표현하고 있다. 따라서 임의의 비구면 형상 데이터에서 설계 데이터를 도출하기 위하여 먼저 비구면에서 사용되어진 기본 구면 현상의 곡률을 찾아낸다.

Fig. 1 은 임의의 비구면과 가장 유사한 구면을 찾기 위해 여러 가지 크기의 구면을 표시하였다. 동 그림에서 임의의 비구면 형상과 구면 곡선은 완전히 겹쳐지지 않고 형상오차를 가지게 되어 구면과 비구면 사이에 일정한 면적을 가지게 된다. 이때 비구면과 함께 최소의 면적을 형성하는 구면 곡선이 비구면을 설계할 때 사용되어진 구면형상이며, Fig. 1 의 본 논문의 예제에서는 반경 $r=17.82$ 을 가지는 구면이 비구면과 가장 근접한 형상을 가지는 곡선이 되어 식(3)에서 정점의 곡률로 사용되어진다.

3.2 비구면 계수의 생성

전술한 바와 같이, 비구면 식(3)에서는 구면의 형상 정보 이외에 짝수 항으로 구성된 비구면 계수 값들이 사용되어지고 있다. 이는 앞서 구한 구면 형상의 정보와 함께 식(3)과 같이 비구면 식으로

표현되어 비구면 렌즈의 기하학적 형상을 가지게 함은 물론 광학적 특성을 가지게 하는 렌즈 설계의 중요한 설계 요소이다.

비구면 계수는 식(3)에서와 같이 급수형태의 다항식과 함께 표현되어져서 비구면과 이와 근접한 형상을 가지는 구면과의 사이에서 발생하는 형상오차를 보정하는 기능을 가지고 있다. Fig. 2는 비구면의 형상과 이와 근접한 구면 형상($r=17.82$) 그리고 이들의 형상오차를 곡선으로 나타내고 있다. 이 때의 형상 오차를 스케일을 달리하여 나타내면 Fig. 3 과 같이 자유곡선의 형상을 가지고 있다.

일반적으로 자유곡선을 고차항의 다항식으로 커브피팅을 수행할 경우에 그 결과는 다음의 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$y = ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g \quad (4)$$

그러나 비구면 식(3)의 경우 상수 항과 홀수 차수를 제외한 짝수 항으로 구성되어 있어 일반적으로 알려진 커브피팅의 방법을 그대로 사용하기엔 다소 어려움이 따른다. 따라서 본 논문에서는 커브피팅을 하기 위해 사용되어지는 Householder 방법, Givens 방법의 연산⁽⁷⁾ 과정을 수정하여 상수 항과 홀수 항을 제외하고 비구면 식에서 필요로 하는 짝수 항만으로 구성된 다항식으로 커브피팅을 수행하였다. 본 논문에서는 비구면 계수에서 8차까지의 계수를 구하였으며 그 결과 식(5)와 같은 다항식을 얻게 되었다.

$$y = 0.000039911x^4 - 0.000000344x^6 + 0.0000000006x^8 \quad (5)$$

여기서 각 항의 계수, 0.000039911, -0.000000344, 0.0000000006 는 비구면 식(3)의 각각 동일 차수에 해당하는 비구면 계수 값이 된다.

3.3 비구면 설계 정보의 평가

$$z(r) = \frac{0.0561167r^2}{1 + \sqrt{1 - 0.0561167^2 r^2}} + 0.000039911r^4 - 0.000000344r^6 + 0.0000000006r^8 \quad (6)$$

3.1, 2절에 구한 비구면 렌즈의 설계 데이터 즉, 정점의 곡률과 비구면 계수 비구면 식(3)에 대입하여 식을 완성하면 식(6)과 같이 된다.

