

슬라이딩 모드 제어를 위한 인자 튜닝 알고리즘

류세희*(한양대 대학원 기계설계학과), 박장현(한양대 기계공학부)

Parameter Tuning Algorithm for Sliding Mode Control

S. -H. Ryu(Mecha. Eng. Dept., HYU), J. -H. Park(Mecha. Eng. Dept., HYU)

ABSTRACT

For an efficient sliding mode control system stability and chattering avoidance should be guaranteed. A continuation method using boundary layer is well known as one solution for this. However since not only model uncertainties and disturbances but also control task itself is variable, it is practically impossible to set controller parameters - control discontinuity, control bandwidth, boundary layer thickness - in advance. In this paper first an adaptation law of control discontinuity is introduced to assure system stability and then fuzzy logic based tuning algorithm of design parameters is applied based on monitored performance indices of tracking error, control chattering, and model precision. In the end maximum control bandwidth not exciting unmodeled dynamics and minimum control discontinuity, boundary layer thickness making system stable and free of chattering are found respectively. This eliminates control chattering and enhances control accuracy as much as possible under given control situation. In order to demonstrate the validity of the proposed algorithm safe headway maintenance control for autonomous transportation system is simulated. The control results show that the proposed algorithm guarantees system stability all the time and tunes control parameters consistently and in consequence implements an efficient control in terms of both accuracy and actuator chattering.

Key Words : Sliding Mode Control (슬라이딩 모드 제어), Stability (안정성), Chattering (채터링), Control Discontinuity (비선형 제어 이득), Control Bandwidth (제어 대역폭), Boundary Layer Thickness (경계층 두께), Fuzzy Logic (퍼지 논리), Autonomous Transportation System (자율 운송 시스템)

1. 서론

슬라이딩 모드 제어는 시스템의 모델을 이용하는 모델 기준 제어 방법으로서 시스템의 강인성 등의 면에서 매우 우수한 제어 방법으로서 알려져 있다[1]. 그런데 제어기의 설계를 용이하게 하기 위해 모델을 인위적으로 간단화하는 경우가 많고, 정확하게 모델을 하는 경우에도 모델 인자 값에 오차가 포함되며, 이외에도 센서, 모터 등의 시간 지연, 시스템 외란 등으로 인하여 모델에는 항상 불확실성이 존재한다[2]. 그리고 모델 오차 보상 과정에서 제어 입력이 일정 주파수로 떨리는 채터링 현상이 발생될 수 있는데, 이는 제어 정확도를 악화시키고, 심한 잡음과 함께 기계 부품을 마모시키기도 하며, 나아가 시스템을 불안하게 할 수도 있다[3]. 그러므로 채터링의 방지는 제어기 설계에서 반드시 고려되어야 할 중요 사항이다. 이를 위한 대표적인 방

법으로 경계층을 이용한 연속화 방법[4,5]이 있다. 이는 경계층을 도입하여 불연속적인 제어 입력을 연속 함수로써 근사화하여 채터링을 감소시키는 방법이다. 이 경우 경계층 두께, 비선형 제어 이득, 제어 대역폭 값들을 제어 환경에 따라 각각 적절하게 튜닝해 주어야 하는데, 이에 대한 연구로는 퍼지 논리를 이용한 자동 튜닝 방법[6] 등이 있다. 그런데 이 방법은 모델의 불확실성이 시간에 따라 변하는 경우에 시스템의 안정성을 보장하기 위한 인자 튜닝 과정에서 시간 지연이 발생하는 단점이 있다. 본 논문에서는 이에 대한 대안으로 시스템의 안정성을 보장하기 위한 비선형 제어 이득 및 채터링 방지를 위한 경계층 두께는 샘플링 시간 간격으로 튜닝하고, 제어 정확도 향상을 위한 제어 대역폭은 일정 시간 간격으로 제어 성능을 관측하고, 이를 퍼지 규칙에 적용하여 튜닝해 주는 알고리즘을 제안하고자 한다. 아울러 본 알고리즘을 적용한

자율 운송 시스템의 차량 간 안전 거리 유지 제어의 시뮬레이션을 수행하고, 그 결과를 토대로 인자 튜닝의 타당성 및 효율성을 검증하고자 한다.

