

NURBS 곡면가공을 위한 공구경로 계획 알고리즘

구태훈*(단국대 대학원 기계공학과), 지성철(단국대 기계공학과)

Tool-Path Planning Algorithm for NURBS Surface Machining

T. Koo(Graduate School, Dankook Univ.) and S. Jee(Mechanical. Eng. Dept., Dankook Univ.)

ABSTRACT

This paper presents an efficient real-time tool-path planning method for interpolation of NURBS surfaces in CNC machining. The proposed tool-path planning method is based on an improved iso-scallop strategy and can provide better precision than the existing methods. The proposed method is designed such that tool-path planning is easily managed in real-time. It proposed a new algorithm, for regulation of a scallop height, which can efficiently generate tool-paths and can save machining time compared with the existing method. Through computer simulations, the performance of the proposed method is analyzed and compared with the existing method in terms of feedrate, total machining time and a degree of constraint on the scallop height.

Key Words : Tool-path planning (공구경로 계획), Iso-scallop method (등스칼롭 방법), NURBS (비균일 유리 B 스플라인), Surface machining (곡면가공), Interpolator (보간기)

1. 서론

3 축 CNC 공작기계를 이용한 금형 등의 윤곽가공은 과거 간단하고 단순한 형태의 가공에서부터 출발하여 현재 복잡하고 굴곡이 많은 곡면가공이 요구되고 있다. 일반적인 CAD 시스템에서는 복잡한 곡면의 표현에 직선 및 원호 보간만을 지원하기 때문에 많은 양의 NC 데이터가 요구되었고, 이것을 저장할 별도의 저장장치와 전송장치(DNC)를 필요로 하게 되었다. 그러나 이 NC 데이터는 무엇보다 곡면의 형상 관측과 수정이 거의 불가능한 단점이 있으며, 이것은 블록면이나 오목면을 포함하는 자유곡면의 표현에 있어서 심각한 문제가 된다. 따라서, 이를 개선하고자 곡선 혹은 곡면 단위로 해석하는 곡선 또는 곡면 보간기들이 등장하게 되었다.¹⁻⁸

본 논문에서는 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)로 정의되는 곡면의 CNC 가공을 위한 효율적인 실시간 공구경로 계획 방법을 제시한다. NURBS 는 곡면을 구성하는데 필요한 조정점(control point), 노트(knot), 가중치(weight)들을 이용하여 다양한 형상의 곡면을 자유롭게 표현할 수 있

음은 물론, 조정점 사이의 곡부 조정 능력을 갖고 있기 때문에 곡면의 형상을 쉽게 수정할 수 있다.^{9,10} CNC 곡면가공을 위한 공구경로 계획(tool-path planning)에서 곡면은 연속된 공구경로의 군으로 구성된다. 공구경로 계획법에는 크게 등평면(isoplanar),¹¹ 등매개변수(iso-parametric),^{3,12} 등스칼롭(iso-scallop)² 방법들이 있다. 이 중에서 등스칼롭 방법은 다른 두 가지 방법에 비하여 가공시간이 짧고, 가공면의 스칼롭 높이를 일정하게 구속시킬 수 있다는 장점이 있다. 그러나 기존 등스칼롭 방식의 공구경로 계획법은 불규칙하거나 복잡한 곡면에 효과적으로 대처할 수 없고, 더욱이 NURBS 곡면에 대해서는 기존의 보간 알고리즘이 정확하지 못한 문제점을 안고 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해 본 논문에서는 기존의 방법을 개선한 새로운 공구경로 계획법을 제시한다. 기존의 등스칼롭 방식의 공구경로 계획법은 배열(array)과 같은 메모리 저장방식을 이용하여 곡면을 가르는 공구경로에 대해 선형(1 차) 혹은 스플라인 보간을 행하는 방식이었다.² 제시하는 공구경로 계획법은 보다 향상된 메모리 관리 기법을 이용하며, 공구경로에서의 곡부적인 보간 방식을

시도하여, 복잡하고 굴곡이 심한 곡면에 대해서도 스캘럽 높이를 일정하게 유지시키면서 보다 유연하고 정밀하게 대처할 수 있다.