Fig. 4 는 임의의 비구면 형상과 식(6)를 이용하여 만든 비구면의 형상을 나타내고 있다. Fig. 1 과 2 에서 임의의 비구면과 구면($r=17.82$)은 형상 오차를 가지고 있으나 다항식의 커브피팅을 통해 구한 각각의 비구면 계수를 추가한 식(6)를 이용하여 구한 Fig. 4 에서는 형상오차가 현저히 줄어 있다. 상기 예제에서 초기 비구면과 새롭게 구성된 비구면 식을 통해 만든 비구면과의 형상오차는 약 0.7um 정도를 보이고 있다. 그러나 비구면 계수의 차수를 증가시켜 계산할 경우 그에 따른 형상오차는 줄어들어 초기의 비구면 형상과 더욱 일치하게 된다. 비구면을 설계할 경우 보통 약 10 차 정도의 비구면 계수를 사용하고 있으며 렌즈에 존재하는 각종 수차의 감소나 비구면 렌즈의 광학적인 특성을 향상시키기 위해서 혹은 광학적인 특성을 위해 높은 형상 정밀도를 요구하는 렌즈를 설계 시에 10 차 이상의 비구면 계수를 사용한다. 따라서 비구면 렌즈의 형상 데이터에서 정점의 곡률을 구하고 보다 높은 차수를 적용하여 형상 오차 곡선을 커브피팅 할 경우 임의의 비구면에서 보다 정확한 설계 정보를 유도해 낼 수 있다.

이와 같은 결과는 비구면 렌즈의 형상 데이터로부터 렌즈 설계에 적용된 비구면 계수의 산출이 가능하며, 이를 이용하면 임의의 형상을 가지는 비구면 렌즈에 대한 설계정보를 추적하는 것이 가능하다는 사실을 시사하는 것으로 판단할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 역공학적인 방법을 적용하여 임의의 비구면 형상 정보에서 비구면 렌즈의 설계 정보를 추적하는 방법을 제시하였다. 본 논문의 결과를 요약하면, 비구면 렌즈의 형상 데이터로부터 렌즈의 설계 시에 사용되는 기본 곡률(정점의 곡률)과 비구면 계수의 추적이 가능하다. 이는 임의의 비구면 렌즈로부터 설계 정보를 추적해 내는 것을 의미한다. 렌즈의 설계 시에 이와 같은 결과를 이용하면 기존의 렌즈에 대해 설계 과정을 분석이 가능하며 최적화 과정에서 변화된 렌즈의 형상 정보 및 광학적 특성의 변화 역시 분석 가능하리라 생각된다. 따라서 비구면 렌즈의 설계 시에 소요되던

시간의 단축이 기대되며 설계자의 설계 경험과 능력을 공유하는 효과를 가져올 것으로 사료된다.

후기

본 연구는 KITECH 주관, 산업자원부 시행의 “고기능성 부품가공용 지능형 연삭시스템 연구개발”의 위탁과제로 진행되었습니다.

참고문헌

1. Suzuki, H., Hara, S., and Matsunaga, H., “Study on Aspherical Surface Polishing Using a Small Rotating Tool,” *Journal of the Japan society for precision engineering*, Vol. 59, No. 10, pp. 1713 - 1718, 1993.
2. Itoh, S., “Study on Measurement of Axi Symmetrical Form Generated by Ultra-Precision Machining(3rd Report),” *Journal of the Japan society for precision engineering*, Vol. 61, No. 3, pp. 391 - 395, 1995.
3. J.-S. Lee, M. Saeki, T. Kuriyagawa, K. Syoji, “A Study on the Mirror Grinding for Mold of a Small Aspherical Lens,” *J. of KSPE*, Vol. 18, No. 12, pp. 82 - 87, 2001.
4. Bass M., "Handbook of Optics (I)," 2nd edit., McGraw-Hill, pp. 1.36 - 1.39, 1994.
5. Driscoll, W. G., Vaughan. W., "Handbook of Optics." McGraw-Hill, pp. 2.11 - 2.13, 1978.
6. Kim, H. S., Park, K. Y., Lee, W. K., Jeon, J. U., Park, S. T., “Design of Spherical Aberration Free Aspherical Lens by use of Ray Reverse Tracing Method,” 3rd Asia-Pacific Forum on PSFDT, pp. 109 - 121, 2003.
7. 김규철, 나연목, “수치해석,” 시그마프레스, pp. 436 - 445, 1995.