2. 슬라이딩 모드 제어 인자 튜닝

2.1 시스템 안정성을 위한 비선형 제어 이득 튜닝

일반적인 n 차 시스템에 대한 운동 방정식 및 슬라이딩 평면의 정의식은 각각 다음과 같다.

$$\dot{x}^{(n)} = f(x) + b(x)u \quad (1)$$

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x} \quad (2)$$

여기에서 f , b , λ 는 각각 시스템 동력학, 제어 이득, 제어 대역폭을 나타낸다. 만약 모델된 시스템 동역학 방정식을 \hat{f} 이라고 하면 모델 오차는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$|\hat{f} - f| \leq F \quad (3)$$

제어 시스템이 기준 입력 $x_d(t)$ 를 추종하기 위하여는 다음과 같은 슬라이딩 조건이 만족되어야 한다.

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (4)$$

여기에서 η 는 슬라이딩 모드에 도달하는데 걸리는 시간과 관련된 상수이다. 일반적으로 슬라이딩 모드 입력은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$u = \hat{u} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (5)$$

여기에서 \hat{u} 은 모델을 이용하여 계산된 등가 제어 입력이다. 이 경우 위의 식 (4)를 만족시키기 위한 비선형 제어 이득 k 는 다음과 같이 결정된다.

$$k = F + \eta \quad (6)$$

그런데 만약 모델의 불확실성의 크기를 나타내는 F 값이 변한다면 그에 상응하여 비선형 제어 이득 또한 변해야 한다. 여기에서는 F 의 추정치를 \tilde{F} 으로 표시하고 매 샘플링 타임마다 다음과 같은 관계식에 의하여 \tilde{F} 값을 튜닝하기로 한다.

$$\dot{\tilde{F}} = \gamma \|s\|, \quad k = \tilde{F} + \eta \quad (7)$$

따라서 시스템의 비선형 제어 이득은 다음과 같이 튜닝된다.

$$k = \tilde{F}_{old} + \gamma \int \|s\| dt + \eta \quad (8)$$

이 경우 시스템의 안정성을 증명하기 위한 리아프노프 함수 V 의 정의식 및 미분 결과는 다음과 같다.

$$V = s^T \frac{s}{2} + (\tilde{F} - F)^T \gamma^{-1} \frac{(\tilde{F} - F)}{2} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} + (\tilde{F} - F)^T \gamma^{-1} \dot{\tilde{F}} \\ &= s^T (f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}}) + (\tilde{F} - F)^T \|s\| \\ &= s^T \left\{ f - \hat{f} - (\tilde{F} + \eta) \frac{s}{\|s\|} \right\} + (\tilde{F} - F)^T \|s\| \\ &= -s^T (\tilde{F} + \eta) \frac{s}{\|s\|} + s^T (f - \hat{f}) + (\tilde{F} - F)^T \|s\| \quad (10) \\ &= -\|s\| (\tilde{F} + \eta) + s^T (f - \hat{f}) + (\tilde{F} - F)^T \|s\| \\ &= -\|s\| \eta + s^T (f - \hat{f}) - F^T \|s\| \\ &\leq -\eta \|s\| \end{aligned}$$

그러므로 모델의 불확실성의 크기가 변하는 경우에도 비선형 제어 이득의 튜닝을 통하여 시스템의 안정성을 보장할 수 있다.

2.2 제어 성능 관측을 위한 지표 선정

슬라이딩 모드 제어의 성능은 제어 오차 및 채터링 방지, 모델의 정확도 등의 측면에서 평가될 수 있는데, 여기에서는 다음과 같은 세 가지의 지표를 정의하여 제어 성능을 간접적으로 표현하기로 한다.

$$E = \int_T |x - x_d| dt / T \quad (11)$$

$$C = \frac{\tau''}{\tau''_{\max}} = \frac{\int_T \left| \frac{d^2 \tau}{dt^2} \right| dt / T}{2(\Delta \tau)_{\max} / T^2} = \frac{T \int_T \left| \frac{d^2 \tau}{dt^2} \right| dt}{2(\Delta \tau)_{\max}} \quad (12)$$

$$S = \int_T \|s\| dt / T \quad (13)$$

여기에서 T 는 제어 성능을 관측하는 시간 간격을 나타내고, E 는 평균 제어 오차를, C 는 평균 채터링 크기를, 그리고 S 는 평균 모델링 오차를 각각 나타낸다. 특히 C 의 정의식은 채터링이 클수록 액추에이터 출력의 평균 2 개 도함수값이 커지는 점을 이용한 것이고, 이를 정규화하기 위해 최대 평균 채터링값으로 나누는 형태를 갖도록 하였다. 그리고 성능 지표 S 는 모델링이 정확할수록 제어 오차 함수 s 의 크기가 감소하는 점에 착안하여 정의하였다.