본 논문에서 제시하는 방법의 유용성을 검증하기 위해 C++ 언어로 프로그램을 작성하여 세 가지 NURBS 곡면에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 이들 곡면에 대해 제시된 방법의 성능을, 이송속도, 총 가공시간, 스캘럽 높이 제어 정도의 관점에서 기존의 방법과 비교 분석하였다.

2. 제시된 공구경로 계획 알고리즘

2.1 제시된 등스캘럽 공구경로 계획 방법

NURBS 는 특별하고 복잡하게 굽은 곡면을 쉽게 표현할 수 있으며, 이에 따라 공구경로의 형태 만큼이나 매개변수 영역에서의 움직임 역시 복잡하다. NURBS 곡면은 아래 식으로 나타내어진다.

$$S(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m W_{ij} N_{i,k}(v) N_{j,l}(u) V_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m W_{ij} N_{i,k}(v) N_{j,l}(u)} \quad (1)$$

여기서 N 은 블렌딩(blending) 함수를, W 는 가중치를, V 는 조정점을 각각 나타낸다.

제시된 방법에서 공구경로 간격 방향의 매개변수 증분은 다음 식으로 계산된다.

$$\Delta v_k = \frac{\Delta d}{(\mathbf{n} \times \mathbf{t}) \cdot \frac{\partial S}{\partial v}} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{n} 은 곡면의 법선 벡터, \mathbf{t} 는 공구경로 방향의 접선 벡터를 나타내며, Δd 는 규정 스캘럽 h 를 만족하는 공구경로 간격이다. 또한, 공구경로 방향의 매개변수 계산에는 아래의 식을 적용하였다.

$$u_{i+1,k} = u_{i,k} \quad (3)$$

여기서, i 는 공구경로 수이며, k 는 시간단계를 나타낸다

기존의 등스캘럽 방법은 저장된 매개변수 값들을 바탕으로 다음 공구경로 전체를 새로운 제 3 의 매개변수 t 에 대한 하나의 보간식으로써 형성한다. 따라서 곡면이 형상이 복잡할 경우 보간 오차가 발생할 수 있어 공구경로 계획이 정확히 이루어지지 못할 수 있다. 이와 같은 이유에서, 본 논문에서는 개선된 등스캘럽 방식에 기초하는, NURBS 곡면에 실행될 수 있는 새로운 공구경로 계획 알고리즘을 제시하며 그 원리를 Fig. 1 에 도시하였다. 제시된

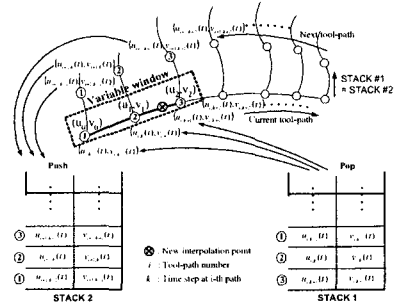


Fig. 1 Proposed iso-scallop method

알고리즘은 필요할 때마다 저장된 매개변수 값들 중 몇 개씩만 꺼내 ‘국부적인 보간’을 행한다. 즉, 식 (2)와 (3)에 의해 이전 공구경로로부터 구해진 세 쌍의 매개변수 값 (u_0, v_0) , (u_1, v_1) , (u_2, v_2) 에 대해 2 차 라그랑지(Lagrange) 보간을 적용한다. 그 결과 u 와 v 는 새 매개변수 t 에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{cases} u = t \\ v = \frac{(t-u_1)(t-u_2)v_0 + (t-u_0)(t-u_2)v_1}{(u_0-u_1)(u_0-u_2) + (u_1-u_0)(u_1-u_2)} + \frac{(t-u_0)(t-u_1)v_2}{(u_2-u_0)(u_2-u_1)} \end{cases} \quad (4)$$

위의 세 쌍의 매개변수로 이루어진 영역은 ‘가변 원도우(variable window)’로 정의되며, 가변 원도우는 매 샘플주기마다 갱신된다.

다음 공구경로는 현재 공구경로 방향의 역방향으로 되돌아오므로, 다음 공구경로에 대해 저장된 데이터를 역으로 꺼내어 쓰게 된다. 이러한 메모리 구조에 적합한 알고리즘이 스택(stack) 기법이다. 제시된 알고리즘에서는 (i) 이전 공구경로에서 계산되고 현재 공구경로에서 이용되고 있는 매개변수 값들에 대한 한 개의 스택(Fig. 1 의 stack 1)과 (ii) 현재 공구경로에서 계산되어 다음공구 경로에서 이용될 매개변수 값들을 위한 또 하나의 스택(Fig. 1 의 stack 2)이 요구된다. 이렇게 얻어진 스택들은 현재 공구경로에서 이용되는 스택이 비워질 때까지 사용되고, 현재 공구경로의 끝에서 비워진 스택(stack 1)은 다음 공구경로에 사용될 스택(stack 2)과 교환된다.

2.2 제시된 보간 알고리즘

본 논문에서 제시하는 보간 알고리즘에서는 아래의 식 (5)~(7)을 반복 없이 단 한번만 이용하여 앞서 언급된 새로운 매개변수 t_{k+1} 을 얻고, 이에 따른 u 와 v 를 계산한다.

$$t_{k+1}^* = 2.5t_k - 2t_{k-1} + 0.5t_{k-2} \quad (5)$$

$$t_{k+1} = \phi t_{k+1}^* + (1-\phi)t_k \quad (6)$$

$$\phi = \frac{VT}{|S(t_{k+1}^*) - S(t_k)|} \quad (7)$$

그 결과가 허용되는 이송속도 오차율 이상을 수반한다면, 이분법을 이용해 매개변수 t_{k+1} 의 값을 수정한다. 이 과정에서 가변 윈도우 내 세 쌍의 매개변수 $(u_0, v_0), (u_1, v_1), (u_2, v_2)$ 와 추가적으로 t_{k+1} 에 대한 매개변수 쌍 (u_{k+1}, v_{k+1}) 이 초기값으로 이용된다. 편의상 이 매개변수쌍들을 다음과 같이 정의한다.

$$(u_n, v_n) \equiv (u(t_n), v(t_n)) \text{ for } n = 0, 1, 2 \text{ and } k+1 \quad (8)$$

각 (u_n, v_n) 에 대해 이송속도 오차율을 다음과 같이 계산하고

$$\alpha_n \equiv \alpha(t_n) = \frac{|S(u_n, v_n) - S(u_0, v_0)|}{VT} - 1 \quad (9)$$

매개변수 t_n 중에서 요구되는 이송속도에 가장 근접한 값에 해당하는 두 값을 취하여 그 중간값을 t_{k+1} 로 재정의한다. 이 과정은 t_{k+1} 에 대한 α_{k+1} 값이 허용 오차율 범위 이내에 들 때까지 반복된다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

제시된 공구경로 계획 방법의 성능을 검증하기 위해 Fig. 2~4에 나타난 NURBS 곡면 생성에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 이 곡면들에 대해 제시된 방법의 이송속도, 가공시간, 스칼럽 높이를 기존의 등스칼럽 및 등매개변수 방법과 비교하였다. 시뮬레이션에서 가공조건으로 곡면 모두에 대해 공구지름은 10 mm, 공구접촉 경로상의 이송속도는 4 m/min, 샘플주기는 0.01 s, 규정 스칼럽 높이는 0.01 mm로 각각 설정하였다. 제시된 보간 과정에서 허용 이송속도 오차율은 0.2%로 설정하였다.