2.3 제어 성능 향상을 위한 제어 대역폭,

경계층 두께, 비선형 제어 이득의 튜닝

일반적으로 제어 대역폭 값을 크게 설정할 수록 제어 정확도는 향상되지만 그 값이 너무 크면 모델링 되지 않은 동특성이 자극되어 채터링이 발생한다. 따라서 제어 정확도 및 채터링을 동시에 감안하여 제어 대역폭 값을 튜닝해 주어야 한다.

경계층 내부에서의 슬라이딩 변수 s 의 미분 값은 다음과 같이 표현될 수 있다[1].

$$\dot{s} = -bb^{-1}k\frac{s}{\phi} + (f - bb^{-1}\hat{f}) + (1 - bb^{-1})(-x_1^{(n)} + (n-1)\lambda x_1^{(n-1)} + \dots + \lambda^{n-1}\dot{x}_1) \quad (14)$$

여기에서 ϕ 는 경계층 두께이다. 위의 식으로부터 s 는 모델 오차가 입력인 1차 필터의 출력으로 간주될 수 있다. 그러므로 개념적으로 오차 동력학의 구조는 그림 1과 같이 나타낼 수 있고, 여기에서 두 번째 블록은 s 의 정의로부터 유도된 것으로서 λ 의 대역폭을 갖는 필터로 간주할 수 있다. 그러므로 만약 ϕ 를 아래의 식 (15)와 같은 관계가 성립하도록 튜닝한다면 두 개의 블록은 각각 λ 의 대역폭을 갖는 저역 통과 필터로 된다. 여기에서 만약 λ 값을 시스템의 모델되지 않은 동특성의 주파수보다 작게 선택하면 채터링이 방지된다.

$$\frac{bb^{-1}k}{\phi} = \lambda \quad (15)$$

한편 이 경우 변형된 경계층 두께 ϕ 를 도입하면 제어기 이득과 튜닝 인자들 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\phi = k / \lambda \quad (16)$$

여기에서, $\phi = \hat{\phi} bb^{-1}$

이 경우 최종적인 시스템 출력의 유효 제어 오차의 크기는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{bb^{-1}\hat{\phi}}{\lambda^n} \quad (17)$$

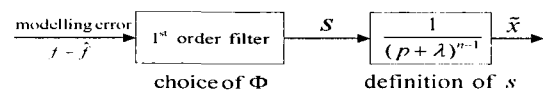


Fig. 1 Structure of the closed-loop error dynamics

실험을 통해 제어 대역폭과 제어 오차 및 채터링 성능 지표 사이의 관계를 살펴 보면 그림 2와 같다. 이 경우 λ 값이 매우 큰 경우 뿐만 아니라 작은 경우에도 어느 정도 크기의 채터링이 발생할 수 있는데, 이는 모델 오차가 큰 상태에서 λ 값이 매우 작으면 안정성 보장을 위해 k 값이 매우 거지고, 이것이 채터링을 발생시키기 때문이다. 그러므로 k 값의 변화는 λ 값의 튜닝에 작지 않은

영향을 미칠 수 있다.

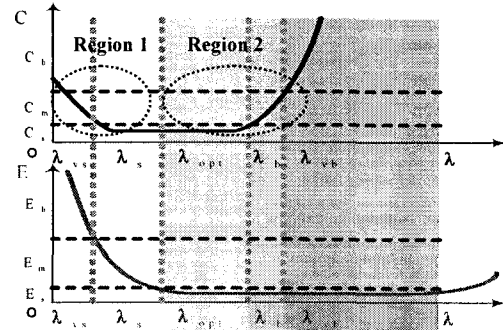


Fig. 2 Relation 1 between control performances and control bandwidth

그런데 만약 λ 값이 그림 2의 구간 2 내에 존재한다는 것이 보장된다면 채터링이 방지되면서도 제어 정확도를 보다 향상시킬 수 있는 최적 제어 대역폭 λ_{opt} 값은 채터링 지표만을 이용해서도 비교적 쉽게 탐색할 수 있다. 본 논문에서는 이에 착안하여 λ 값이 임의의 초기치로 설정되더라도 일차적으로 그 값이 구간 2 내로 존재하도록 튜닝한 다음에 그 구간 내에서 이차적으로 최적의 제어 대역폭 λ_{opt} 를 탐색하도록 하고자 한다.