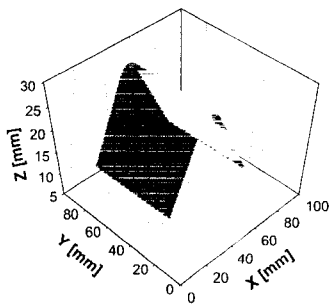


Fig. 2 Simple NURBS surface

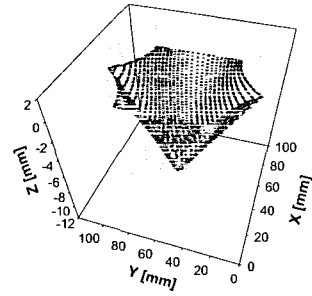


Fig. 3 Peaked NURBS surface

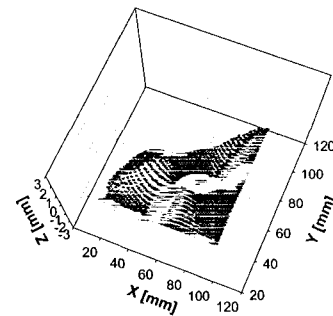


Fig. 4 Complex NURBS surface

Table 1은 각 곡면에 대해 전체 공구경로를 생성하는 동안에 각 샘플주기 내의 보간 과정에 쓰인 반복계산수를 나타낸다. 이 결과로부터 제시된 알고리즘이 계산시간의 관점에서 효율적임을 알 수 있다.

Table 1 Number of iterations in the proposed algorithm

Surface Iteration No.	Simple NURBS	Peaked NURBS	Complex NURBS
Maximum	2	9	10
Average	0.0	0.27	0.34

Table 2 Comparison of total machining time (sec)

Surface Method	Simple NURBS	Peaked NURBS	Complex NURBS
Existing Iso-scallop	103.61	n/a	n/a
Iso-parametric	102.82	134.93	138.82
Proposed	100.81	113.92	74.11

Fig. 2의 곡면은 정의된 곡면의 단순한 형상에 의해 공구경로상에서 하나의 매개변수만 변화되므로, 기존의 등스칼럽 및 등매개변수 방법이 모두 적용될 수 있었다. 그러나 Fig. 3과 4의 곡면에 대해서는 기존 등스칼럽 방법은 적용이 불가능하였으므로 비교대상에 들지 못하였다. Fig. 3의 곡면에서 최초 네 개의 공구경로에 대해, 기존의 등매개변수 방법과 제시된 방법의 이송속도를 Fig. 5에 비교하

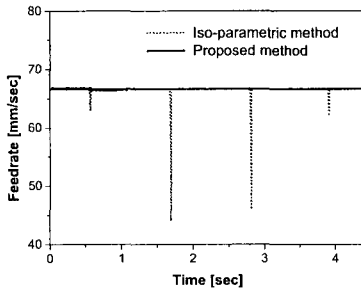


Fig. 5 Comparison of feedrates for the peaked surface

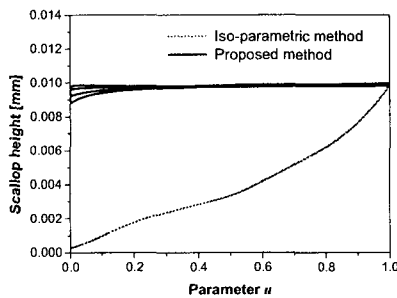


Fig. 6 Comparison of scallop heights the complex surface

였다. 결과에서 제시된 방법은 곡면의 침점 주위에서 생기는 이송속도의 변동을 없앨 수 있음을 볼 수 있다. Table 2 에는 곡면 각각에 대한 총 가공시간을 비교하였는데, 이 결과는 제시된 등스캐럽 방법이 기존 등매개변수 방법에 비해 곡면이 형상이 복잡한 경우에 가공시간을 상당히 줄일 수 있음을 보여준다. 끝으로, 시뮬레이션에 쓰인 곡면 중 형상이 가장 복잡한 Fig. 4 의 곡면에 대해서, 최초 다섯 개의 공구경로에 의해 생기는 스캐럽 높이를 Fig. 6 에 비교하였다. 결과로부터, 기존 등매개변수 방법은 규정치 이하의 스캐럽 높이를 제공하기는 하나, 매개변수 영역에서 매개변수의 움직임이 균일하지 않은 곡면에 대해 스캐럽 높이를 효과적으로 제어할 수 없음을 알 수 있다. 반면에 제시된 방법은 거의 일정하게 스캐럽 높이를 구속할 수 있음을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 NURBS 곡면의 CNC 가공을 위한 효율적인 실시간 공구경로 계획 방법을 제시하였다. 제시된 방법은 스택 메모리 기법을 이용한 개선된 등스캐럽 방식의 공구경로 계획법에 기초하며, NURBS 곡면의 보간에 적합한 국부적 보간 방식의 새로운 보간 알고리즘을 포함한다.

제시된 방법의 유용성을 검증하기 위한 컴퓨터 시뮬레이션에서 세 가지 형상의 NURBS 곡면에 대

해 공구경로들을 생성하였다. 시뮬레이션 결과로부터 제시된 방법은 침점 주위에서도 규정 이송속도를 만족시킬 수 있음을 알 수 있고, 복잡한 형상의 곡면에 대해 가공시간을 상당히 줄일 수 있으며 가공면의 스캐럽 높이를 거의 일정하게 유지시킬 수 있음을 확인하였다. 더욱이, 제시된 방법은 기존의 등스캐럽 방법이 적용될 수 없는 복잡한 NURBS 곡면에 대해서도 적용이 가능하였다.

참고문헌

1. 지성철, 구태훈, “볼엔드 밀링에서의 일정 절삭력을 위한 NURBS 곡면 인터폴레이터,” 대한기계학회논문집 A, 제 26 권, 제 9 호, pp. 1888-1896, 2002.
2. Lo, C. C., “CNC Machine Tool Surface Interpolator for Ball-End Milling of Free-Form Surfaces,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 40, pp. 307-326, 2000.
3. Lin, R. S., “Real-Time Surface Interpolator for 3-D Parametric Surface Machining on 3-Axis Machine Tools,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 40, pp. 1513~1526, 2000.
4. 홍원표, 양민양, “CNC 공작기계의 NURBS 보간 알고리즘에 관한 연구,” *한국정밀공학회지*, 제 17 권, 제 12 호, pp. 115-120, 2000.
5. Shpitalni, M., Koren, Y. and Lo, C. C., “Real-Time Curve Interpolators,” *Computer-Aided Design*, Vol. 26, pp. 832-838, 1994.
6. Lo, C. C., “Feedback Interpolators for CNC Machine Tools,” *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 119, pp. 587-592, 1997.
7. Farouki, R. T., Manjunathiah, J., Nicholas, D., Yuan, G-F. and Jee, S., “Variable-Feedrate CNC Interpolators for Constant Material Removal Rates Along Pythagorean-hodograph Curves,” *Computer-Aided Design*, Vol. 30, pp. 631-640, 1998.
8. Yang, D. C. H. and Kong, T., “Parametric Interpolator versus Linear Interpolator for Precision CNC Machining,” *Computer-Aided Design*, Vol. 26, pp. 225-234, 1994.
9. Piegl, L., “On NURBS: A Survey,” *IEEE Computer Graphics and Applications*, Vol. 11, pp. 55-71, 1991.
10. Piegl, L. and Tiller, W., *The NURBS Book*, 2nd Edition, Springer, 1995.
11. Ding, S., Mannan, M. A., Poo, A. N., Yang, D. C. H. and Han, Z., “Adaptive Iso-Planar Tool Path Generation for Machining of Free-Form Surfaces,” *Computer-Aided Design*, Vol. 35, pp. 141-153, 2003.
12. Lin, R. S. and Koren, Y., “Efficient Tool-Path Planning for Machining Free-Form Surfaces,” *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 118, pp. 20-28, 1996.