한편 제어 대역폭의 일차적 튜닝은 다음과 같은 방법에 의해 보다 효율적으로 수행될 수 있다. 앞에서 경계층 두께는 식 (16)에 의해 튜닝하기로 하였는데, 만약 식 (18)을 이용하여 그 값을 k 값에 비례하여 충분히 크게 해 준다면 k 값 증가에 의한 채터링 발생을 억제할 수 있다. 이 경우에 제어 대역폭과 제어 오차 및 채터링 지표 간의 관계는 그림 3과 같이 보다 단순해진다. 그러므로 일차적 튜닝에서는 위 식 (18)을 이용하여 경계층 두께를 충분히 크게 설정해 주면서 유사 최적 제어 대역폭 $\lambda_{pseudo-opt}$ 을 표 1과 같은 퍼지 규칙을 이용하여 탐색한다.

$$\phi = \frac{k}{\beta} \quad (\beta \ll \lambda) \quad (18)$$

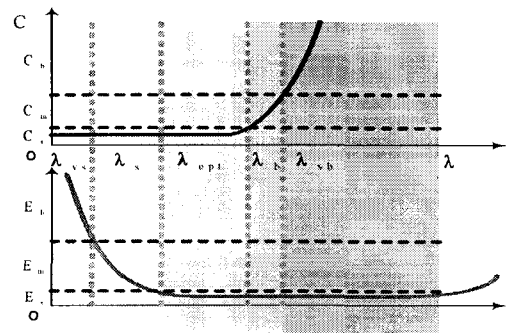


Fig. 3 Relation 2 between control performances and control bandwidth

Table 1 Fuzzy rules for tuning of pseudo-optimum control bandwidth

err. index \ chat. index		C		
		Small	Medium	Big
E	Small	λ_{opt}	λ_{big}	$\lambda_{very\ big}$
	Medium	λ_{small}	λ_{big}	$\lambda_{very\ big}$
	Big	$\lambda_{very\ small}$	λ_{big}	$\lambda_{very\ big}$

그리고 위의 결과에 의해 유사 최적 제어 대역폭 $\lambda_{pseudo-opt}$ 이 결정되면, 이제 λ 값은 구간 2 내에 존재한다고 간주할 수 있다. 그러면 이차적 제어 대역폭 튜닝 단계로서 경계층 두께를 다시 식 (16) 을 이용하여 튜닝하면서 최적 제어 대역폭 λ_{opt} 을 표 2 와 같은 퍼지 규칙을 이용하여 탐색한다.

Table 2 Fuzzy rules for tuning of optimum control bandwidth

bandwidth \ chat. index		C			
		Zero	Small	Medium	Big
bandwidth					
λ		λ_{small}	λ_{opt}	λ_{big}	$\lambda_{very\ big}$

그리고 만약 λ 값이 구간 2 를 벗어나게 되면 다시 전단계 튜닝 과정으로 돌아가도록 하기 위해 서 다음과 같은 퍼지 규칙을 추가적으로 사용한다.

“If E is not small, then go back to 1st tuning stage” (19)

한편 앞의 식 (17)에서 언급했듯이 제어 오차는 경계층 두께값을 작게 할수록 감소하고, 비선형 제어 이득을 감소시킬 수록 채터링 현상이 감소하므로 두 인자 값을 될 수 있으면 작게 튜닝하는 것이 바람직하다. 특히 식 (8)에서 모델의 오차 크기를 나타내는 \hat{F}_{old} 값이 필요 이상으로 크게 설정된 경우에는 이를 감소시켜 비선형 제어 이득을 감소시키는 것이 바람직하다. 그런데 이 경우 관계식에 의해 ϕ 값도 감소되기 때문에 이러한 추가적인 튜닝 작업은 채터링이 발생되지 않고, 동시에 모델링 오차도 매우 작은 경우에만 이루어 져야 한다. 그래서 표 3 과 같은 퍼지 규칙을 이용하여 만약 모델링 오차가 작고, 동시에 채터링도 발생되지 않는 경우에 한하여 식 (8)에서의 \hat{F}_{old} 를 감소시키고, 아울러 식 (16)에 의해 ϕ 역시 감소시키는 튜닝을 추가적으로 수행하도록 한다.

Table 3 Fuzzy rules for tuning of k and ϕ

Modelling error \ Chattering		$\int s dt / T$			
		Zero	Small	Medium	Big
C	Small	$\hat{F}_{very\ big}$	\hat{F}_{big}	\hat{F}_{opt}	\hat{F}_{opt}

3. 튜닝 알고리즘의 성능 검증

3.1 자율 운송 차량 간의 거리 유지 제어

자율 운송 시스템에서 차량 간 일정 거리 유지는 안전을 위해 매우 중요하며, 이를 작게 할수록 교통량을 증가시킬 수 있다.

3.2 차량 모델링 및 슬라이딩 제어기 설계

그림 4 에서 두 대의 차량의 운동 방정식을 각각 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$F_1 = m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1, \quad F_2 = m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 \quad (20)$$

한편 슬라이딩 평면은 다음과 같이 정의한다.

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \tilde{x}, \quad \tilde{x} = x_2 - (x_1 - h) \quad (21)$$

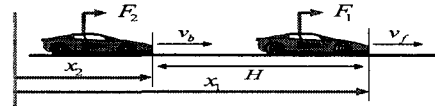


Fig. 4 Vehicle-to-vehicle safe headway maintenance control

이 경우 슬라이딩 제어를 위한 등가 입력은 다음과 같다.

$$\hat{F}_2 = m_2 \left(\frac{C_2}{m_2} \dot{x}_2 + \left(\frac{F_1}{m_1} - \frac{C_1}{m_1} \dot{x}_1 \right) - \lambda (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \right) \quad (22)$$

여기에서 앞 차량의 힘 정보는 이용 불가능하다고 가정하면 등가 입력 및 경계층 내부에서의 슬라이딩 모드 제어 입력은 각각 다음과 같다.

$$\hat{F}_2' = C_2 \dot{x}_2 - \frac{m_2}{m_1} C_1 \dot{x}_1 - m_2 \lambda (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (23)$$

$$F_2 = \hat{F}_2' - k \frac{s}{\phi} \quad (24)$$

3.3 시뮬레이션 결과

두 대의 차량이 7m 간격을 두고 정지하고 있던 중에 선두 차량에 그림 5 와 같은 가속도 변화가 발생한 경우의 후속 차량의 차량 간격 유지 제어를 시뮬레이션 하였다.

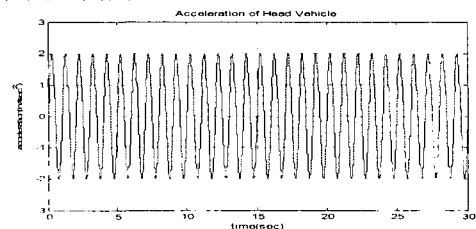


Fig. 5 Acceleration history of head vehicle

이 경우 인자 값의 초기치는 적정 값보다 작게 내지는 크게 설정될 수 있으므로 각각의 경우를 시

시뮬레이션 하였으며 그 결과는 다음과 같다.

우선 그림 6, 7, 8은 제어 대역폭의 초기치가 매우 작을 경우의 두 차량의 궤적, 제어 오차, 후속 차량의 제어 입력의 변화를 각각 나타낸다. 그리고 그림 9, 10, 11은 제어 대역폭의 초기치가 매우 클 경우의 두 차량의 궤적, 제어 오차, 후속 차량의 제어 입력의 변화를 각각 나타낸다. 각각의 경우에 튜닝이 진행되면서 채터링이 억제되고, 차량 간격이 보다 정확하게 유지되는 것을 확인할 수 있다.

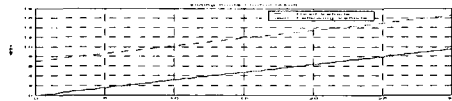


Fig. 6 Vehicle-to-vehicle safe headway maintenance control result when initial control bandwidth is small

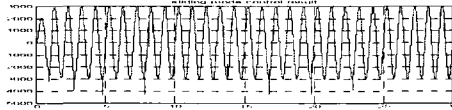


Fig. 7 History of control input when initial control bandwidth is small

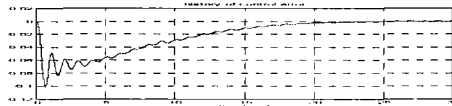


Fig. 8 History of control error when initial control bandwidth is small

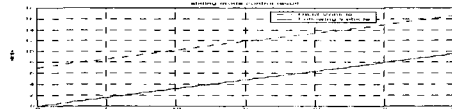


Fig. 9 Vehicle-to-vehicle safe headway maintenance control result when initial control bandwidth is big

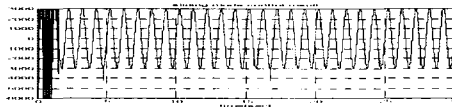


Fig. 10 History of control input when initial control bandwidth is big

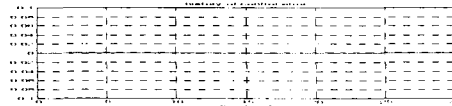


Fig. 11 History of control error when initial control bandwidth is big

한편 표 4에는 인자 초기치가 다른 경우의 튜닝 결과를 제시하였으며, 이로부터 튜닝 알고리즘의 수렴성을 확인할 수 있다.

Table 4 Tuning results for different initial conditions

content trial	λ_0	λ_1	ϕ_1	k_1
1	10	921.36	0.11	105.04
2	45	855.03	0.13	114.58

3	200	992.25	0.10	95.06
4	500	815.77	0.13	109.54
5	3000	780.23	0.12	92.21
6	10000	1001.62	0.09	94.66
Average	*	894.38	0.11	101.85

4. 결론

본 논문에서는 슬라이딩 모드 제어를 위한 인자 튜닝 알고리즘을 제안하였다. 이에 의하면 우선 비선형 제어 이득을 샘플링 타임마다 적용 규칙에 따라서 튜닝함으로써 시스템의 안정성을 보장하고, 경계층 두께를 비선형 제어 이득의 변화에 상응하여 튜닝해 줌으로써 채터링을 방지한다. 그리고 제어 오차 및 채터링 정도를 일정 시간 간격으로 측정하면서 그 결과에 따라 제어 대역폭을 2 단계 과정으로 나누어 튜닝하고, 특수한 경우 비선형 제어 이득 및 경계층 두께를 추가적으로 튜닝하도록 하여 제어 정확도를 보다 향상시킬 수 있도록 하였다. 이 과정에서 시스템 제어 성능 관측을 위한 성능 지표가 도입되었고, 지능적 인자 튜닝을 위한 다양한 퍼지 규칙들이 구성, 사용되었다. 제안된 알고리즘의 타당성 검증을 위해서는 이를 적용한 슬라이딩 모드 제어기로서 자율 운송 시스템의 차량 간격 유지 제어를 시뮬레이션 하였다. 그 결과 제어기 인자 값들이 효과적으로 튜닝되었고, 궁극적으로 채터링이 작으면서도 정확한 제어가 가능하였다. 이 알고리즘은 많은 시행 착오가 요구되는 슬라이딩 모드 제어 인자 튜닝 작업을 효과적으로 수행하는데 적용될 수 있을 것으로 기대한다.

참고문헌

1. Slotine, J. -J. , Li, W. , Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1991.
2. Hui, S. , Zak, S. H. , "Robust control synthesis for uncertain/nonlinear dynamical systems", Automatica, Vol. 28(2), pp. 289-298, 1992.
3. Utkin, V. , Guldner, J. , Shi, J. , Sliding mode control in electromechanical systems, Taylor & Francis Inc., Philadelphia, 1999.
4. Slotine, J. -J. , "Sliding controller design for nonlinear systems", International Journal of Control, Vol. 40(2), pp. 421-434, 1984.
5. Utkin, V. , "Variable structure systems with sliding modes", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-22(2), pp. 212-222, 1997.
6. 류세희, 박장현, "퍼지논리를 이용한 슬라이딩 모드 제어기의 인자 자동 튜닝", 제어.자동화.시스템 공학회 학회지, 제 7 권, 제 12 호, pp. 973-979, 2001.